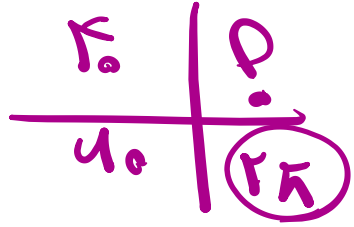


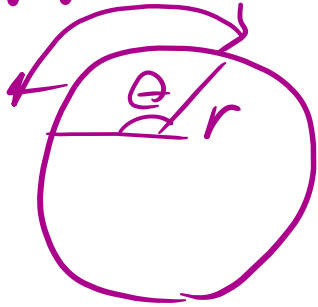
۶۱- یک ساعت دایره‌ای شکل با عقربه دقیقه‌شماری به طول 10cm در نظر بگیرید. بعد از گذشت زمان 40 دقیقه مسافت طی شده توسط نوک عقربه چند برابر π است؟



$$1. \pi = 4. \pi$$

$$n = \frac{1. \pi}{4}$$

$$n = \frac{1. \pi}{4}$$



$$\frac{40}{360}$$

$$\frac{40}{360}$$

$$\frac{10}{360}$$

$$\frac{40}{360} (1)$$

$$L = \theta r$$

$$L = 10 \left(\frac{40}{360} \right) = \frac{1. \pi}{9}$$

۶۲- در یک دایره به شعاع r طول کمان روبه‌رو به زاویه 90° درجه را برابر L_1 و طول کمان روبه‌رو به زاویه β رادیان برابر $\frac{3\pi}{2}$ است. اندازه L_1 و β کدام است؟

$$L = \theta r$$

$$\frac{3\pi}{2} = 4 \times \beta$$

$$\beta = \frac{3\pi}{12} = \frac{\pi}{4}$$

$$L_1 = 4 \times \frac{\pi}{4} = \pi$$

$$\beta = \frac{\pi}{4}, L_1 = 3\pi \quad (2)$$

~~$$\beta = \frac{\pi}{4}, L_1 = 3\pi \quad (2)$$~~

$$\beta = \frac{\pi}{4}, L_1 = 2\pi \quad (1)$$

~~$$\beta = \frac{\pi}{2}, L_1 = 2\pi \quad (3)$$~~

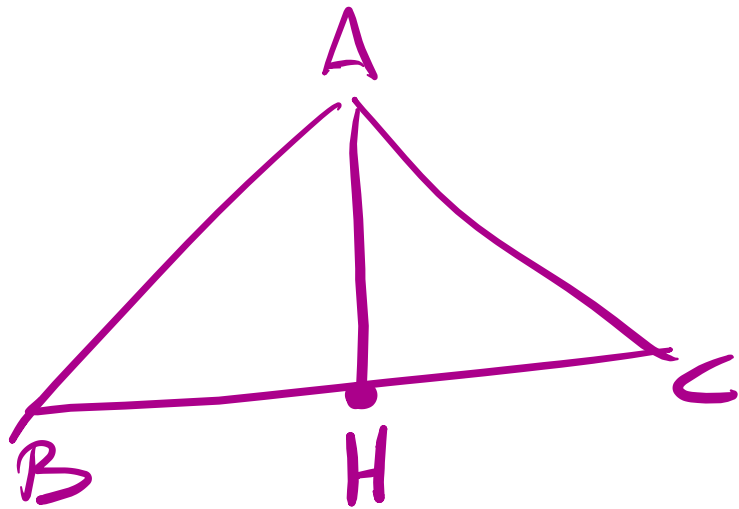
۶۳- در مثلثی با رئوس های $A(1, 2)$ ، $B(3, 6)$ و $C(4, 0)$ ، ارتفاع AH را رسم می کنیم. طول نقطه H کدام است؟

$$\frac{140}{37} \quad (۴)$$

$$\frac{145}{37} \quad (۳)$$

$$\frac{90}{37} \quad (۲)$$

$$\frac{133}{37} \quad (۱)$$



$$m_{BC} = \frac{4}{-1} = -4 \rightarrow \begin{cases} y - 0 = -4(x - 4) \\ y = -4x + 16 \end{cases}$$

