

۱۱۱ - مجموعه اعداد طبیعی فرد، B مجموعه اعداد طبیعی زوج و C مجموعه اعداد اول است. کدام گزینه درست است؟

(۲) $A - C$ متناهی است. ← نامتناهی
(۴) $A \cap B$ نامتناهی است.

(۱) $C - A$ متناهی و غیرتهی است. ~~X~~
(۳) $B - (A \cup C)$ متناهی و غیرتهی است.

شامل ✓

گزینه صحیح

$$A = \{ \dots, 7, 8, 9, 10, \dots \}$$

$$B = \{ \dots, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

$$C = \{ \dots, 5, 7, 11, 13, \dots \}$$

۱۱۲- در یک الگوی خطی، جمله سوم برابر ۱ و جمله هفتم برابر ۹ است. جمله دهم کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

$$a_n = an + b \quad \begin{cases} a_r = 1 \\ a_v = 9 \end{cases} \quad a_{10} = ?$$

$$\begin{aligned} a_r &= ra + b = 1 \\ a_v &= va + b = 9 \end{aligned}$$

$$ra = 1$$

$$\boxed{a = \frac{1}{r}}$$

$$b = -\Delta$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a_{10} &= 10a + b \\ &= r - \Delta = 15 \end{aligned}$$

۱۱۳ - اگر $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، $\sin \alpha \cos \alpha$ کدام است؟

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{3}{8}$$

۱۱۴- اگر $\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = 1$ باشد، $\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$ کدام است؟

۱۱(۴)

۵/۵(۳)

۱۰(۲)

۵(۱)

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = 1$$

منوع

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = k$$

$$x+1 - x = k$$
$$1 = k$$

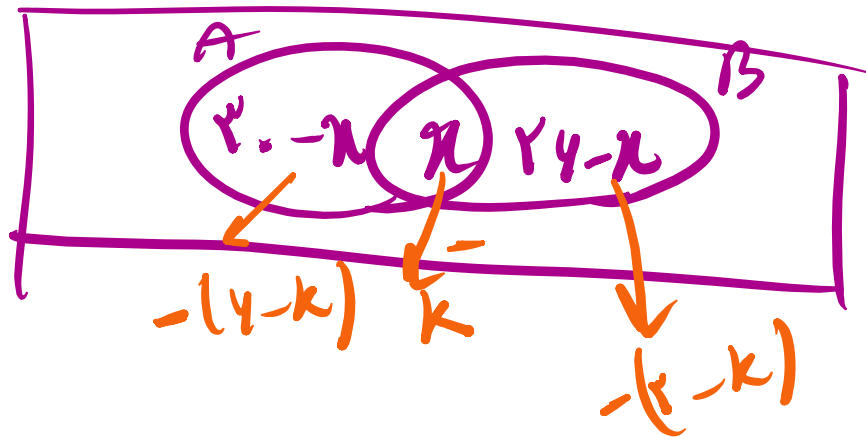
۱۱۵- مجموعه A دارای ۳۰ عضو و مجموعه B دارای ۲۶ عضو می باشد. از مجموعه A، ۶ عضو و از مجموعه B، ۲ عضو کم می کنیم تا تعداد اعضای A-B و B-A و $A \cap B$ برابر شود. در حال حاضر، اجتماع دو مجموعه A و B چند عضو دارد؟

$$48 \quad (4)$$

$$44 \quad (3)$$

$$40 \quad (2)$$

$$36 \quad (1)$$



$$n - k = 24 - k + k \Rightarrow 2n - 2k = 24 \Rightarrow \underbrace{n - k = 12}_{A \cap B}$$

$$n(A - B) = n(B - A) = 12$$

$$n(A \cup B) = 12 + 12 + 12 = 36$$

۱۱۶- بین دو عدد v و x و با شروع از v ، سه واسطه حسابی a_1, a_2, a_3 را درج می‌کنیم. اگر $a_3 - a_1 = 156$ باشد، $a_1 + a_3$ کدام است؟

۴۰۰ (۴)
 v, a_1, a_2, a_3, n

۲۶۹ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۶۹ (۱)

$$(a_3 - a_1)(a_3 + a_1) = 156 \Rightarrow \underbrace{r}_d (v+n) = 156 \Rightarrow \frac{n-v}{r} (n+v) = 156$$

$$n^2 - 49 = 212$$

$$n^2 = 261$$

$$n = v + rd = 19 \Rightarrow d = 3$$

$$n = 19$$

$$\Rightarrow a_1 + a_3 = 10a + 149 = 249$$

۱۱۷ - «شهرام» با سرمایه اولیه ۱۶۰ میلیون تومان در یک کار تجاری پرسود شرکت کرده است. اگر هر سال ۵۰ درصد سود کند، پس از چند سال یک میلیارد و ۵۵ میلیون تومان سود می‌کند؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

