

۱- به ازای چه مقادیری از  $x$ ، عدد ۳ عضو بازه  $[x+3, 2x-1]$  است، ولی عدد ۴ عضو این بازه

$$2x-1 < 3 \leq x+3 < 4$$

نیست؟

$[0, 1)$ ✓	$2x < 4 \Rightarrow x < 2$	} $\cap \rightarrow 0 \leq x < 1$	$(0, 1)$ (۱)
	$x \geq 0$		
$[0, 2)$ (۴)	$x < 1$		$[1, 2)$ (۳)

۲-  $\frac{2}{5}$  از اعضای مجموعه  $A$  با  $\frac{1}{5}$  از اعضای مجموعه  $B$  اشتراک دارند، اگر  $n(A \cup B) = 52$  باشد، تعداد اعضایی که فقط در مجموعه  $B$

می باشند، کدام است؟

۳۵ (۴)

۳۴ (۳)

۳۳ (۲)

۳۲ ✓ (۱)

$$\frac{2}{5} n(A) = \frac{1}{5} n(B) = n(A \cap B) = K \Rightarrow \begin{cases} n(A) = \frac{5}{2} K \\ n(B) = 5K \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = \frac{15}{2} K - K = \frac{13}{2} K = 52$$

$$K = \frac{2}{13} \times \frac{52}{2} = 4$$

$$n(B) - n(A \cap B) = 20 - 4 = 16$$

۳- جملات اول، دوم و پنجم یک دنباله حسابی، سه جمله اول یک دنباله درجه دوم هستند. جمله چهارم دنباله درجه دوم، جمله پنجم دنباله

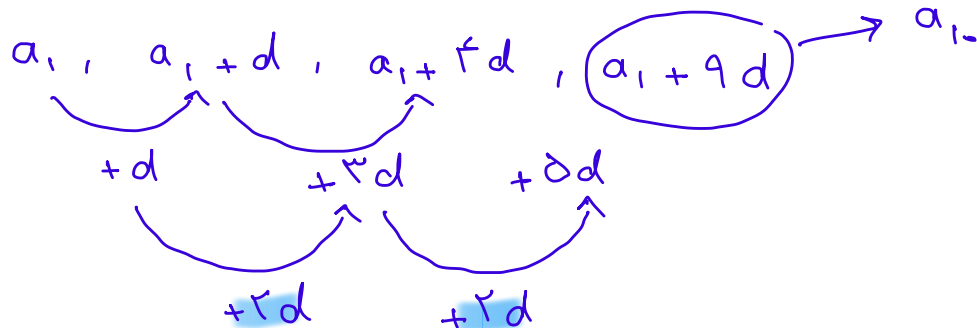
حسابی است؟

دوم ✓

سه

پنجم

اول



۴- در یک دنباله هندسی با جمله عمومی  $a_n = 2^{an+b}$ ، جمله پنجم برابر ۱۲۸ و قدرنسبت ۴ می باشد. حاصل  $a-b$  کدام است؟

۴ -۵

۳ ✓

۲

۱ -۱

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_5 = a_1 \times 4^4 = 128 \Rightarrow a_1 = \frac{128}{256} = \frac{1}{2}$$

$$2^{an+b} = \frac{1}{2} \times 4^{n-1} = 2^{-1} \times 2^{2n-2} = 2^{2n-3} \rightarrow b$$

$$a-b = 2 - (-3) = 5$$

۵- اگر اعداد  $\frac{2}{a+b}$ ،  $\frac{1}{b}$ ،  $\frac{2}{b+c}$  جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، در این صورت کدام گزینه می‌تواند جملات متوالی یک دنباله هندسی باشد؟  $(a, b, c > 0)$

$\sqrt{c}, \sqrt{b}, \sqrt{a}$  ✓

$c, \sqrt{b}, a$  (۳)

$\sqrt{c}, \sqrt[3]{b}, \sqrt{a}$  (۲)

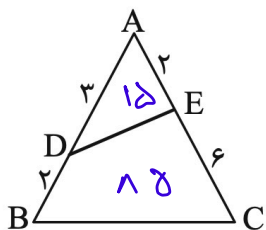
$b, c, a$  (۱)