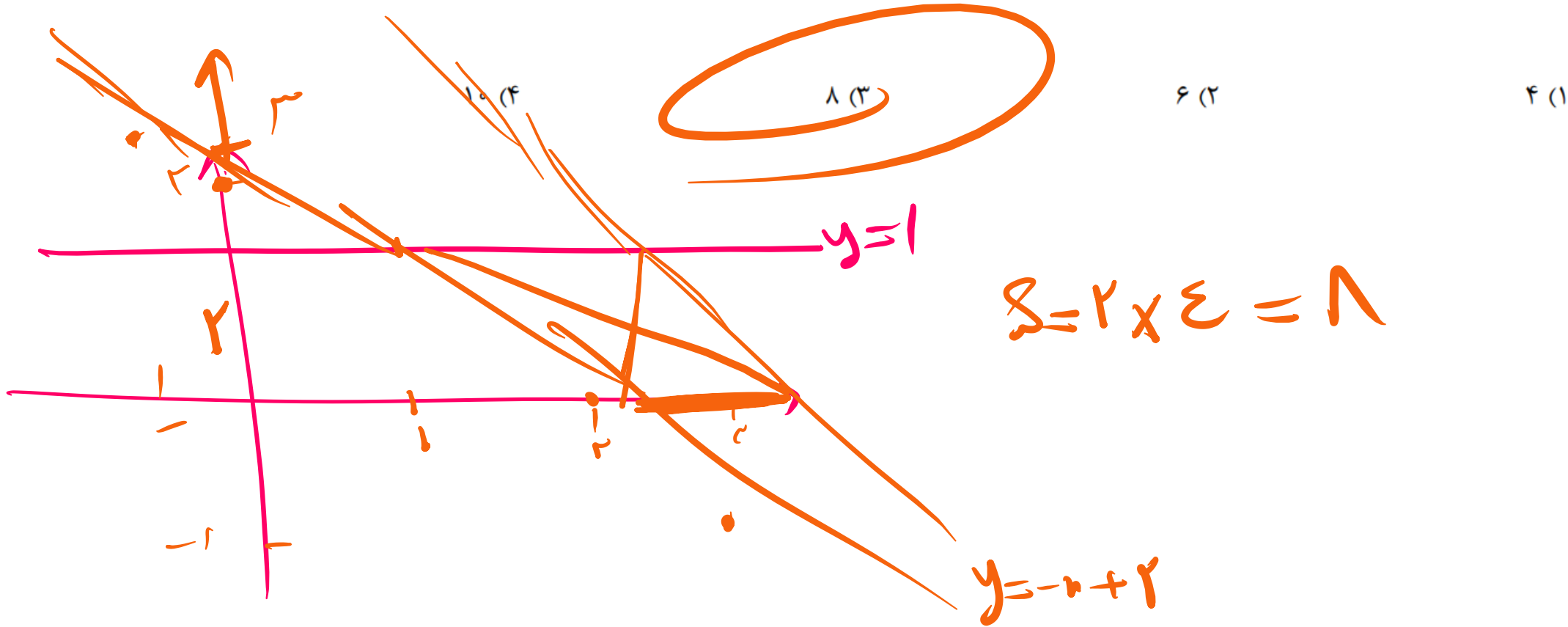
$$m_{AH} = +\frac{1}{4}$$

$$y - 2 = \frac{1}{4}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$$

$$\begin{cases} -4x + 16 = y \\ \frac{1}{4}x + \frac{11}{4} = y \end{cases} \Rightarrow x = 12 \rightarrow x = \frac{133}{37}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 3 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

۶۴- معادله دو ضلع یک متوازی الاضلاع $y = -x + 2$ و $y = 1$ و مبدأ مختصات محل تلاقی قطره‌های آن است. مساحت متوازی الاضلاع کدام است؟



۶۵- خط به معادله $x + y - 1 = 0$ بر دو دایره C_1 و C_2 به ترتیب با مرکزهای $O_1(2, 6)$ و $O_2(-1, 3)$ مماس است. مجموع مساحت دو دایره کدام است؟

$$\frac{69\pi}{r} + \frac{\pi}{r} = \frac{80\pi}{r}$$

$$= 18\pi$$

50π (۴)

