



$$\frac{-3}{16} - 3 \times \frac{-3}{4} \times \frac{1}{2} + b = \frac{-3}{16} - \frac{9}{8} + b = \frac{-5}{2} \rightarrow b = \frac{21}{16} - \frac{5}{2} = \frac{-19}{16}$$

$$-a - 3a = -4a = 3 \rightarrow a = \frac{-3}{4}$$

در  $f$  نمودار تابع  $f(x) = ax^2 - 3ax + b$  مماس است. عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع  $f$  در  $x = -\frac{1}{2}$  بر نمودار تابع  $f$  در  $x = \frac{7}{2}$  مماس است.

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-5}{2}, f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 3$$

$$f'\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{-21}{4} + \frac{9}{4} = -3 \rightarrow$$

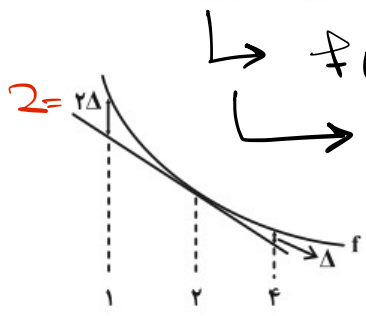
$$f\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{49}{4} \times \frac{-3}{4} + \frac{9}{4} \left(\frac{7}{2}\right) - \frac{19}{16} = \frac{-147 + 126 - 19}{16} = \frac{-40}{16} = \frac{-5}{2}$$

$$2ax - 3a = \frac{-3}{2}x + \frac{9}{4}$$

$$y + 3x = \frac{-5}{2} + \frac{21}{2} = 8$$

کدام  $x = \frac{7}{2}$  است؟

در شکل زیر، نمودار تابع  $f$  و خط مماس بر آن در  $x = 2$  رسم شده است. اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 5}{h} = -6$  و  $f(4) = 0$  باشد، مقدار  $f(1)$  کدام است؟ آزمون وی ای پی



$$f(2) = 5$$

$$2f'(2) = -6 \rightarrow f'(2) = -3$$

$$y + 3x = 5 + b = 11 \rightarrow y = -3x + 11$$

$$14 \quad \Delta = f(4) - y(4) = 0 + 1 = 1$$

$$y(1) = 8 \rightarrow f(1) = 8 + 2 = 10$$

توابع  $f(x) = x \log_2 x^2$  و  $g(x) = \log_2 x$  مفروض اند. کدام خط در  $x = \frac{1}{4}$  بر نمودار تابع  $f-g$  مماس است؟

$$f(x) = 2x \log_2 x$$

$$g(x) = \frac{1}{2} \log_2 x$$

$$f(x) = 4x g(x)$$

$$4x + 2y - 1 = 0$$

$$4x + y - 1 = 0$$

$$g(x)(4x-1) = h(x)$$

$$h'\left(\frac{1}{4}\right) = 4g\left(\frac{1}{4}\right) = -4$$

$$y = -4x + 1$$

$$4x + y - 2 = 0$$

$$4x - y - 2 = 0$$

$$h\left(\frac{1}{4}\right) = 0$$

اگر  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$  و  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2\left(\frac{\pi}{4}+h\right) - f^2\left(\frac{\pi}{4}\right)}{h}$  کدام است؟

$$\lim_{h \rightarrow 0} 3f^2\left(\frac{\pi}{4}+h\right) f'\left(\frac{\pi}{4}+h\right)$$

$$= 3f^2\left(\frac{\pi}{4}\right) f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3 \times 1 \times 1 = 3$$

خطی که از دو نقطه  $(0, -1)$  و  $(\frac{1}{3}, 0)$  می‌گذرد، بر نمودار تابع  $f$  در نقطه  $x=1$  عمود است. حاصل حد عبارت

$$m = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \rightarrow y = 3x - 1$$

$$\frac{f'(x) + f(x) - 6}{f(x)(2-2x)}$$

$$f'(1) = \frac{-1}{3}$$

$$f(1) = 2$$

$$\frac{-15}{4}$$

$$\frac{5}{12}$$

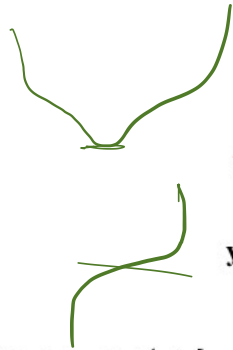
$$\frac{15}{4}$$

$$\frac{-5}{12}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x)f'(x) + f(x)}{-2f(x)} = \frac{2(2)\left(\frac{-1}{3}\right) + \left(\frac{-1}{3}\right)}{-4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{12}$$

