

# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۹۱- فاصله نقطه  $A(2, -2)$  از خط  $y = 3x + 2$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{10}}{2} \text{ (۴)}$$

$$2\sqrt{5} \text{ (۳)}$$

$$\sqrt{5} \text{ (۲)}$$

$$\sqrt{10} \text{ (۱) } \checkmark$$

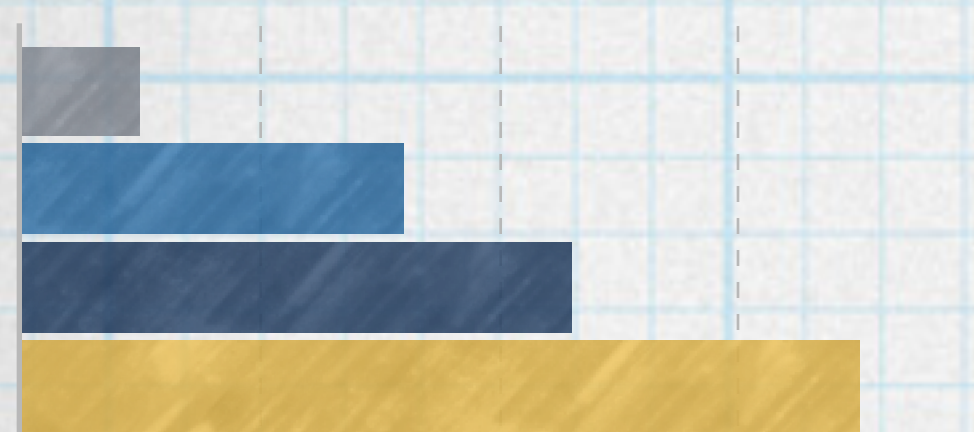
$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow$$

$$ax + by + c = 0$$

$$\begin{array}{l} | x_0 \\ | y_0 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y + 2 = 0 \\ A \begin{array}{l} 2 \\ -2 \end{array} \end{array} \right\}$$

$$\frac{6 + 2 + 2}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

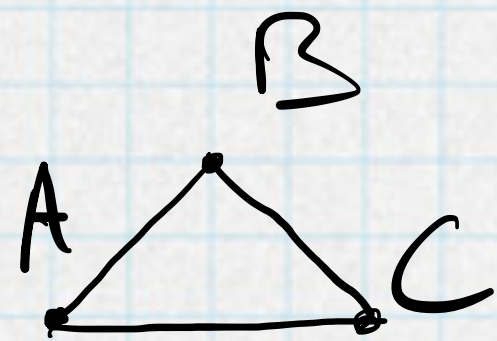


# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۹۲- رأس های مثلث ABC روی نقاط  $A(1,1), B(3,3), C(5,1)$  قرار دارد. نوع مثلث ABC کدام است؟

(۱) فقط متساوی الساقین (۲) فقط قائم الزاویه (۳) قائم الزاویه متساوی الساقین (۴) متساوی الاضلاع



$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{4^2 + 0} = 4$$

$$AC^2 = BC^2 + AB^2$$

$$16 = 8 + 8$$

# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۹۳- اگر  $f(3) = f'(3) = 2$  و  $g'(2) = 4$ ، مقدار  $(g \circ f)'(3)$  کددام است؟

۸ (۴) ✓

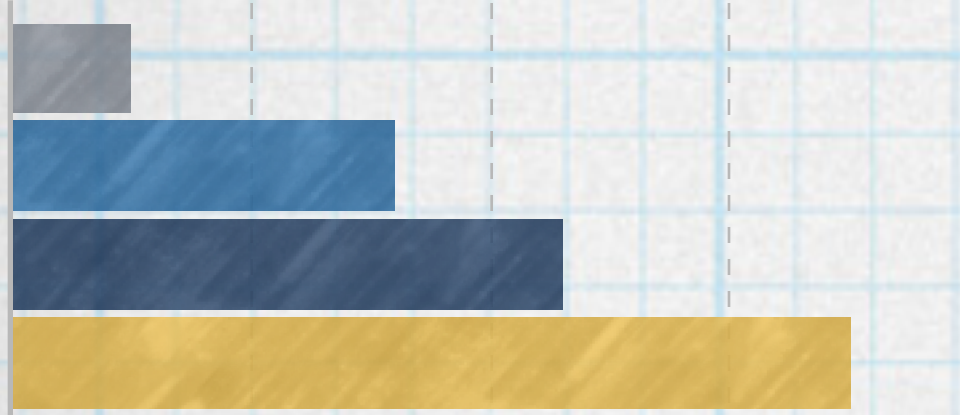
۶ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

$$(g \circ f)'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x))$$

$$f'(3) \cdot g'(f(3)) = f'(3) \cdot g'(2) = 2 \times 4 = 8$$



# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۹۴ - اگر  $f(x) = 2x\sqrt{x+2}$  مقدار  $f''(2)$  کدما است؟

$$\frac{9}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{7}{8} \text{ (۳) } \checkmark$$

$$\frac{5}{4} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۱)}$$

$$f(x) = 2x\sqrt{x+2}$$

$$f'(x) = 2\sqrt{x+2} + \frac{x}{\sqrt{x+2}}$$

$$f''(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{\sqrt{x+2} - \frac{x}{2\sqrt{x+2}}}{x+2}$$

$$f''(2) = \frac{1}{2} + \frac{2 - \frac{2}{2\sqrt{4}}}{4} = \frac{1}{2} + \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