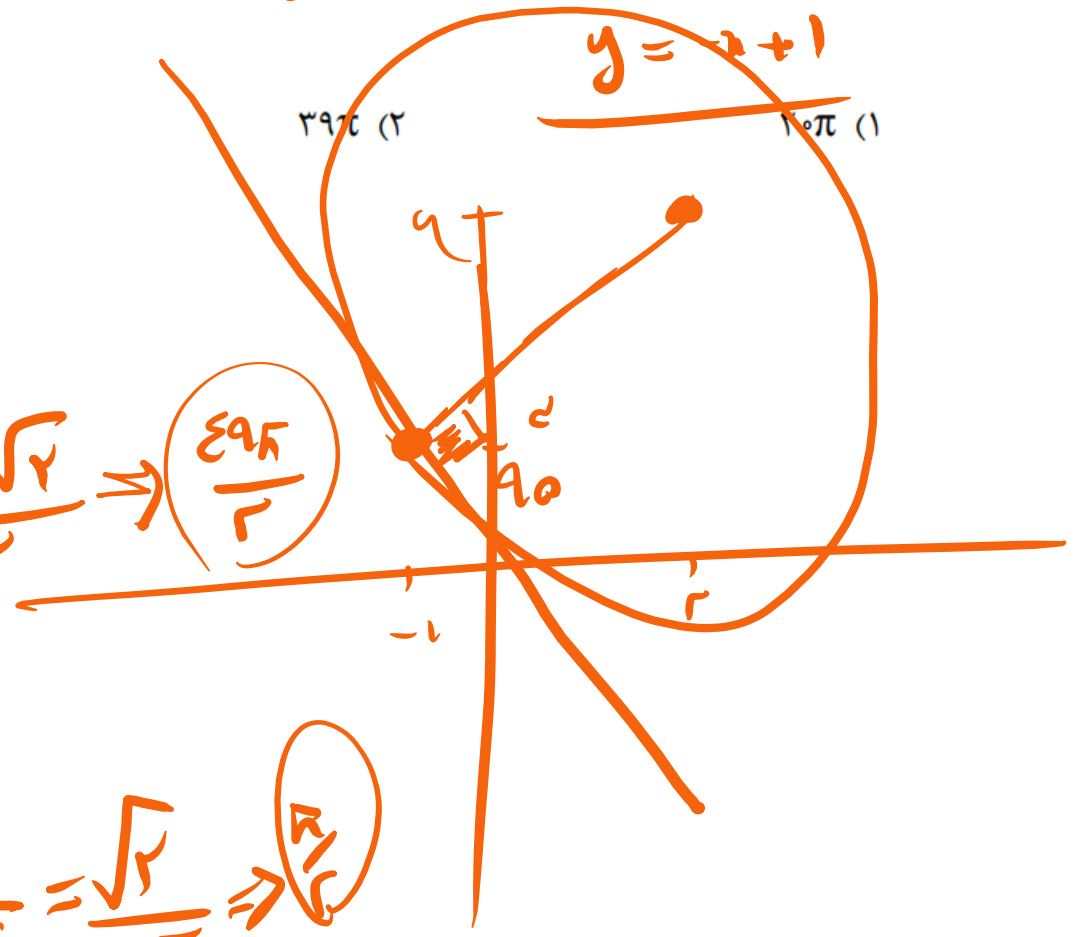
25π (۳)

39π (۲)

10π (۱)

$$R = d = \frac{|1 + 2 + 6 - 1|}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{1}$$

$$r = d = \frac{|-1 + 3 - 1|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\frac{1}{8} + \frac{14}{8} = \frac{15}{8}$$