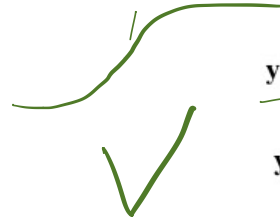
$$\frac{5}{12}$$

۱۱- کدام تابع در  $x=0$  نقطه گوشه‌ای دارد؟



$y = x^2$  (۲)

$y = x|x|$  (۴)



$y = \sqrt{x}$  (۱)

$y = |x|$  (۳)

۱۲- تابع  $f(x) = x + \frac{1}{y}|-x|$  در بازه  $(-1, 1)$  چند نقطه مشتق ناپذیر دارد؟ [ ]، نماد جزء صحیح است.

$x = -\frac{1}{2}$

$x = 0$

۳ (۲)

۱ (۴)

$f'(x) = \begin{matrix} +1 \\ -1 \end{matrix}$

۴ (۱)

۲ (۳)

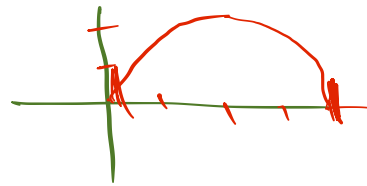
$D_f = [0, 4]$

۱۳- اگر  $f(x) = \sqrt{4x-x^2}$  باشد، دامنه تابع  $f'$  کدام است؟

$D_{f'} = (0, 4)$

$[0, 2]$  (۲)

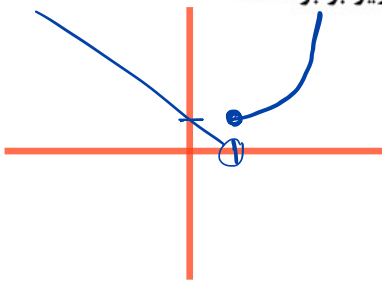
$(0, 4)$  (۴)



$[0, 4]$  (۱)

$[0, 2)$  (۳)

۱۴- اگر  $f(x) = \begin{cases} 1-x & ; x < 1 \\ x^2 - 2x + 2 & ; x \geq 1 \end{cases}$  باشد، تعداد نقاط مشتق ناپذیر تابع  $f \circ f$  با کدام یک از توابع زیر برابر است؟



$x=1$

$f(x)=1$

$y = x|x^2 - 4x|$  (۲)

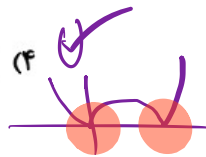
$y = |x^2 - 4x|$  (۴)

$x=0$

$x=-1$

$y = x^2 - 4|x|$  (۱)

$y = |x^2 - 4|x||$  (۳)



۱۵- خط مجانب قائم نمودار تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - ax - 1}}{x - a + 1}$  از خطوط مماس قائم بر نمودار آن، فاصله برابری دارد. مقدار  $f(a)$  کدام است؟

$\alpha$  و  $\beta$  → مماس قائم

$\gamma$  → مجانب قائم

$\frac{\alpha + \beta}{2} = \gamma$

$\frac{a}{2} = a - 1$

$a = 2$

۱ (۲)

-۱ (۴)

$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 1}}{x - 1}$  (۱)

$f(2) = \frac{-1}{1} = -1$  (۳)

V W

۱۶- تعداد نقاط مشتق ناپذیر دو تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2} + ax^2 + (3a-4)x}$  و  $g(x) = |x+1| + a - 5$  یکسان است. چند عدد طبیعی به

$a-5 < 0 \rightarrow a < 5 \Rightarrow a=1$

$a-5 \geq 0 \rightarrow a \geq 5 \rightarrow \emptyset$

$n(\frac{1}{2}x^2 + ax + 3a-4)$  جای  $a$  می توان قرار داد؟

$\Delta = a^2 - 6a + 8$



(۱) صفر

۲ (۴)

۲ (۳)

۱۷- تابع  $f(x) = (x^2 + (m+2n)x)[x^2 + nx]$  در  $x=2$  مشتق مخالف صفر دارد. اگر  $f'_+(0) = 10$  باشد، حاصل  $m-n$  کدام است؟

$f(x) = n(n+0)[x^2 + nx]$

$m+2n = -10$   
 $n < 0$

(  $|$  ) نماد جزء صحیح است.

