

۱- در دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، مجموع جملات بیست و یکم تا سیام، $\frac{3}{2}$ برابر مجموع بیست جمله اول این دنباله است، کدام جمله

این دنباله، برابر صفر است؟

$$S_{30} - S_{20} = \frac{r_0}{2} [2a_1 + 29d] - \frac{r_0}{2} [2a_1 + 19d]$$

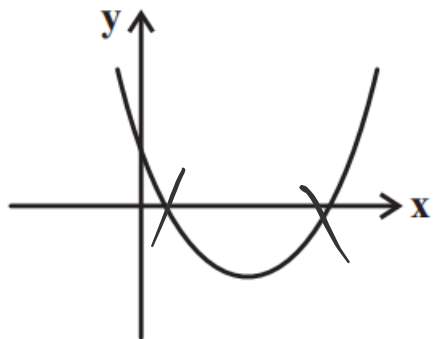
$$= r_0 a_1 + 29r_0 d - r_0 a_1 - 19r_0 d = 10r_0 a_1 + 10r_0 d$$

$$S_{20} = 20a_1 + 190d$$

$$10a_1 + 100d = \frac{r_0}{2} (20a_1 + 190d) \Rightarrow r_0 a_1 = -10d$$

$$\Rightarrow a_1 = -2d$$

$$\Rightarrow a_1 + 2d = 0$$



۲- نمودار روبه‌رو مربوط به کدام سهمی می‌تواند باشد؟

~~$y = 2x^2 - 2x + 3$ (۱)~~

~~$y = x^2 - 5x + 3$ (۴)~~

~~$y = 2x^2 + 7x - 1$ (۱)~~

~~$y = 2x^2 + 5x + 3$ (۳)~~

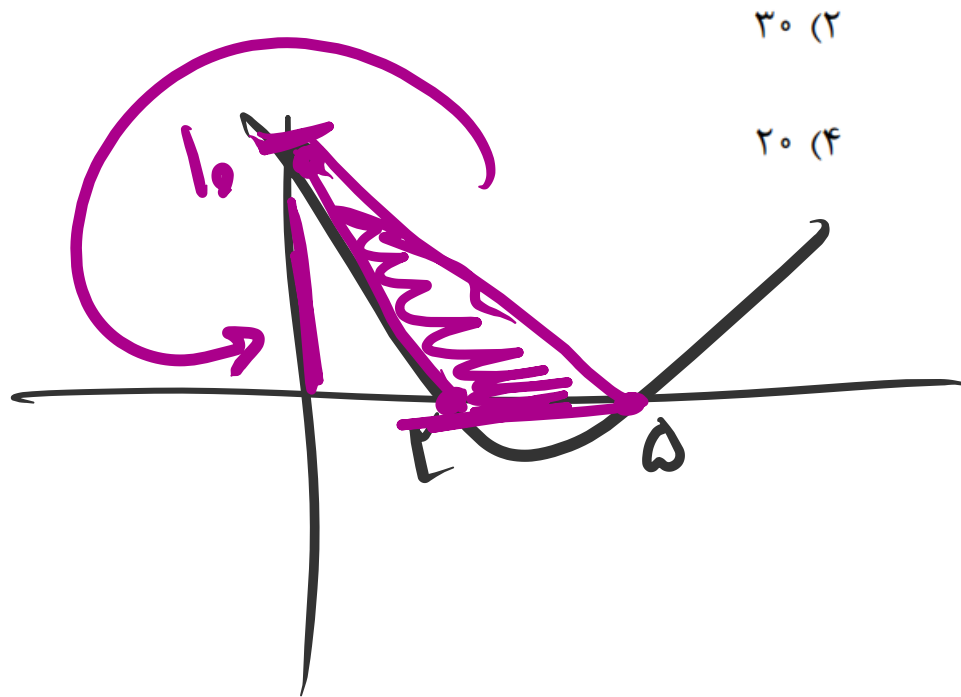
$\Delta > 0$

$S > 0 \rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \rightarrow b < 0$

$P > 0 \rightarrow \frac{c}{a} > 0 \rightarrow c > 0$

$$\underbrace{(x-2)(x-5)}_{n=2} < \begin{matrix} n=2 \\ n=5 \end{matrix}$$

۳- مساحت مثلثی که رئوس آن حاصل برخورد منحنی $f(x) = x^2 - 7x + 10$ با محورهای مختصات است، کدام است؟