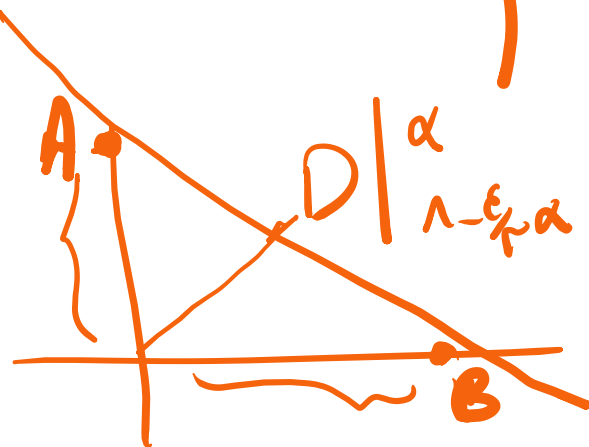
۶۶- خط $8x + 6y = 48$ محورهای مختصات x و y را به ترتیب در نقاط A و B قطع می‌کند. مجموع طول و عرض نقطه D روی این خط به طوری

که $AD = 4BD$ باشد، کدام است؟ (نقطه D بین A و B قرار دارد).

$$8x + 6y = 48 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & A(0, 8) \\ y=0 & B(6, 0) \end{cases}$$

$\frac{15}{8}$ (۴)

$$\Rightarrow AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$



$AD = 4BD$

$AB = 5 \Rightarrow AD = 4, BD = 1$

$(\frac{\alpha}{4})^2 + \alpha^2 = 4^2 \Rightarrow \frac{\alpha^2}{16} + \alpha^2 = 16 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{256}{17} \Rightarrow \alpha = \frac{16}{\sqrt{17}}$

$\Rightarrow y = 8 - \frac{6}{8}(\frac{16}{\sqrt{17}}) = \frac{16}{\sqrt{17}}$

$$S = 1 \quad \uparrow \quad \uparrow \quad P = -1$$

۶۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - x - 1 = 0$ باشد، ریشه‌های کدام معادله زیر، $\alpha\beta^2 + 2$ و $\beta\alpha^2 + 2$ است؟

~~$$x^2 - 4x - 1 = 0 \quad (2)$$~~

~~$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (1)$$~~

~~$$x^2 - 2x - 1 = 0 \quad (4)$$~~

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (3)$$

$$\alpha\beta^2 + 2 = (\alpha\beta)\beta + 2 = -\beta + 2$$

$$\alpha^2\beta + 2 = (\alpha\beta)\alpha + 2 = -\alpha + 2$$

$$S = -(\alpha + \beta) + 2 = -1 + 2 = 1$$

$$P = +\alpha\beta + 2 = (\beta + \alpha) = -1 + 2 = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 1x + 1 = 0$$

$$y = 0 \quad k$$

۶۸- رأس سهمی به معادله $y = 2 + k(x+3)(x-1)$ روی نیمساز ربع دوم و چهارم واقع است. مقدار k کدام است؟

$$-\frac{3}{4} \quad (۴)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

$$y = 2 + k(x^2 + 2x - 3) \Rightarrow y = kx^2 + 2kx - 3k + 2$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2k}{2k} = -1$$

$$y = k - 2k - 3k + 2 = -4k + 2$$

$$\Rightarrow -4k + 2 = 1 \Rightarrow -4k = -1 \Rightarrow k = \frac{1}{4}$$

$$x^r + \frac{1}{x^r} = \left(x + \frac{1}{x}\right) - r$$

۶۹- اختلاف ریشه‌های معادله $\frac{x^r+1}{x^r} - \frac{rx^r+4}{x} + 5 = 0$ کدام است؟

$$\frac{x^r+1}{x^r} - \frac{rx^r+4}{x} + 5 = 0 \Rightarrow \left(x^r + \frac{1}{x^r}\right) - r \left(x + \frac{1}{x}\right) + 5 = 0$$

\sqrt{r} (۴) $r\sqrt{5}$ (۳) ↑ $\sqrt{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{r}$ (۱)

$$\Rightarrow t^r - r - r t + 5 = 0 \Rightarrow t^r - r t + 3 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + \frac{1}{x} = 1 \rightarrow x^r - x + 1 = 0 \quad (\Delta < 0) \times \\ x + \frac{1}{x} = r \rightarrow x^r - r x + 1 = 0 \end{array} \right. \quad (t-1)(t-r) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} t=1 \\ t=r \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$$