$\frac{-n}{2} = 2 \rightarrow n = -4$   
 $m = -2$

۲ (۲)

-۲ (۴)

$-2 + 4 = 2$

۲ (۱)

-۲ (۳)



۱۸- خط  $3x - 2y = 5 + a$  در  $x=3$  بر نمودار تابع  $f$  عمود است. اگر داشته باشیم:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-2h)}{h} = a + 6$  مقدار  $f(3)$

$f(3) = 2 - \frac{a}{2} \rightarrow f'(3) + 2f'(3) = a + 6$

کدام است؟

$f'(3) = \frac{-2}{3} \rightarrow 3f'(3) - 6 = a$

-۳ (۲)

-۶ (۴)

$f(3) = 2 + \frac{8}{2} = 6$

۳ (۱)

۶ (۳)

$-2 - 6 = a \rightarrow a = -8$



۱۹- تابع  $y = x^3$  در  $x = x_0$  نمودار وارون خود را قطع می کند. عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = x^2 + \sqrt{x} - 1$  در

$D_f = [0 + \infty)$   $f'(x) = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$x = \pm 1, 0$

$x = x_0$  کدام است؟

$x = 0, 1$

$f(0) = -1 \rightarrow f'(0) = \infty$



۳ (۱)

$f(1) = 1 \rightarrow f'(1) = 2.5$



۳ (۳)

$y = 2.5x - 1.5$

۲۰- مشتق راست تابع  $f(x) = \sqrt{3x^2 - x\sqrt{1 - \cos 4x}}$  در مبدأ مختصات کدام است؟

$1 - \cos 4x = 2 \sin^2 2x$

$\sqrt{2} + 1$  (۲)

$\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{x}$

$\sqrt{2} - 1$  (۱)

$f(x) = \sqrt{3x^2 - \sqrt{2}x|\sin 2x|}$

$-(\sqrt{2}-1)$  (۴)

$-(\sqrt{2}+1)$  (۳)

$f(0) = 0$

$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{3x^2 - \sqrt{2}x|\sin 2x|}}{x} \sim \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{3x^2 - 2\sqrt{2}x^2}}{x}$

$f'_+(0) = \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$

۲۱- جمله دهم دنباله هندسی  $a_n: -\frac{1}{4}, 1, \dots$  چند برابر جمله دوازدهم دنباله حسابی  $b_n: -\frac{1}{4}, 1, \dots$  است؟

$$b = \frac{-1}{2}$$

$$d = \frac{3}{2}$$

$$\frac{2^8}{24} = 2^4 = 16$$

$$16 \text{ (۲)}$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$q = -2$$

$$\frac{256}{13} \text{ (۱)}$$

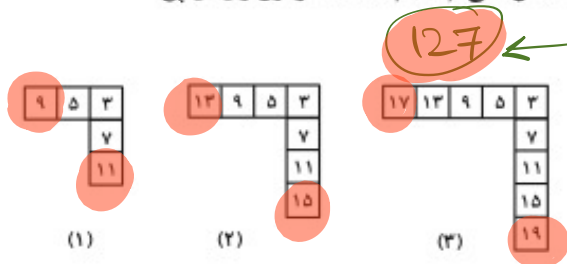
$$b_{12} = \frac{-1}{2} + 11\left(\frac{3}{2}\right) = 16 = 2^4$$

$$-22 \text{ (۴)}$$

$$a_{10} = \frac{-1}{2} \times (-2)^9 = 2^8$$

$$\frac{512}{13} \text{ (۳)}$$

۲۲- با توجه به الگوی زیر، مجموع بزرگترین اعداد سطر و ستون در شکل سی‌ام کدام است؟ آزمون وی ای پی



$$b: 9, 13, 17$$

$$4 \quad 4$$

$$4n + 5$$

$$256 \text{ (۱)}$$

$$244 \text{ (۲)}$$

$$248 \text{ (۳)}$$

$$252 \text{ (۴)}$$

۲۳- جملات دوم، ششم و نهم دنباله  $t_n = an^2 + bn + c$  به ترتیب برابر با ۴، ۱۳ و ۲۵ است. حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

$$4 = 4a + 2b + c$$

$$13 = 36a + 6b + c$$

$$25 = 81a + 9b + c$$

$$9 = 32a + 4b$$

$$12 = 45a + 3b$$

$$\frac{7}{4} = 7a$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{4} = 8a + b$$

$$4 = 15a + b$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$b = \frac{1}{4}$$

$$\frac{7}{4} = 7a$$

$$\frac{5}{2} = c$$

$$4 = 1 + \frac{1}{2} + c$$

$$c = \frac{5}{2}$$

۲۴- جمله‌های اول، دوم و چهارم یک دنباله حسابی، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. در دنباله هندسی مجموع بیست