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+b} \Rightarrow \left(\frac{1}{b}\right) = \frac{a+b+b+c}{ab+b^2+ac+bc} = \frac{2b+a+c}{bc}$$

$$\cancel{ab} + b^2 + ac + \cancel{bc} = 2b^2 + \cancel{ab} + \cancel{bc} \Rightarrow b^2 = ac$$

$$\boxed{b = \sqrt{ac}}$$

۶- در شکل روبه‌رو مساحت چهارضلعی BDEC چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



۸۰ (۲)

۸۵ ✓

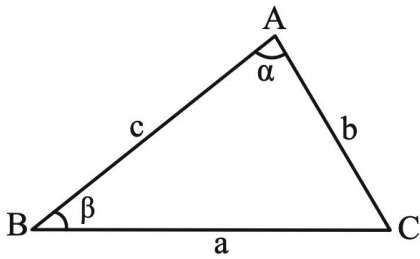
۷۰ (۴)

۷۵ (۳)

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \sin A}{\frac{1}{2} \times 4 \times 9 \times \sin A} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} = 33.33\%$$

$$\frac{18}{100} \times 100 = 18$$

۷- در مثلث شکل زیر  $2 \sin \alpha = 3 \sin \beta$  است. حاصل  $\frac{a}{b}$  کدام است؟



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} \checkmark$$

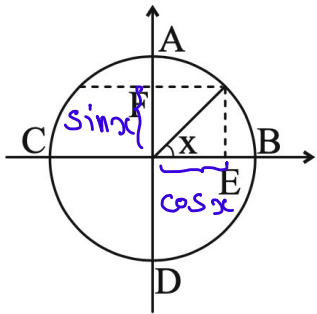
$$\frac{5}{4} \quad (1)$$

$$\frac{5}{3} \quad (2)$$

$$\frac{6}{5} \quad (3)$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2}$$

۸- در دایره مثلثاتی مقابل حاصل  $EB \times EC + AF \times FD$  همواره برابر با کدام گزینه است؟ (همه عبارات تعریف شده هستند.)



$$\begin{aligned} & (1 - \cos x)(1 + \cos x) + (1 - \sin x)(1 + \sin x) \\ &= 1 - \cos^2 x + 1 - \sin^2 x \\ &= 2 - (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 \end{aligned}$$

$$\sin x + \cos x \quad (1)$$

$$\sin^2 x \quad (2)$$

$$\tan x \cdot \cot x \quad (3) \checkmark$$

$$\cos^2 x \quad (4)$$

۹- اگر  $\frac{\sin x \cos x + 2 \sin x}{1 - \cos^2 x} < 0$  و  $\frac{1}{\cos x} - \tan x \sin x < 0$  باشد، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه قرار دارد؟ ( $\sin x, \cos x \neq 0$ )

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

$$\sin^2 x > -$$

$$\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin^2 x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x}{\cos x} > 0$$

$< 0$

(۲) | (۳)

$$\sin x (\cos x + 2)$$

$< 0$        $> 0$

(۳) | (۴)

۱۰- خط  $L$  از نقطه  $(0, -3)$  می‌گذرد و با جهت مثبت محور  $x$  زاویه  $37^\circ$  می‌سازد. مساحت مثلثی که از برخورد این خط با محورهای

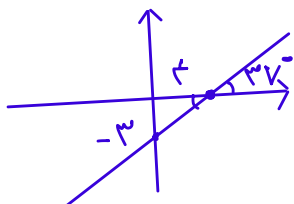
مختصات به وجود می‌آید، کدام است؟ ( $\cot 37^\circ = \frac{4}{3}$ )

۶ (۴)

۱۲ (۳)

۴ (۲)

$\frac{3}{4}$  (۱)



$$\frac{4 \times 3}{2} = 6$$

۱۱- اگر  $-30^\circ < \alpha < 30^\circ$  باشد، کمترین مقدار عبارت  $5 - 8 \cos^2 \alpha$  کدام است؟

صفر (۴)

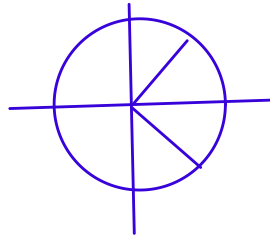
-۱ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱) ✓

$$-40^\circ < 2\alpha < 40^\circ$$

$$\frac{1}{2} < \cos^2 \alpha < 1$$



$$-8 < -8 \cos^2 \alpha < -4$$

$$-3 < 5 - 8 \cos^2 \alpha < 1$$

۱۲- در صورتی که داشته باشیم  $\sqrt[4]{\tan x} + \sqrt[4]{\cot x} = 3$ ، حاصل  $\sin x \cos x$  کدام است؟