۷۰- در مثلثی با اضلاع a, b, c و اگر فاصله نقطه همرسی نیمسازها با اضلاع a, b, c به ترتیب برابر $x^3 + x^2 + 2x - 1$ و $x^3 - x + 3$ و k باشد، آن گاه

حداکثر چند نقطه روی دایره‌ای به شعاع ۵ وجود دارد که فاصله آن‌ها از خط دلخواهی به اندازه k واحد باشد؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

فاصله هر دو

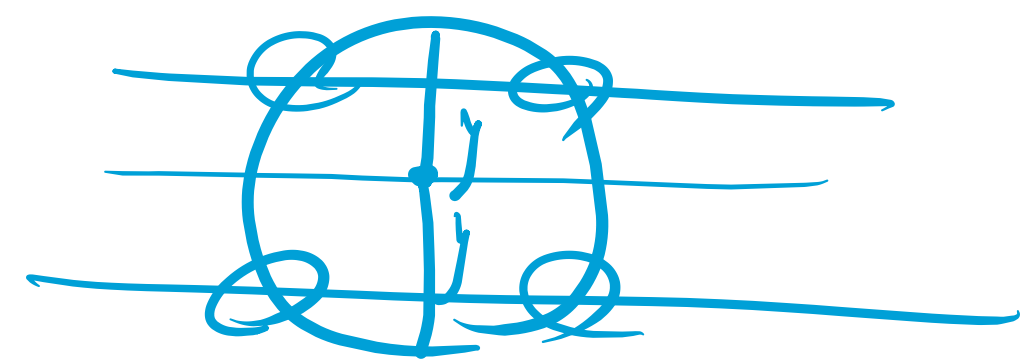
$$x^3 + x^2 + 2x - 1 = x^3 - x + 3 = k$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 1 = -x + 3 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

(x + 4)(x - 1)

$x = -4$
 $x = 1$

$n = 1$ $k = 3$

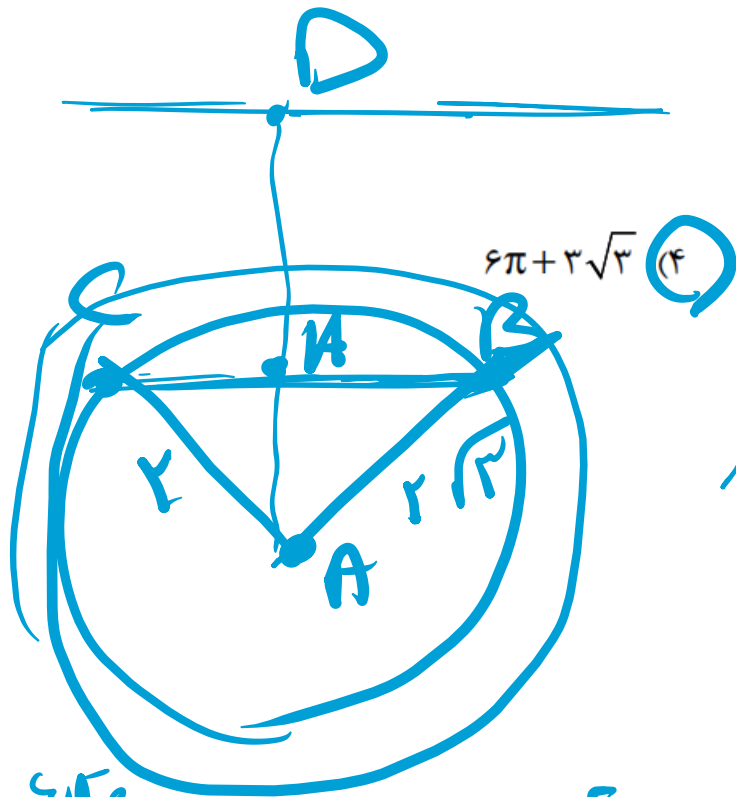


$$\Rightarrow \pi R_1^2 - \pi R_2^2 = \pi (2\sqrt{3})^2 - \pi (2)^2 = 8\pi$$

$$8\pi - (2\pi - 2\sqrt{3}) = 4\pi + 2\sqrt{3}$$

۷۱- خط d و نقطه A به فاصله 7cm از آن مفروض اند. مساحت ناحیه‌ای که فاصله نقاط آن تا خط d بیشتر از 4cm و فاصله آن از نقطه A بیش از 2cm و