$$\frac{d_1}{x+y-2=0} \rightarrow \frac{d_2}{2x-y+1=0}$$

۹۵- نقطه  $A(m, 2m)$  روی نیمساز زاویه‌ای قرار دارد که از برخورد خط‌های  $y = -x + 2$  و  $y = 2x + 1$  به وجود می‌آید. حاصل ضرب مقادیر ممکن  $m$  کدام است؟

$$\begin{cases} \alpha = m \\ \beta = 2m \end{cases}$$

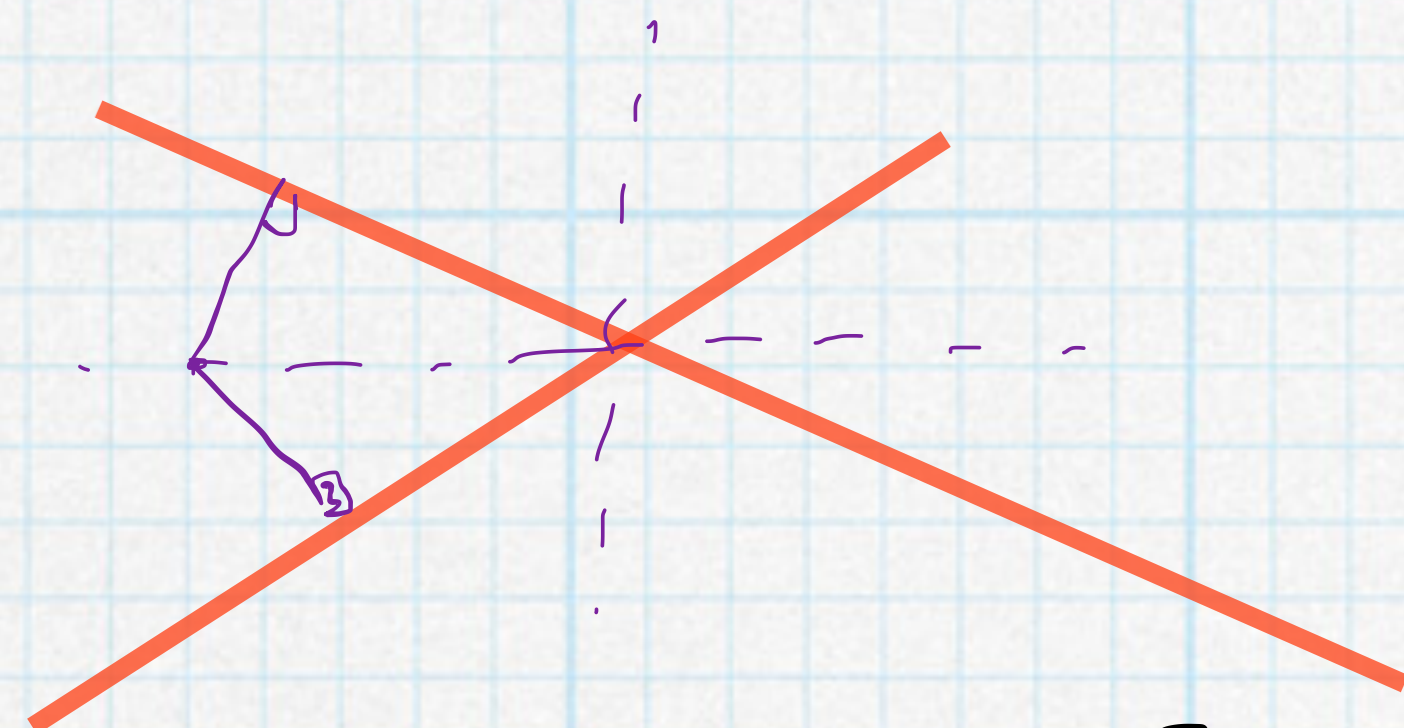
$\frac{1}{5} (f)$

$\frac{6}{5} (g)$

$\frac{2}{5} (h) \checkmark$

$\frac{3}{5} (i)$

$$\frac{|\alpha + \beta - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2} \rightarrow \sqrt{2}} = \frac{|2\alpha - \beta + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2} \rightarrow \sqrt{5}}$$



$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \left| \frac{2\alpha - \beta + 1}{\alpha + \beta - 2} \right| = \left| \frac{2m - 2m + 1}{2m + m - 2} \right| = \frac{1}{|3m - 2|}$$

$m_1 = \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{10}}{5}$

$m_2 = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{10}}{5}$

$$|3m - 2| = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5} \rightarrow 3m = \begin{cases} 2 + \frac{\sqrt{10}}{5} \\ 2 - \frac{\sqrt{10}}{5} \end{cases}$$

$$\frac{20}{45} - \frac{2}{45} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$$