۳۰ (۲)

۲۰ (۴)

۱۰ (۱)

۱۵ (۳)

$$S = \frac{1}{2} (2) (10) = 10$$

۴- مجموع ریشه‌های معادله $x^2 + \frac{1}{x(x+1)} + x - 2 = 0$ کدام است؟

(۲) $\sqrt{5}$

(۱) ۱

$$t + \frac{1}{t} - 2 = 0 \xrightarrow{\times t} t^2 - 2t + 1 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-1) = 0 \Rightarrow \underline{t=1}$$

$$x^2 + x = 1 \rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \quad S = -\frac{b}{a} = -1$$

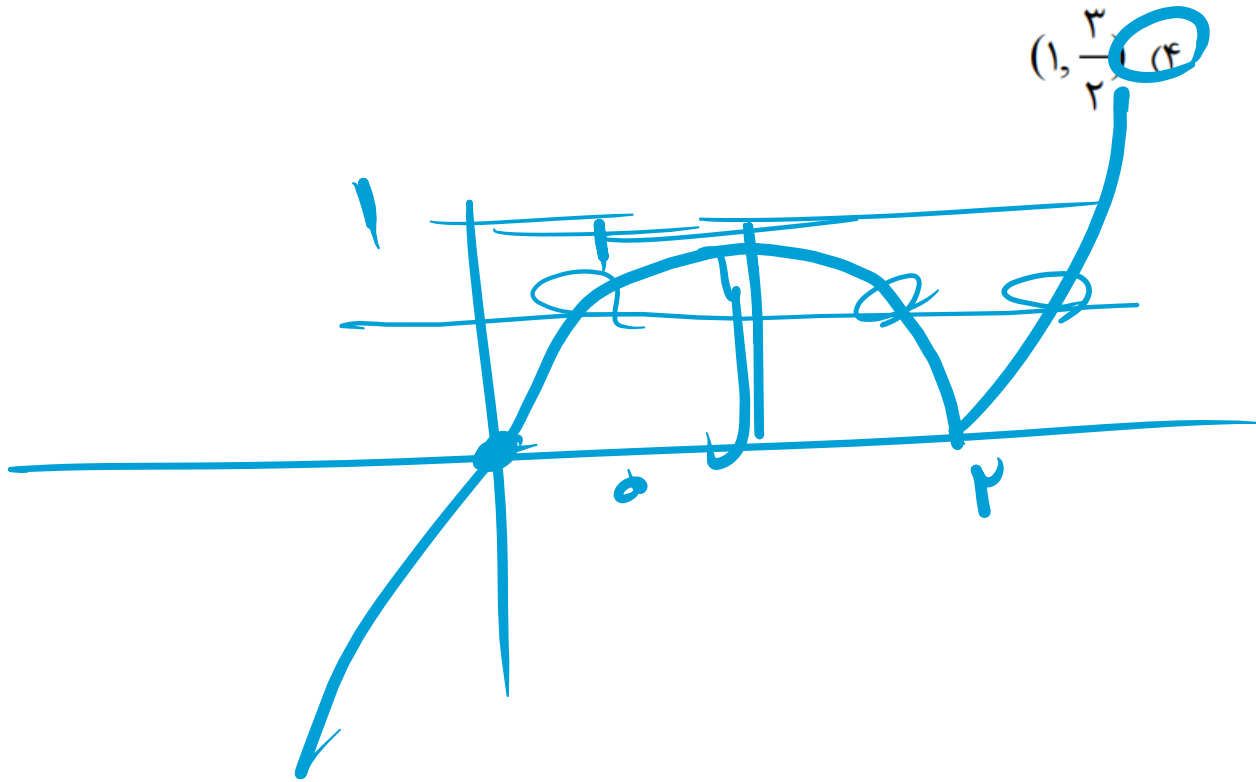
۵- به ازای کدام مجموعه مقادیر k ، معادله $|x - 2| = 3 - 2k$ سه جواب دارد؟ آزمون وی ای پی

(۲) (۰, ۱)