کمتر از $2\sqrt{3}\text{cm}$ است، کدام است؟



$$6\pi + 2\sqrt{3} \quad (4)$$

$$8\pi - 2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$6\pi + \sqrt{3} \quad (2)$$

$$8\pi - \sqrt{3} \quad (1)$$

$$AD = 7$$

$$DH = 4 \Rightarrow AH = 3$$

$$ABH \Rightarrow AH = 3$$

$$AB = 2\sqrt{3}$$

$$BH^2 = 12 - 9$$

$$\left\{ \begin{array}{l} BH = \sqrt{3} \\ BC = 2\sqrt{3} \end{array} \right.$$

$$S_{ABC} = \frac{40}{370} \times \pi R^2 = \frac{1}{9} \pi (2\sqrt{3})^2 = 2\pi$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} (2\sqrt{3})(3) = 3\sqrt{3}$$

۷۲- در صورتی که داشته باشیم $\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{2c}{5}$ حاصل عبارت $\frac{a^2 + ac + b^2}{2ab + c^2}$ کدام است؟

$$\frac{12}{13} \quad (4)$$

$$a = 3t$$

$$b = 2t$$

$$2c = 5t \Rightarrow c = \frac{5t}{2}$$

$$\frac{67}{73} \quad (3)$$

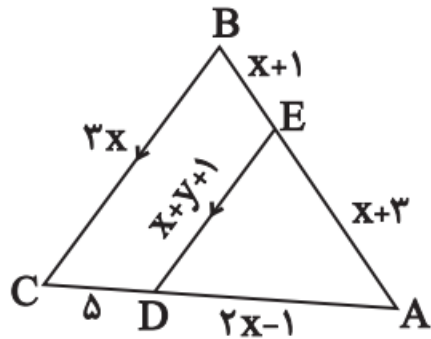
$$\frac{33}{47} \quad (2)$$

$$\frac{39}{49} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{9t^2 + \frac{15t^2}{2} + 2t^2}{14t^2 + \frac{25t^2}{4}} = \frac{\cancel{21t^2}}{2} = \frac{21 \times 2}{2 \times 2} = \frac{21}{2}$$

$$P = \overbrace{(n-1 + n + y + 1 + n + r)} = \underbrace{\varepsilon n + y + r = 21}$$

۷۳- با توجه به شکل زیر $BC \parallel ED$ است. محیط مثلث ADE کدام است؟



۱۸ (۲)

۱۵ (۱)

۲۴ (۴)

۲۱ (۳)

$$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{n+3}{n+1} = \frac{n-1}{\delta} \Rightarrow \delta n + 1\delta = n^2 - n + n - 1$$

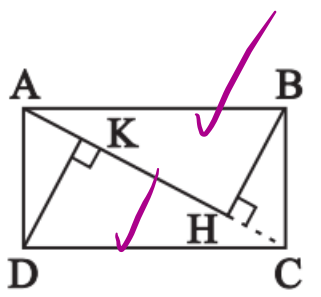
$$\Rightarrow n^2 - \varepsilon n - 1\delta = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - n - 1 \Rightarrow \underbrace{n = \varepsilon}_{n = -2x} \checkmark$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC} \stackrel{n=\varepsilon}{\Rightarrow} \frac{\delta}{1r} = \frac{\delta+y}{1r} \Rightarrow y = r$$

$$P = 2BC + 2AB = 12\sqrt{5}$$

۷۴- در شکل زیر، مستطیل ABCD مستطیل است. اگر $CH = 2$ و $KH = 6$ ، محیط مستطیل چند برابر $\sqrt{5}$ است؟



$$12 (2)$$

$$13 (1)$$

$$16 (4)$$

$$8 (3)$$

$$ADK \cong BHC$$

$$CH = AK = 2 \Rightarrow AC = 2 + 2 + 6 = 10$$

$$ABC \Rightarrow H = B = 90^\circ \Rightarrow BC^2 = CH \times AC \Rightarrow BC^2 = 2 \times 10 \Rightarrow BC = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow AB^2 = AH \times AC \Rightarrow AB^2 = 8 \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$$