$m_1 \times m_2 = \frac{4}{9} - \frac{10}{15^2}$

$45 \times \frac{2}{5}$

# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۹۶- از نقطه  $A(2, m)$  بر خط  $y = 2x - 4$  عمودی رسم می کنیم. اگر پای عمود نقطه  $B(n, 4)$  باشد، اندازه پاره خط  $AB$  کدام است؟

$$\sqrt{10} \quad (۴)$$

$$\sqrt{5} \quad (۳) \quad \checkmark$$

$$\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$\sqrt{2} \quad (۱)$$

$$4 = 2n - 4 \implies n = 4$$

$$B \begin{vmatrix} 4 \\ 4 \end{vmatrix}$$

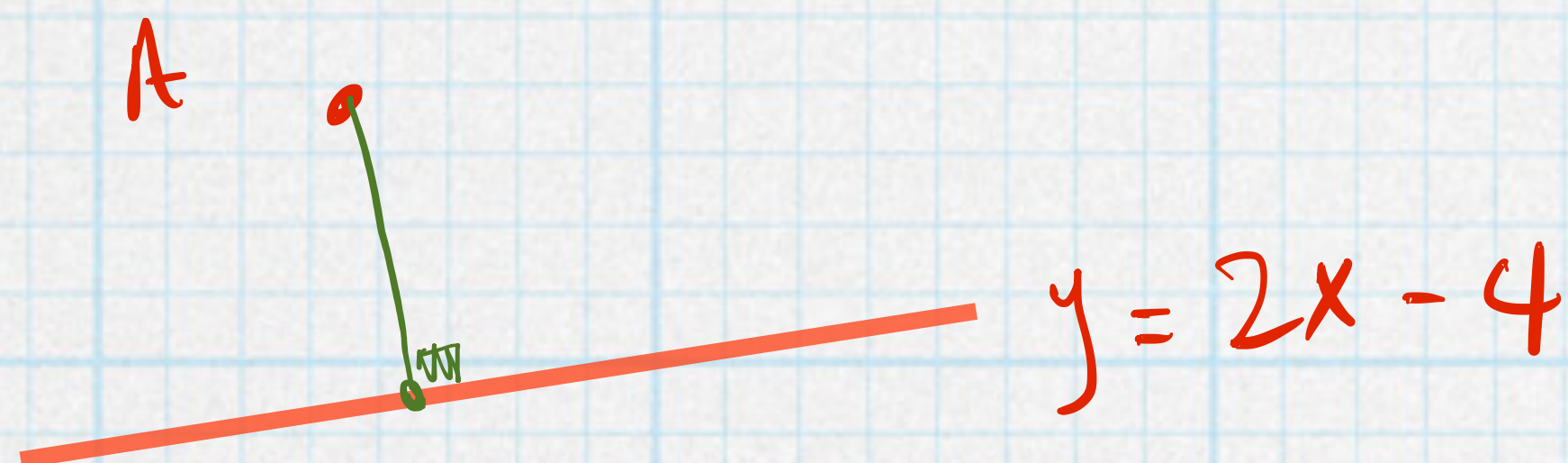
$$A \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}$$

$$AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$m_{AB} = \frac{m-4}{2-4} = \frac{4-m}{2}$$

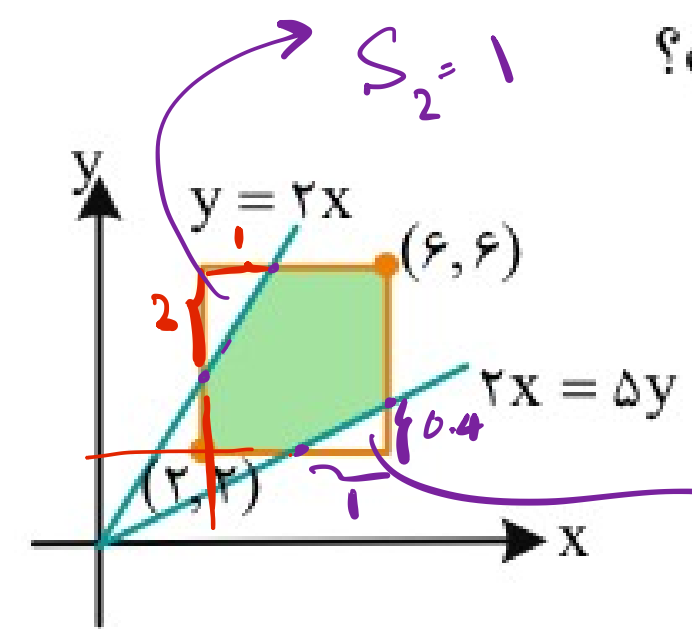
$$m = 2$$

$$\implies 2 \times \frac{4-m}{2} = -1 \implies m-4 = 1 \implies m = 5$$



# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور



۹۷- اضلاع مربع شکل مقابل موازی محورهای مختصات هستند. مساحت ناحیه رنگی کدام است؟

$$S_{\square} = 4^2 = 16$$

$$S_1 = \frac{1}{5}$$

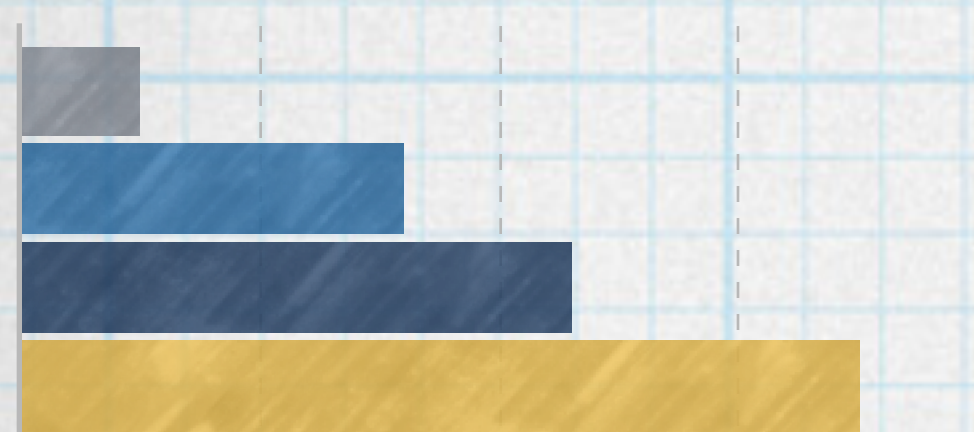
$$S_{\text{مطلوب}} = S_{\square} - S_1 - S_2 = 16 - 1 - \frac{1}{5} = 15 - \frac{1}{5} = \frac{74}{5}$$