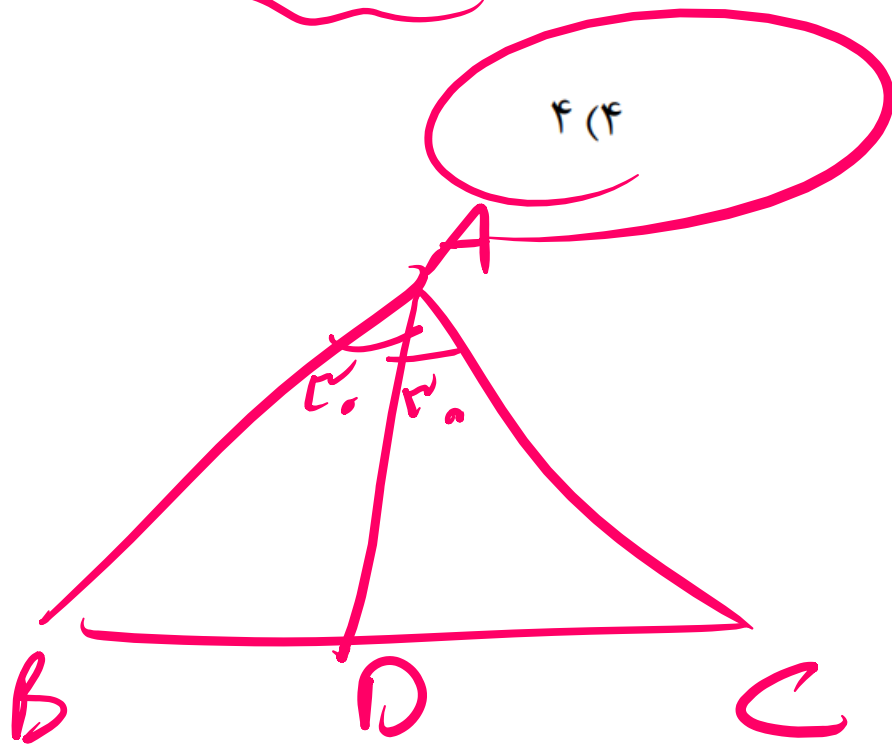
$$140, 140\left(\frac{3}{2}\right), 140\left(\frac{3}{2}\right)^2, \dots$$

$$140\left(\frac{3}{2}\right)^n = 1215 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n = \frac{1215}{140} = \frac{243}{28}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n = \left(\frac{3}{2}\right)^5$$

$$n = 5$$

۱۱۸- در مثلث $\triangle ABC$ ، زاویه A برابر 60° و مجموع اضلاع AB و AC برابر 6 می باشد. اگر مساحت مثلث برابر 60 باشد، اندازه نیمساز AD کدام است؟



۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

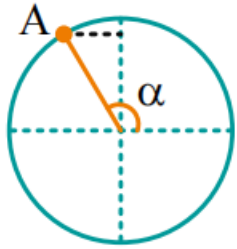
$$S_{ABD} + S_{ACD} = S_{ABC}$$

$$\frac{1}{2} AB \times AD \sin 60^\circ + \frac{1}{2} AC \times AD \sin 60^\circ = 60$$

$$\frac{1}{2} AD \left(\frac{1}{2} \right) \underbrace{(AB + AC)}_{60} = 60$$

$$\frac{1}{4} AD = 1 \Rightarrow AD = 4$$

۱۱۹- در دایرهٔ مثلثاتی مقابل، مختصات نقطهٔ A به صورت $A(x, -\cot \alpha)$ است. مقدار x کدام است؟



$$1 - \sqrt{3} \quad (۲)$$

$$1 - \frac{\sqrt{5}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

$$\sin \alpha = -\cot \alpha \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = -\cos \alpha$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 \alpha = -\cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha - \cos \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 5 \Rightarrow 1 + \sqrt{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

۱۲۰- اگر $\sin^2 \alpha - 3 \sin \alpha \cos \alpha = 2$ باشد، مجموع مقادیر $\tan \alpha$ کدام است؟

-۳ (۴)

-۱ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

$\div \cos^2 \alpha$
→

$$\tan^2 \alpha - 3 \tan \alpha = \frac{2}{\cos^2 \alpha} = 2(1 + \tan^2 \alpha)$$

$$\tan^2 \alpha - 3 \tan \alpha - 2 - 2 \tan^2 \alpha = 0$$

$$\tan^2 \alpha + 3 \tan \alpha + 1 = 0$$

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$$

$$\uparrow \frac{1}{k} + r = r, d$$

۱۲۱- اگر $\sin^{\frac{2}{3}} \alpha + \cos^{\frac{2}{3}} \alpha = r^{\frac{2}{3}}$ و $\sin \alpha \cos \alpha = k$ باشد، $k + \frac{1}{k}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۳ (۲)

۲/۵ (۱)

توان ۳

$$\rightarrow (\sin^{\frac{2}{3}} \alpha + \cos^{\frac{2}{3}} \alpha)^3 = (r^{\frac{2}{3}})^3$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1 + 3 \sin^{\frac{2}{3}} \alpha \cos^{\frac{2}{3}} \alpha \underbrace{(\sin^{\frac{2}{3}} \alpha + \cos^{\frac{2}{3}} \alpha)}_{r^{\frac{2}{3}}} = r^2$$

$$r (\sin^{\frac{2}{3}} \alpha \cos^{\frac{2}{3}} \alpha) (r^{\frac{2}{3}})^{\frac{2}{3}} = r^2$$

$$\Rightarrow (rk)^{\frac{2}{3}} = 1 \Rightarrow rk = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{r}$$