(۱) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

(۴) $(1, \frac{3}{2})$

(۳) $(-1, \frac{1}{2})$



$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x < 2 \end{cases}$$

$$x - 2 = 3 - 2k$$

$$-x + 2 = 3 - 2k$$

$$|3 - 2k| < 1 \rightarrow \frac{3}{2} < k < 2$$

$$y + 2x - 4 = 0 \quad y + 2x + 3 = 0$$

$$\begin{matrix} a = 2 \\ b = 1 \end{matrix} \quad \text{معا}$$

۶- خط l از دو خط L_1 و L_2 به معادلات $y + 2x = -3$ و $y = -2(x - 2)$ به یک فاصله است. کدام نقطه بر روی خط l قرار دارد؟

$$\left(-\frac{3}{4}, -1\right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right) \quad (1)$$

$$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (4)$$

$$\left(1, -\frac{3}{2}\right) \quad (3)$$

$$\frac{|3 - c|}{\sqrt{c + 1}} = \frac{|-4 - c|}{\sqrt{c + 1}} \Rightarrow |3 - c| = |-4 - c| \Rightarrow 3 - c = \pm(-4 - c)$$

$$\begin{cases} 3 - c = -4 - c \\ c = -\frac{1}{2} \\ 3 - c = 4 + c \end{cases}$$

$$L: 2x + y - \frac{1}{2} = 0$$

$$\begin{matrix} \left(\frac{1}{2}, 0\right) \quad \times \\ \left(-\frac{3}{4}, -1\right) \quad \times \\ \left(1, -\frac{3}{2}\right) \quad \checkmark \end{matrix}$$

۷- اگر $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - a}$ و $g(x) = \frac{x - 1}{bx^2 + 4x + 1}$ و دامنه توابع f و g برابر باشند، a کدام است؟

$$a = a$$

!

$$\Delta = 0$$

$$14 - 4b = 0$$

$$b = \frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{4} \text{ یا } \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{4} \text{ یا } -\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \text{ یا } -\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{4} \text{ یا } \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$g(x) = \frac{x-1}{bx^2+4x+1} = \frac{x-1}{(x+\frac{1}{2})^2}$$

$$Dg = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2} \right\} \subseteq \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2} \right\} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

۸- برد تابع $y = 2 + \sqrt{1 - x^2}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴) صفر

۳ (۳)

$$x^2 \geq 0 \rightarrow 1 - x^2 \leq 1 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 0 \leq \sqrt{1 - x^2} \leq 1 \xrightarrow{+2} 2 \leq 2 + \sqrt{1 - x^2} \leq 3$$

y

۹- با فرض $f(x) = x + [1-x]$ ، برد تابع $y = [f(x)]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$1 + [-x]$$

$$0 \leq x - [x] < 1 \quad \checkmark$$

$$\{0, 1\} \quad (2)$$

$$(-1, 1] \quad (4)$$

$$\{1\} \quad (1)$$

$$[0, 1) \quad (3)$$

$$0 \leq -x - [-x] \leq 1 \rightarrow -1 < x + [-x] \leq 0$$

$$\rightarrow 0 < \underbrace{x + 1 + [-x]} \leq 1$$

$$[f(x)] = a \quad b \quad [f(x)] = 1$$

۱۰ - مجموعه مقادیر a کدام باشد تا تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x > 0 \\ a & ; x = 0 \\ 2x - 1 & ; x < 0 \end{cases}$ وارون پذیر باشد؟