۷۵- اگر دو تابع $f(x) = \frac{1}{(x+3)(bx^2+dx+4)}$ و $g(x) = \frac{ax+b}{(x+4)(x+c)(x+b)}$ با هم برابر باشند، مقدار $a+b+c+d$ کدام است؟

$$a+b+c+d$$

$$ax+b=1 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{1}{(x+3)(x^2+dx+4)}$$

$$g(x) = \frac{1}{(x+4)(x+c)(x+1)}$$

$$(x+3)(x^2+dx+4) = (x+4)(x+c)(x+1)$$

$$d=4 \quad c=3$$

۶ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

۷۶- اگر $-2 = -x + \frac{1}{2}$ باشد، آن گاه مجموعه جواب عبارت $[x^2]$ شامل پنج عدد صحیح خواهد بود. مجموع این اعداد کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۱۵ (۴)
۱۴ (۳)
۲۰ (۲)
۱۸ (۱)

$$\begin{aligned}
 & -2 < -x + \frac{1}{2} < -1 \implies -\frac{5}{2} < -x < -\frac{3}{2} \\
 & \implies \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2} \\
 & \implies 1.5 < x < 2.5 \\
 & \implies 2, 3, 4, 5
 \end{aligned}$$

$[x^2] = 2, 3, 4, 5, 6 \implies 20$

۷۷- اگر تابع خطی f وارون خود را در نقطه $(-1, 2)$ قطع کند و $g(x) = 2f(x) + 3$ باشد، آن گاه $g^{-1}(3)$ کدام است؟

$3 (4)$

$2 (3)$

$1 (2)$

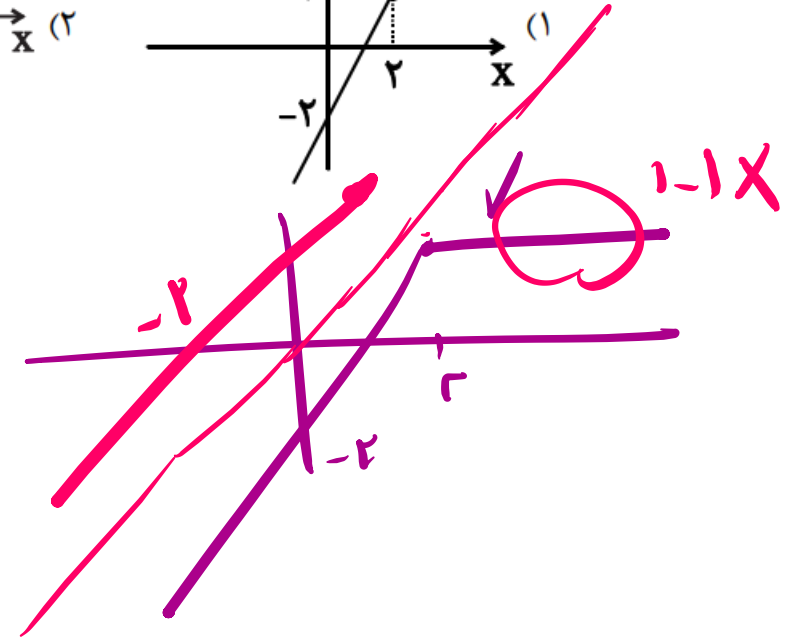
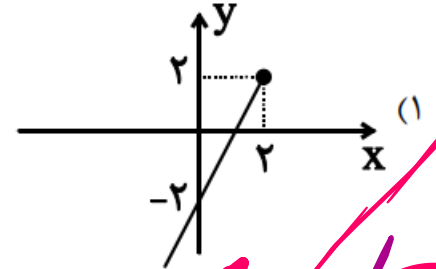
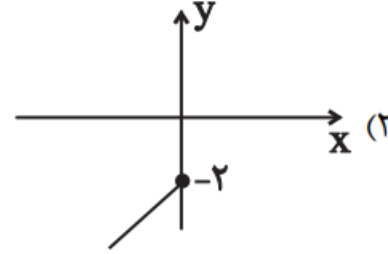
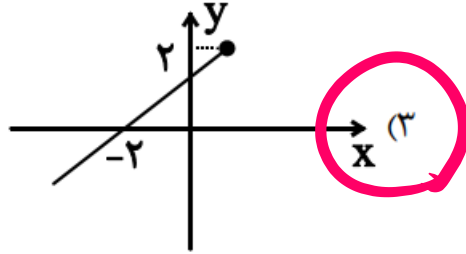
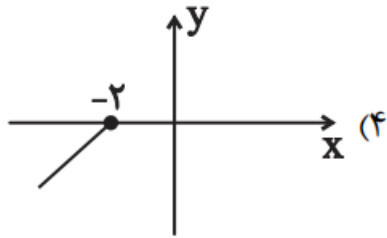
(1) صفر