$$q = \frac{m-n}{n-t} = \frac{4-2}{2-1} = 2$$

جمله اول چند برابر مجموع ده جمله اول است؟

$$\frac{S_{20}}{S_{10}}$$

$$= \frac{S_{2n}}{S_n} = q^n + 1$$

$$513 \text{ (۲)}$$

$$511 \text{ (۴)}$$

$$\frac{S_{20}}{S_{10}} = 2^{10} + 1$$

$$= 1025$$

$$1025 \text{ (۱)}$$

$$1023 \text{ (۳)}$$

۲۵- در دنباله حسابی  $\dots, -5, -1, 3$  مجموع بیست جمله نخست با شماره جملات مضرب ۳ کدام است؟

$$n = 3k$$

$$-860 \text{ (۲)}$$

$$-940 \text{ (۴)}$$

$$-4$$

$$-2380 \text{ (۱)}$$

$$-1560 \text{ (۳)}$$

$$a_n = -4n + 7$$

$$a_{3k} = -12k + 7$$

$$a_3 = -5$$

$$d = -12$$

$$S_{20} = 10(-10 + 17(-12)) = -2380$$

$$-10 - 228$$

$$-238$$

۲۶- ۱۰ عضو از اعضای مجموعه  $A = \{10, 11, 12, \dots, 100\}$  را انتخاب می‌کنیم به طوری که این اعداد تشکیل دنباله حسابی بدهند.

$$a_{10} \leq 100 \rightarrow a + 9d \leq 100$$

$$d > 8 \rightarrow d \geq 9$$

$$9d \geq 81$$

$$a \leq 100 - 81 \rightarrow a \leq 19 \rightarrow a \geq 10$$

در چند حالت قدرنسبت دنباله بزرگتر از ۸ است؟

۱۱ (۴)  $10 - 19$  ۱۰ (۱) ✓  
 ۱۲ (۴)  $19 - 10 + 1 = 10$  ۱۲ (۴)

$$\frac{3^{3m} \times 2^m \times 2^{3n} \times 3^n}{2^{4m} \times 3^m \times 3^{2n} \times 2^n} = 6$$

۱۱ (۴)  $3^{2m-n} \times 2^{2n-3m} = 3 \times 2$  ۸ (۱) ✓  
 ۱۲ (۴)  $\begin{cases} 2m-n=1 \\ 2n-3m=1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} m=3 \\ n=5 \end{matrix}$  ۵ (۴)

۲۸- حاصل عبارت  $\frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{18}} + \frac{1}{4+\sqrt{12}}$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{7}-2}{3} + \frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{3} + \frac{\sqrt{18}-\sqrt{10}}{3} + \frac{4-\sqrt{12}}{3} = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3}$$

۲۹- اگر  $A = \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$  باشد، حاصل  $\sqrt{A+5} + \frac{2}{A}$  کدام است؟

$$A = \sqrt{6} + \sqrt{2} \quad \left| \quad A + \frac{4}{A} + 5 = 2\sqrt{6} + 5 \right.$$

$$\frac{4}{A} = \sqrt{6} - \sqrt{2} \quad \left| \quad \sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \right.$$

۳۰- اگر  $x = a$  جواب بزرگتر معادله  $(x-3)(x+5) = 18x - 40$  باشد، حاصل  $\sqrt{a} - \frac{5}{\sqrt{a}}$  کدام است؟

$$x^2 + 2x - 15 = 18x - 40$$

$$x^2 - 16x + 25 = 0$$

$$x = a = 8 + \sqrt{39}$$

$$\sqrt{A+B} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} + \sqrt{\frac{A-C}{2}}$$

$$C^2 = A^2 - B$$

$$\sqrt{8 + \sqrt{39}}$$

$$c^2 = 64 - 39 = 25$$

$$c = 5$$

$$\sqrt{8 + \sqrt{39}} = \sqrt{\frac{8+5}{2}} + \sqrt{\frac{8-5}{2}} = \sqrt{6.5} + \sqrt{1.5}$$

$$\frac{5}{\sqrt{a}} = \frac{5}{\sqrt{6.5} + \sqrt{1.5}} = \frac{5}{5} (\sqrt{6.5} - \sqrt{1.5})$$

$$= \sqrt{6.5} - \sqrt{1.5}$$

$$\sqrt{6.5} + \sqrt{1.5} - \sqrt{6.5} + \sqrt{1.5} = 2\sqrt{1.5} = \sqrt{4 \cdot 1.5} = \sqrt{6}$$