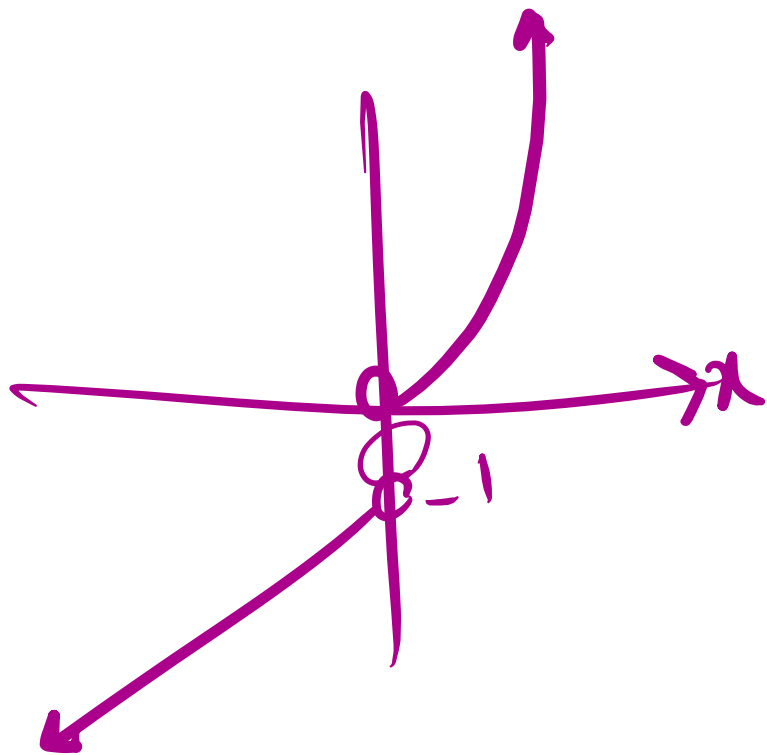
$[-1, 0]$ (۲) ✓

$[-2, 0]$ (۱)

$(-2, 0)$ (۴)

$(-1, 0)$ (۳)

$a \in [-1, 0]$



۱۱- چند تابع یک به یک با دامنه $A = \{a, b, c, d, e, g\}$ و هم دامنه $B = \{m, n, p, q, r, s, t\}$ می توان نوشت به طوری که $f(a) = p$ و

$f(e) \neq m$ باشد؟

(۲) 6^5

(۱) 7^5

$f = \{ (a, p), (b, m), (c, e), (d, r), (e, d), (g, r) \}$

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 5 \times 4!$

۱۲- اگر دامنه تابع $y = \Delta f(3x-1) + 4$ به صورت $[-2, 6]$ باشد، دامنه $y = f(x)$ به صورت $[a, b]$ است، $b-a$ کدام است؟ (\quad) ، نماد D_f

جزء صحیح است.

۲۴ (۱)

۲۶ (۳)

۲۵ (۲)

$$-2 \leq x \leq 6 \rightarrow -4 \leq 3x \leq 18 \Rightarrow -7 \leq 3x-1 \leq 17$$

$[-7, 17]$

$$-7 \leq [x] \leq 17$$

$$-7 \leq x \leq 18$$

$$\begin{cases} a = -7 \\ b = 18 \end{cases}$$

$$\rightarrow 18 - 7 = 11$$

$$y=x$$

۱۳- دو تابع $f(x) = ax^2 + 3x - b$ و $g(x) = a - x$ روی نیمساز ربع اول در نقطه‌ای به طول ۱ متقاطع‌اند. حاصل $(\frac{2f-g}{f \circ g})(2)$ کدام است؟

$$(1,1) \left\{ \begin{array}{l} g = a - 1 = 1 \rightarrow a = 2 \quad \text{①} \\ f \Rightarrow a + 3 - b = 1 \Rightarrow b = 3 \end{array} \right.$$

-۴ (۱)

۴ (۴)

۵ (۳)

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 3$$

$$g(x) = 2 - x$$

\Rightarrow

$$\frac{2f(x) - g(x)}{f \circ g(x)}$$

$$= \frac{2 \cdot 0 - 0}{-3}$$

$$= \frac{2 \cdot 0}{-3} = -\frac{2}{3}$$

۱۴- اگر $f(x) = 2^x$ و $g(x) = [x] + [-x]$ و $h(x) = x - [x]$ ، برد تابع $(fog)(x)$ و $(foh)(x)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ []

(۲) $\{1, 2\}, \{1\}$

نماد جزء صحیح است.
(۱) $\{1, \frac{1}{2}\}, \{1, 2\}$

(۳) $\{1, \frac{1}{2}\}, \{1, 2\}$

$$f \circ g = 2^{[x] + [-x]} = \begin{cases} 2^0 = 1 & n \in \mathbb{Z} \\ 2^{\pm \frac{1}{2}} & n \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$0 \leq x - [x] < 1$$

$$f \circ h = 2^{x - [x]} \rightarrow 0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow 2^0 \leq 2^{x - [x]} < 2^1 \Rightarrow 1 \leq 2^{x - [x]} < 2$$

$$f \circ \left(\frac{1}{f}\right)^{-1} \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{9}{2} \left(\frac{2}{3}\right) = 3 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