$\frac{1}{79}$  (۴)

$\frac{-1}{79}$  (۳)

$\frac{-1}{47}$  (۲)

$\frac{1}{47}$  (۱) ✓

$$\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x} + 2 = 9$$

$$\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x} = 7 \Rightarrow \tan x + \cot x + 2 = 49$$

$$\Rightarrow \tan x + \cot x = 47 \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 47 \Rightarrow$$

$$\sin x \cos x = \frac{1}{47}$$

۱۳- اگر  $0 < a < \sqrt[3]{a}$  باشد، حاصل عبارت  $|a - a^2| + |a^2 - a^3| - |a - a^3|$  همواره کدام است؟

Choose sidebar display

$$-1 < a < 0$$

$2(a^3 - a)$  (۴)

$2(a^2 - a^3)$  (۳) ✓

$2a$  (۲)

(۱) صفر

$$-a + a^2 + a^2 - a^3 + a - a^3 = 2a^2 - 2a^3 = 2(a^2 - a^3)$$

۱۴- حاصل عبارت  $A = \sqrt[3]{3\sqrt{3}}(\sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}})$  کدام است؟

$$\sqrt[3]{\sqrt{3^3}} \quad (\sqrt{3}-1)^2 \quad (\sqrt{3}+1)^2$$

۱۲ (۴)

$3\sqrt{3}$  (۳)

$$\sqrt[3]{3^3} = \sqrt{3} \quad (۲)$$

۶ (۱) ✓

$$2\sqrt{3}$$

$$A = \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1) = 4$$

۱۵- هرگاه  $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 2$  و  $xy = \frac{1}{4}$  باشد، آنگاه  $x^3 + y^3$  کدام است؟

۱۲۱/۲۵ ✓

۱۲۲/۵ (۳)

۱۲۱/۷۵ (۲)

۱۲۳/۲۵ (۱)

$$\delta \quad 24, 25 \rightarrow 25$$

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = \delta(24, 25) = 121, 25$$

$$x+y - 2\sqrt{xy} = 2 \Rightarrow x+y = \delta \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 25$$

$$x^2 + y^2 = 24, 25$$

۱۶- اگر  $x = \sqrt[4]{5 - 2\sqrt{6}}$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $(x + \frac{1}{x} + \sqrt{2})^2 (x + \frac{1}{x} - \sqrt{2})^2$  همواره کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ ✓

۱۰ (۱)

$$\left(x + \frac{1}{x} + \sqrt{2}\right)^2 \left(x + \frac{1}{x} - \sqrt{2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\right)^2 = x^4 + \frac{1}{x^4} + 2$$

$$\Rightarrow \delta - 2\sqrt{6} + \frac{1}{\delta - 2\sqrt{6}} + 2 = \delta - 2\sqrt{6} + \delta + 2\sqrt{6} + 2 = 12$$

$$\frac{1}{\delta - 2\sqrt{6}} \times \frac{\delta + 2\sqrt{6}}{\delta + 2\sqrt{6}} = \frac{\delta + 2\sqrt{6}}{1}$$



۱۷- اگر  $x=2$  یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم  $ax^2 + (2a-1)x - 6a = 0$  باشد، ریشه بزرگتر معادله  $ax^2 + (3a-1)x - 24 = 0$  چند

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$3a + 3a - 2 - 6a = 0$$

$$(x+6)(x-4) = 0 \quad \begin{cases} x = -6 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

برابر ریشه کوچکتر آن است؟

$$\frac{4}{-6} = \frac{-2}{3}$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{-3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

۱۸- اگر عبارت درجه دوم  $2ax^2 + ax + 3$  یک عبارت مربع کامل باشد، مجموع ریشه‌های معادله  $x^2 - ax + 23 = 0$  کدام است؟

$$-23 \quad (4)$$

$$23 \quad (3)$$

$$\Delta = 0$$

$$-24 \quad (2)$$

$$24 \quad (1)$$

$$a^2 - 24a = 0$$

$$a(a - 24) = 0 \quad \begin{cases} a = 0 \quad X \\ a = 24 \end{cases}$$

$$x^2 - 24x + 23 = 0 \quad \begin{cases} x = 1 \\ x = 23 \end{cases}$$