۱۵ (۱)

$\frac{74}{5}$  (۲) ✓

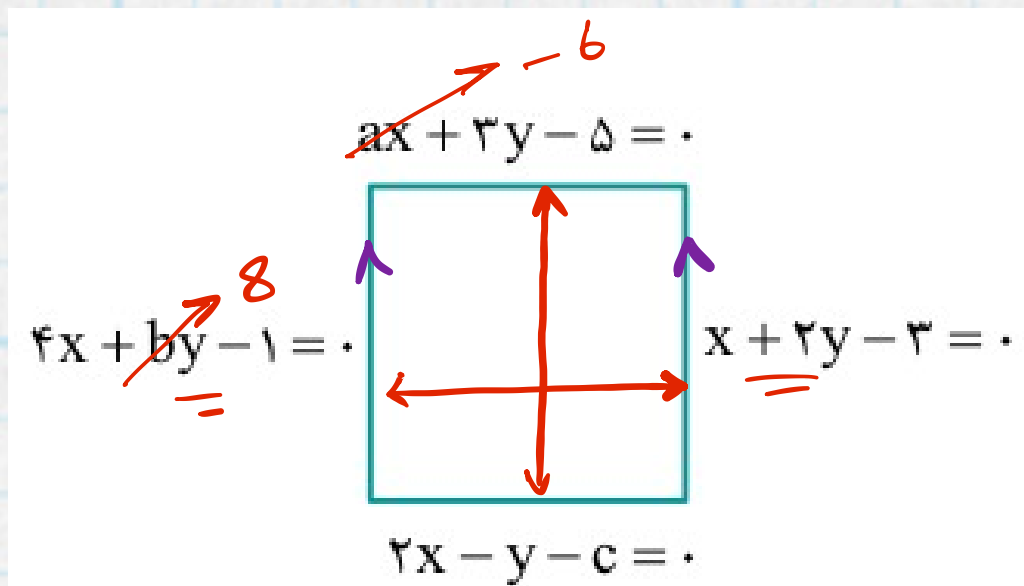
$\frac{72}{5}$  (۳)

۱۴ (۴)



# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور



۹۸- چهارضلعی شکل مقابل، مربع است. مقدار abc کدام است؟ ( $c > 0$ )

$$ax + by + c = 0$$

$$\text{شیب} = \frac{-a}{b}$$

-۴۲ (۱)

-۳۶ (۲)

-۴۸ (۳)

-۵۲ (۴) ✓

$b = 8$

$a = -6$

$$\begin{array}{l} 4x + 8y - 1 = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 0 \\ 1.5 \end{array} \quad \frac{12-1}{\sqrt{4^2+8^2}} = \frac{11}{4\sqrt{5}}$$

$$\begin{array}{l} -6x + 3y - 5 = 0 \\ 2x - y - c = 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array}$$

$$\frac{\left| \frac{-5}{3} - c \right|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{3 \left| \frac{5}{3} + c \right|}{3\sqrt{5}} = \frac{|3c+5|}{3\sqrt{5}} = \frac{11}{4\sqrt{5}}$$

$$|3c+5| = \frac{33}{4}$$

$$3c = \begin{cases} \frac{33}{4} - 5 \\ \frac{-33}{4} - 5 \end{cases} \xrightarrow{c > 0} c = \frac{11}{4} - \frac{5}{3} = \frac{33-20}{12} = \frac{13}{12}$$

$$(-6) \left( \frac{4}{8} \right) \left( \frac{13}{12} \right) = -52$$



# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۹۹- نقاط  $A(2,4)$ ،  $B(0,-2)$ ،  $C(4,0)$ ،  $D(-4,4)$  مفروض اند. اگر نقطه  $M(a,b)$  از دو سر پاره خط  $AB$  به یک فاصله باشد و از دو سر پاره خط  $CD$  هم به یک فاصله باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟

$$\begin{array}{l|l} A & 2 \\ & 4 \\ B & 0 \\ & -2 \\ F & 1 \\ & 1 \end{array}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$-\frac{20}{7} \quad (4)$$

$$-\frac{15}{7} \quad (3)$$

$$\frac{10}{49} \quad (2)$$

$$-\frac{20}{49} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{l|l} C & 4 \\ & 0 \\ D & -4 \\ & 4 \\ G & 0 \\ & 2 \end{array}$$

$$m = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2}$$

↓  
2

$$y = 2x + 2$$

$$-\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} = 2x + 2$$

$$\rightarrow -\frac{7}{3}x = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow x = \frac{-2}{7} \rightarrow y = \frac{10}{7}$$