۱۵- تابع $f = \{(1, 4), (-1, 3), (0, 2), (-5, 0), (2, 6)\}$ مفروض است. اگر $(f \circ \left(\frac{1}{f}\right)^{-1})(a) = \frac{9}{2}a$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$\frac{1}{2} a$$

$$\begin{pmatrix} 2 & | & 1 \\ 3 & & \end{pmatrix}$$

$$1 \quad 3 \quad \rightarrow a$$

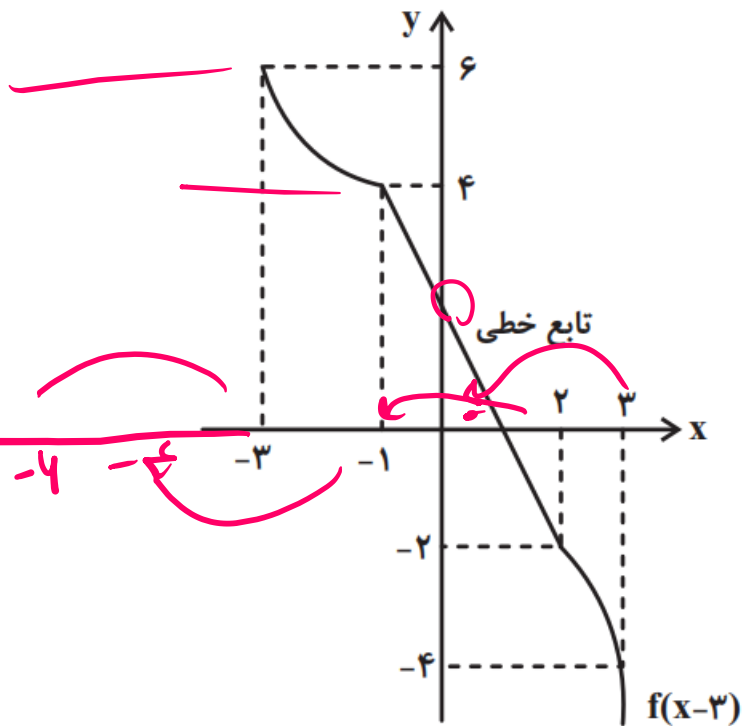
$$\frac{1}{f} = \left\{ \left(\frac{1}{4}, 1\right), \left(\frac{3}{2}, -1\right), \left(\frac{2}{3}, 0\right), \left(\frac{4}{6}, 2\right) \right\}$$

$$\frac{1}{f} = \left\{ \left(\frac{1}{4}, 1\right), \left(\frac{3}{2}, -1\right), (0, 2), \left(\frac{2}{3}, 4\right) \right\}$$

$$\Rightarrow f \circ \left(\frac{1}{f}\right)^{-1} = \left\{ \left(\frac{1}{2}, 4\right), \left(\frac{2}{3}, 3\right) \right\}$$

و $(1, 2)$ و $(4, 1)$

$$\left(\frac{1}{f}\right)^{-1} = \left\{ \left(\frac{1}{4}, 1\right), \left(\frac{2}{3}, -1\right), (4, -1), \left(\frac{1}{2}, 2\right) \right\}$$



۱۶- نمودار تابع $y = f(x-3)$ به صورت زیر می باشد. حاصل $\frac{f^{-1}(4) + 2f^{-1}(6)}{f^{-1}(-2) - f^{-1}(4)}$ کدام است؟

$$f(-2) = 4 \Rightarrow f^{-1}(4) = -2$$

$$f^{-1}(-2) = -1 \rightarrow f(-1) = 4$$

$$f^{-1}(4) = -4$$

۱ (۱)

-۱ (۲)