$$(-1, 2) \in f \Rightarrow (2, -1) \in f^{-1}$$

$$f(x) = ax + b \begin{cases} -1 = 2a + b \\ 2 = -a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = -2a \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$f(x) = -x + 1 \Rightarrow g(x) = 2(-x + 1) + 3 = -2x + 5$$
$$g(1) = -2 + 5 = 3$$

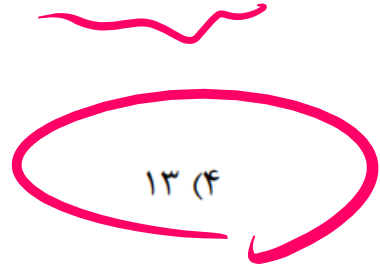
۷۸- تابع $f(x) = x - |x - 2|$ را در بزرگ‌ترین بازه‌ای که وارون‌پذیر است رسم می‌کنیم، نمودار $f^{-1}(x)$ کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} 2-x+2 & x > 2 \\ x+2-2 & x < 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2 & x > 2 \\ 2-x-2 & x < 2 \end{cases}$$

۷۹- اگر $g = \{(0, 2) \text{ و } (1, 4) \text{ و } (2, -1)\}$ تابع و $f = \{(2, 4) \text{ و } (4, 1) \text{ و } (0, -1)\}$ باشد، مجموع تمام اعضای دامنه و برد تابع $f^{-1} + g^{-1}$ کدام است؟



۱۳ (۴)

۱۴ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

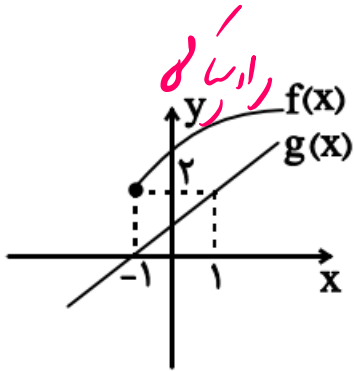
$$f^{-1} = \{(4, 2), (1, 4), (-1, 0)\}$$

$$g^{-1} = \{(1, 4), (1, 14), (2, 1)\} \rightarrow (g^{-1})^{-1} = \{(4, -1), (14, 1), (1, 2)\}$$

$$\Rightarrow \{(4, 2), (1, 4)\}$$

$4 + 9 = 13$

۸۰- اگر نمودارهای $f(x)$ و $g(x)$ به صورت زیر باشد، عرض از مبدأ نمودار $(f \times g)(x)$ کدام است؟ $f(x)$ تابع رادیکالی و از انتقال عمودی و افقی تابع \sqrt{x} به دست



می آید و g خطی است.

$$g \mid \begin{matrix} (-1, 0) \\ (1, 2) \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \underline{g = x + 1}$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} + 2$$

۱ (۲)

-۱ (۱)

۳ (۴)

-۳ (۳)

$$\Rightarrow (x+1)(\sqrt{x+1} + 2) \xrightarrow{x=0} 1(3) = 3$$