$$ab = \frac{-20}{49}$$

# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

$$A \rightarrow M \rightarrow A'$$

$$M_{A'} = 2M - A$$

۱۰۰- معادله قرینه خط  $y = 2x - 3$  نسبت به نقطه  $M(2, -2)$  کدام است؟

$$x - 2y = 7 \quad (۴)$$

$$x + 2y = 9 \quad (۳)$$

$$2x + y = 7 \quad (۲)$$

$$2x - y = 9 \quad (۱) \quad \checkmark$$

$$A \mid \begin{array}{c} 0 \\ -3 \end{array}$$

$$B \mid \begin{array}{c} 2/3 \\ 0 \end{array}$$

$$M \mid \begin{array}{c} 2 \\ -2 \end{array}$$

$$A' \mid \begin{array}{c} 4 \\ -1 \end{array}$$

$$B' \mid \begin{array}{c} 2.5 \\ -4 \end{array}$$

$$m = \frac{-3}{-1.5} = 2$$

$$y = 2x - 7$$

$$2x - y = 7$$

# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

## یک تقاطع

در برین

۱۰۱- چند نقطه در صفحه وجود دارد که روی یکی از خطهای  $3x - 4y + 15 = 0$  و  $3x - 4y - 2 = 0$  قرار دارد و از نقطه  $A(0, 2)$  به فاصله

۲ می باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

$$x^2 + (y - 2)^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 4y = 0$$

$$x = \frac{4}{3}y - 5$$

$$x = \frac{4}{3}y + \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{52}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{25}{3}\right)(25)$$

$$\frac{26^2}{3} - \frac{25^2}{3} > 0$$

$$\left(\frac{4}{3}y + \frac{2}{3}\right)^2 + y^2 - 4y = 0$$

$$\left(\frac{4}{3}y - 5\right)^2 + y^2 - 4y = 0 = \frac{25}{3}y^2 + 25 - \frac{52}{3}y = 0$$

$$\frac{25}{9}y^2 - \frac{20}{9}y + \frac{4}{9} = 0 \rightarrow 25y^2 - 20y + 4 = 0 = (5y - 2)^2$$

$$y = 0.4$$

# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

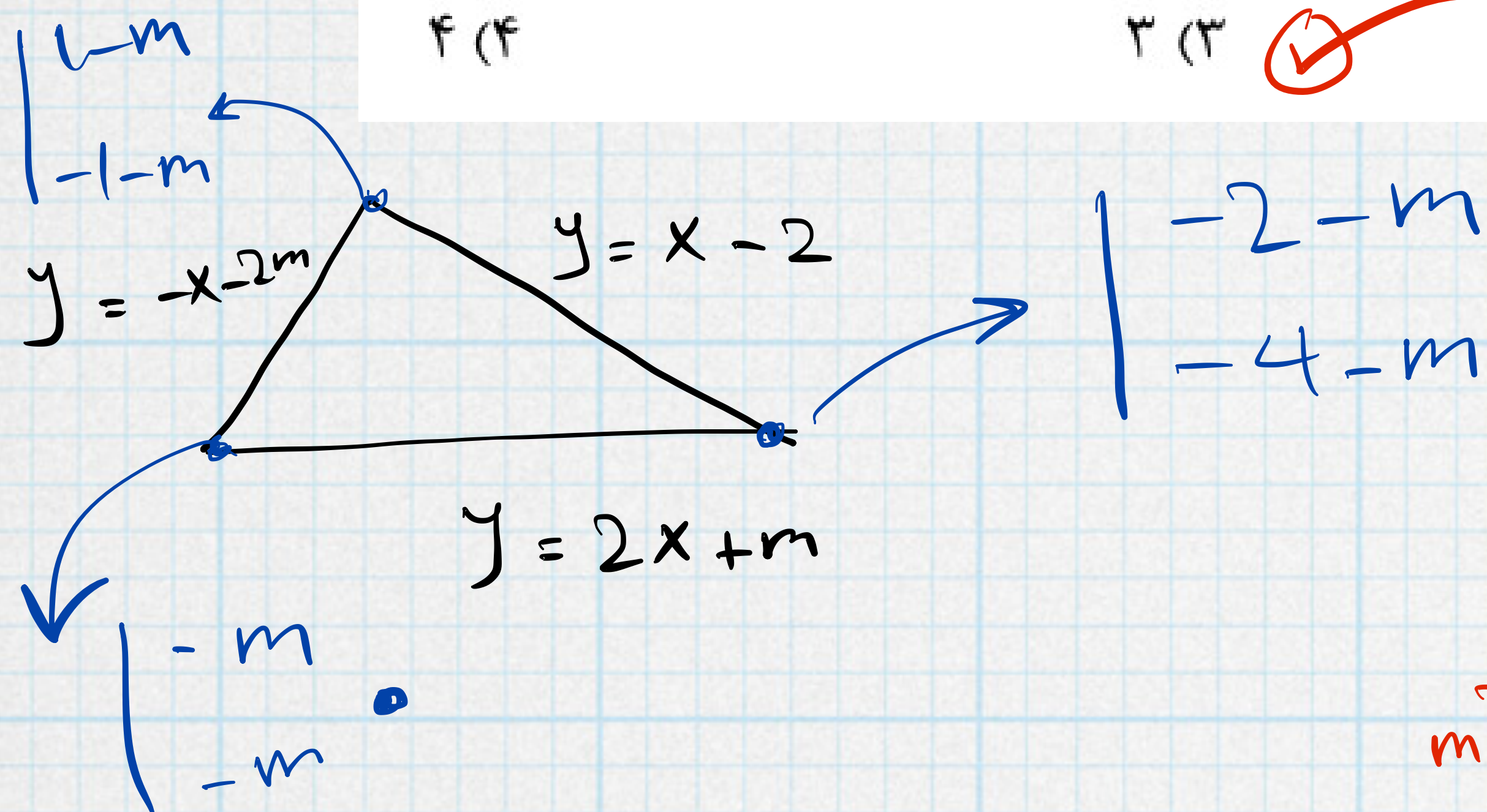
۱۰۲- مساحت مثلث حاصل از برخورد خط‌های  $y = -x - 2m$ ،  $y = 2x + m$ ،  $y = x - 2$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳) ✓

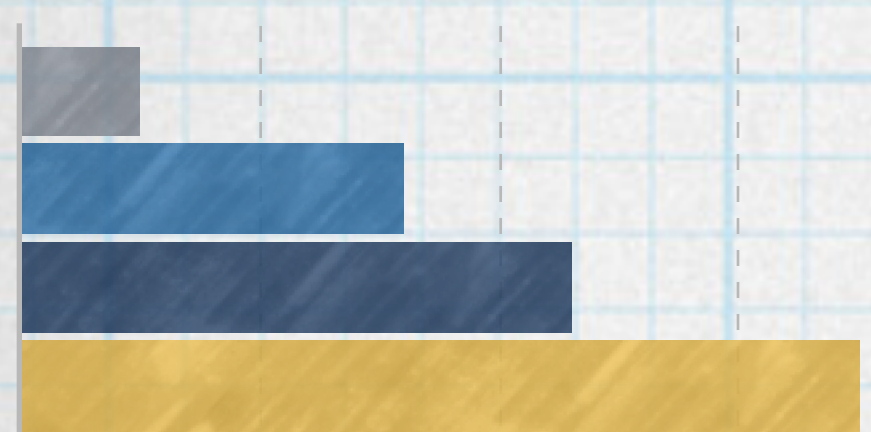
۲m (۲)

m (۱)



$$\begin{array}{r}
 m^2 - m \leftarrow -m \quad -m \rightarrow m^2 + m \\
 m^2 + 3m + 2 \leftarrow -2-m \quad -4-m \rightarrow m^2 + 3m - 4 \\
 m^2 + 4m \leftarrow -m \quad -m \rightarrow m^2 + 2m \\
 \hline
 3m^2 + 6m + 2 \quad - \quad 3m^2 + 6m - 4
 \end{array}$$

$$= 2 - (-4) = 6 \xrightarrow{\div 2} \textcircled{3}$$



# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱۰۳- اگر  $f(x) = x^2[-x] - 4x$  کدام یک درست است؟

$$f'_-(2) = -16 \text{ و } f'_+(2) = -12 \text{ (۱)}$$
$$f'_-(2) = -12 \text{ و } f'_+(2) \text{ وجود ندارد و (۴)}$$



$$f'_-(2) = -12 \text{ و } f'_+(2) = -16 \text{ (۱)}$$
$$f'_-(2) \text{ و } f'_+(2) = -16 \text{ وجود ندارد. (۳)}$$

$$f(2) = 4(-2) - 8 = -16$$

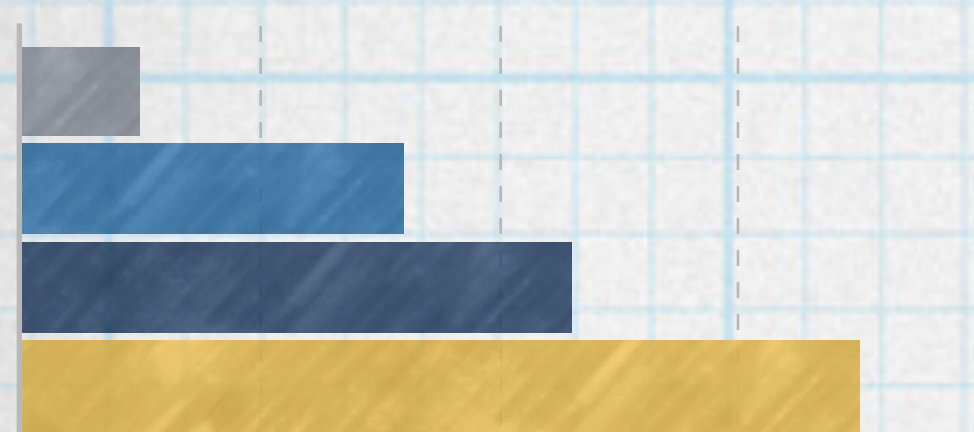
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} -3x^2 - 4x = -8 - 12 = -20$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} -2x^2 - 4x = -8 - 8 = -16$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2x^2 - 4x + 16}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-4x - 4}{1} = -12$$

در  $x=2$  پیوستگی چپ داریم

← نیم‌مماس راست نداریم



# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

$$\sqrt[m]{u^n} \rightarrow \frac{n u^{n-1} u'}{m \sqrt[m]{u^{m-n}}}$$

۱۰۴ - دو خط افقی بر نمودار تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x+1} + \frac{1}{x+1}$  مماس اند. فاصله این دو خط از یکدیگر کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(x+1)^2}} - \frac{1}{(x+1)^2} = 0$$

$$\frac{1}{(x+1)^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{(x+1)^2} \rightarrow (x+1)^{\frac{2}{3}} = (x+1)^2$$

$$\rightarrow |(x+1)^{\frac{1}{3}}| = |x+1|$$

$$\rightarrow |x+1| = |x+1|^3$$

$$\rightarrow 1 = (x+1)^2 \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 \\ 3+1=4 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} -2 \\ -3-1=-4 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} y=4 \\ y=-4 \end{array} \right\} 8$$

# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

$$f'_+(a) = f'_-(a) = f'(a)$$

مقدار  $c$  کدما است؟  $f'(2) = 3$  و  $f(x) = \begin{cases} ax^3 + \frac{b}{x} & x \geq 2 \\ x^2 - ax + c & x < 2 \end{cases}$  اگر  $-1.5$

۲۶ (۴)

۲۴ (۳) ✓

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

$$f'(x) = \begin{cases} 3ax^2 - \frac{b}{x^2} & x \geq 2 \rightarrow 12a - \frac{b}{4} = 3 \rightarrow b = 36 \\ 2x - a & x < 2 \rightarrow 4 - a = 3 \rightarrow a = 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + \frac{b}{x} & x \geq 2 \rightarrow 8a + \frac{b}{2} = 8 + 18 = 26 \\ x^2 - ax + c & x < 2 \rightarrow 4 - 2a + c = 26 \end{cases}$$

$$4 - 2 + c = 26 \rightarrow c = 24$$

# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

اگر  $-106$  و  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 3x + 1}$  و  $g(x) = \frac{2x^2 + 6x + 2}{x^2 - 3x + 2}$  و  $12 + f'(a)g(a) = -f(a)g'(a)$  مقدار  $a$  کدام است؟

$$2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$1 \pm \sqrt{2} \quad (3)$$

$$\pm \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\pm \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$f'(a)g(a) + f(a)g'(a) = -12$$

$$f \cdot g(x) = \frac{2(x^2 + 3x + 1)}{x^2 - 3x + 2} \times \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 3x + 1} = \frac{2(x-1)(2x-1)}{(x-1)(x-2)}$$

$$(f \cdot g)(x) = \frac{4x-2}{x-2} \xrightarrow{1} \frac{-8+2}{(x-2)^2} = -12 \rightarrow (x-2)^2 = \frac{1}{2}$$

$$|x-2| = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$



# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

$$h = \frac{1}{t}$$

مقدار  $\lim_{t \rightarrow +\infty} t \left( f\left(1 - \frac{1}{t}\right) - 4 \right)$  کدما است؟

$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x & x > 1 \\ 2x^2 + 2x & x \leq 1 \end{cases}$  اگر  $-1 < x < 1$

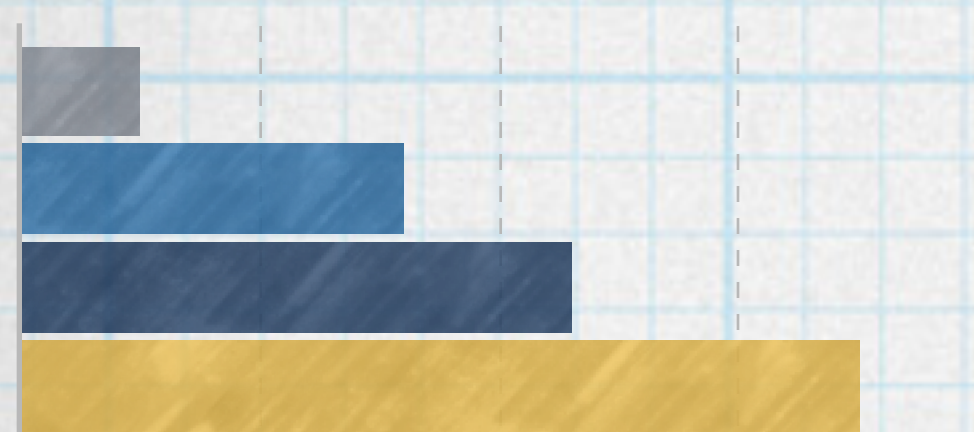
$-1(4)$   $1(3)$   $-6(2)$   $6(1)$

$$- \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - 4}{h}$$

$$= - \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = - f'(1) = - (8) = -8$$

$$f(1) = 2 + 2 = 4$$

$$6x^2 + 2$$



# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱۰۸- مبدأ مختصات برای تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{|x|}}{x-\sqrt{|x|}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  چگونه نقطه‌ای است؟  $x=0$  لولکده است

(۴) ناپیوستگی

(۳) دارای مماس قائم

(۲) گوشه‌ای

(۱) مشتق پذیر



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{x}-1} = 0 = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

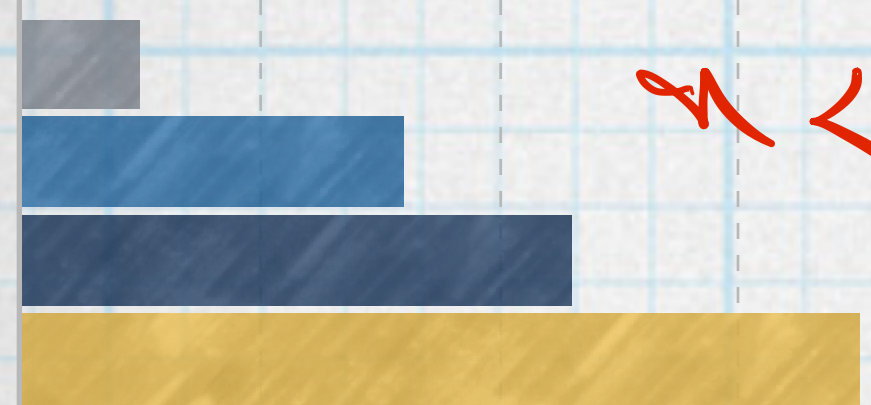
$$x > 0 \rightarrow f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x}-1} \rightarrow f'(x) = \frac{(\sqrt{x}-1) - \frac{\sqrt{x}}{2}}{(\sqrt{x}-1)^2}$$

$$f'_+(0) = \frac{-1}{1} = -1$$

$$f'_-(0) = \frac{-1}{1} = -1$$

$x < 0$

$$\rightarrow f(x) = \frac{x\sqrt{-x}}{x-\sqrt{-x}} = \frac{x}{\sqrt{-x}-1} \rightarrow \frac{\sqrt{-x}-1 - \left(\frac{-\sqrt{-x}}{2}\right)}{(\sqrt{-x}-1)^2}$$



# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱۰۹- از تقاطع خطوط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 26 & x < 1 \\ 12\sqrt[3]{x-9} - x & x \geq 1 \end{cases}$  در نقاطی به طول ۰ و ۹ روی منحنی و نیم مماس های رسم شده در نقطه ای به طول ۱ واحد روی منحنی، یک چهارضلعی حاصل می شود. مساحت این چهارضلعی کدام است؟

$$\frac{33}{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{16}{3} \text{ (۳)}$$

$$\frac{33}{4} \text{ (۲)}$$

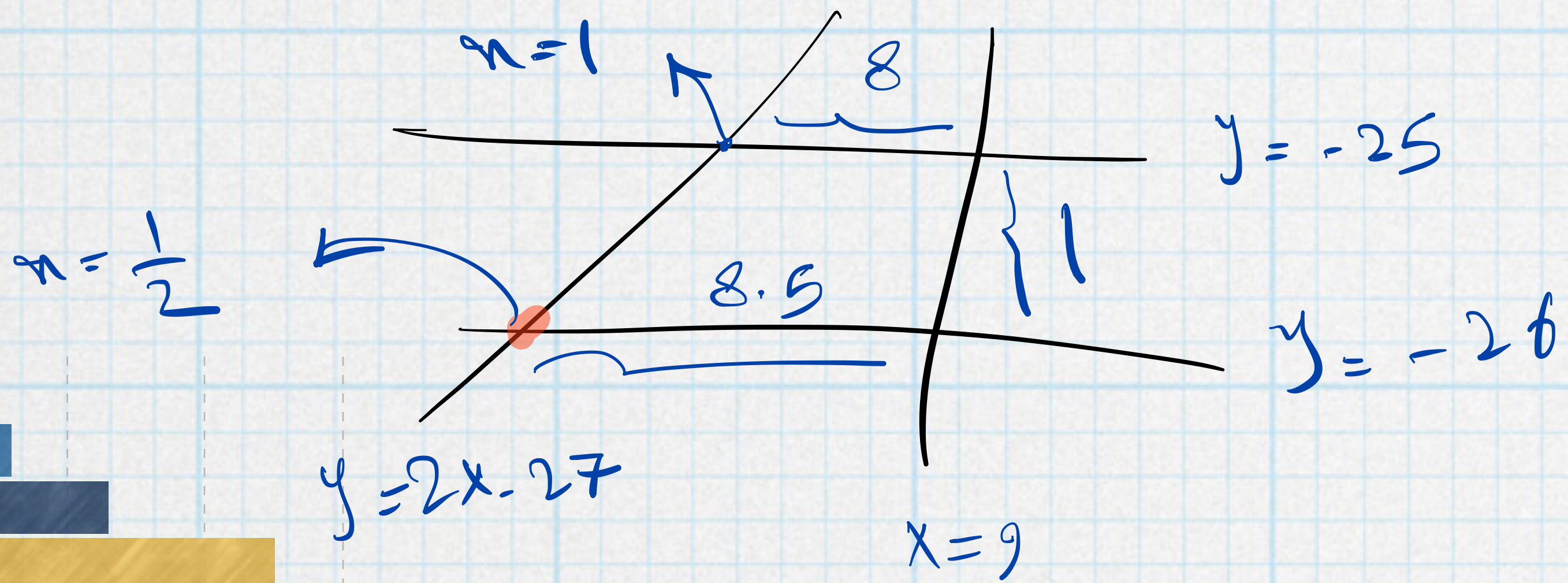
$$\frac{33}{2} \text{ (۱)}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= -26 \\ f'(0) &= 0 \\ y &= -26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(9) &= -9 \\ f'(9) &= \infty \\ x &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1) &= -25 \\ f'_+(1) &= 12 \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-9)^2}} - 1 \\ f'_-(1) &= 2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} & \text{at } x=1 \text{ (green circle)} \\ & \text{tangent line } y = 2x - 27 \end{aligned} \right\} \rightarrow y = -25$$



$$S = \frac{8 + 8.5}{2} \times 1 = \frac{16.5}{2} = \frac{33}{4}$$

# پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱۱۰- تابع  $f(x) = \frac{x^2 + ax^2 + bx - 16}{2 + \sqrt{x^2 - 4}}$  روی  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر است. مقدار  $ab$  کدام است؟

-۱۶ (۴) ✓

۱۲ (۳)

-۸ (۲)

۴ (۱)

$$f(2) = 0 \rightarrow 4a + 2b - 8 = 0$$

$$f(-2) = 0 \rightarrow 4a - 2b - 24 = 0$$

$$8a - 32 = 0 \rightarrow a = 4$$

$$b = -4$$

-۱۶