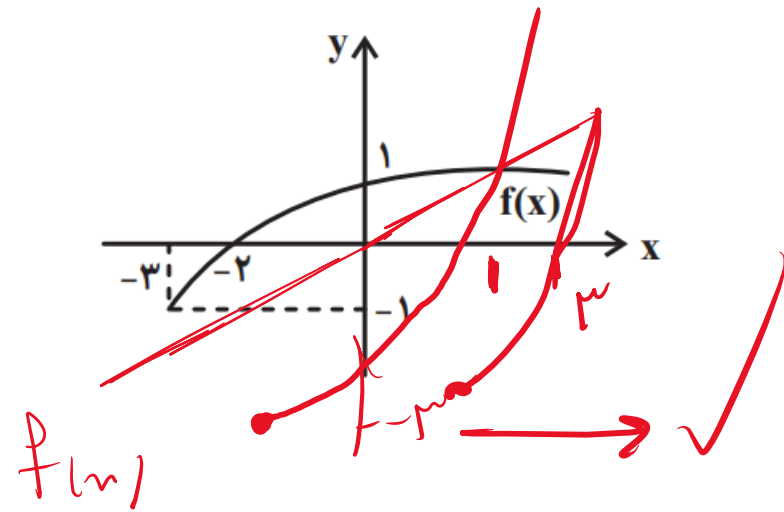
۲ (۳)

-۲ (۴)

$$\begin{matrix} (-1, 4) \\ (-2, -2) \end{matrix} \quad m = \frac{4 - (-2)}{-1 - (-2)} = -2$$

$$y = -2x + -4$$

$$-2x = 4 \Rightarrow x = -2 \rightarrow$$



۱۷- اگر نمودار $f(x)$ به شکل مقابل باشد، دامنه $y = \sqrt{f^{-1}(x-2)}$ کدام است؟

$[1, +\infty)$ (۲)

$[3, +\infty)$ (۱)

$[-1, 1]$ (۴)

$[-1, +\infty)$ (۳)

گذاشته اند که $f(x) = \begin{cases} x+1 & ; x > 0 \\ x-1 & ; x \leq 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x & ; x \geq -2 \\ x-2 & ; x < -2 \end{cases}$ باشد، حاصل $f+2g$ به ازای $x=f(0)$ کدام است؟

$$f(0) = 0 - 1 = -1$$

$$\begin{matrix} -4 & (2) \\ 2 & (4) \end{matrix}$$

$$2(1)$$

$$-6(3)$$

$$f+2g(-1) = f(-1) + 2g(-1) = -2 + 2(-1) = -4$$

$$n_1 + n_2 = 1 \quad \checkmark$$

تغییر

۱۹- مجموع جوابهای معادله $\sqrt{3^{2x} + 1} = \sqrt{\frac{91}{9} - 3^{-2x}}$ کدام است؟

(۲) -۱

(۱)

$$3^{2x} + 1 = \frac{91}{9} - 3^{-2x}$$

(۴) صفر

(۳) ۲

$$\Rightarrow 3^{2x} + 3^{-2x} = \frac{91}{9} + 1 \Rightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = \frac{100}{9}$$

$$\Rightarrow 3^x + 3^{-x} = \pm \frac{10}{3} \Rightarrow 3^x + 3^{-x} = \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow 3^x = t \Rightarrow t + \frac{1}{t} = \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow t^2 - \frac{10}{3}t + 1 = 0$$

$$\Delta = \frac{100}{9} - 4 = \frac{44}{9} \Rightarrow \pm \frac{2\sqrt{11}}{3}$$

$$t = \frac{10}{3} \Rightarrow 3^x = \frac{10}{3} \Rightarrow x = 1$$

$$t = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = -1$$

$$t = r^n + r^{-n} \xrightarrow{\text{توان}} t^r = (r^n + r^{-n})^r = r^n + r^{-n} + r = \underbrace{\wedge}_t t^r$$

۲۰- اگر $4^x + 4^{-x} = 8$ باشد، حاصل $8^x + 8^{-x}$ کدام است؟

۳√۱۰ (۲)

۲√۵ (۱)

۹√۱۰ (۴)

۷√۱۰ (۳)

$$t^r = 10 \Rightarrow \underbrace{t = \sqrt{10}}$$

$$8^n + 8^{-n} = \underbrace{(r^n + r^{-n})}_{\sqrt{10}} \underbrace{(r^n + r^{-n} - 1)}_{n-1} = 7\sqrt{10}$$