۱۲۲- اگر $\tan \alpha + \cot \alpha < \sin^2 \alpha + \cos \alpha < 0$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟

$$\cos^3 \alpha < \sin \alpha \quad (۴)$$

$$\sin^3 \alpha < \cos \alpha \quad (۳)$$

$$\sin^2 \alpha < \sqrt[3]{\sin \alpha} \quad (۲)$$

$$\sqrt[3]{\cos \alpha} < \cos \alpha \quad (۱)$$

$$\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} < 0 \Rightarrow \tan \alpha < 0 \Rightarrow \text{علت کتبی } \sin, \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos \alpha < 0 \rightarrow \cos \alpha < -\sin^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha < 0, \sin \alpha > 0$$

$$-1 < \cos \alpha < 0 \quad 0 < \sin \alpha < 1$$

۱۲۳ - اگر $2^a = 25$ و $5^b = 8$ باشد، حاصل ab کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

$$2^a = 2^b = 2^c \Rightarrow 2^{\frac{a}{2}} = 2^c$$

$$5^b = 8 \Rightarrow \left(2^{\frac{a}{2}}\right)^b = 2^3 \Rightarrow \frac{ab}{2} = 3 \Rightarrow \underline{ab = 4}$$

$$28 \ominus 14\sqrt{5} = (2\sqrt{5})^2$$

$$\widetilde{2(5)}(\sqrt{5})$$

a b

14/5(4)

۱۲۴ - اگر $\sqrt{14-5\sqrt{3}} + \sqrt{1/5} = k$ باشد، حاصل $k^2 + 1$ کدام است؟

۱۴(۳)

۱۳/۵(۲)

۱۳(۱)

$$k = \sqrt{14-5\sqrt{3}} + \sqrt{1/5} = \sqrt{14-5\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2 - \sqrt{3} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$k^2 + 1 = \frac{2^2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2^2}{5} = 1, 5$$

172

$$m=0$$

۱۲۵- به ازای چند مقدار m معادله $(m+2)x^2 + (m-2)x = -\frac{1}{2}$ دارای یک ریشهٔ مضاعف مثبت است؟

(۴) بی‌شمار

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

$$(m+2)x^2 + (m-2)x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Delta = 0 \quad (m-2)^2 - 2(m+2) = 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \begin{cases} m=0 \\ m=4 \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow -\frac{(m-2)}{2(m+2)} > 0 \Rightarrow \frac{m-2}{m+2} < 0$$

$$\underbrace{-2 < m < 2}_{\substack{m=2 \\ m=-2}} \quad (2)$$

معرفت اول
 $n=5$

۱۲۶ - سهمی $y=f(x)$ با رأس $(\alpha, 2\alpha)$ از نقاط $(-1, 5)$ و $(\alpha^2, 5)$ عبور می کند. اگر $f(\beta)$ از کمترین مقدار سهمی یک واحد بیشتر باشد، β کدام می تواند باشد؟

۱ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

(۱) صفر

$$\frac{\alpha^2 - 1}{2} = \alpha \Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 1 = 0 \Rightarrow (\alpha + 1)(\alpha - 2) = 0 \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 2 \quad \times \\ \alpha = -1 \quad \checkmark \end{array} \right.$$

$$y = a(x-h)^p + k$$

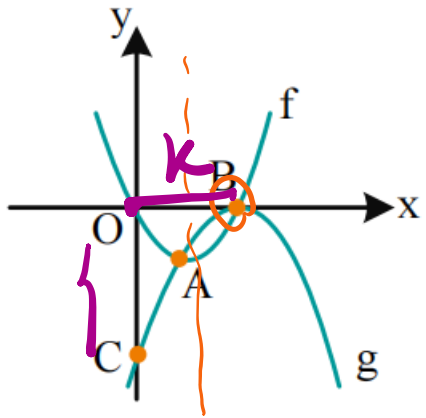
$$f(x) = a(x+1)^2 - 1 \quad \xrightarrow{f(-1)=5} \quad 4a - 1 = 5 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$$

$$f(\beta) = -1 + 1 = -1 \Rightarrow \frac{1}{2}(\beta+1)^2 - 1 = -1 \Rightarrow (\beta+1)^2 = 2$$

$$\beta = -1 \quad \beta = 1$$

۱۲۷- در شکل مقابل، نقاط A و B رئوس دو سهمی f و g هستند. اگر شیب AB برابر $\frac{3}{4}$ باشد، OC چند برابر OB است؟



$$f(x) = a(x-k)^2$$

B | k A | $\frac{k}{4}$
 $\frac{-3k}{4}$

- ۲ (۱)
- ۲/۲۵ (۲)
- ۲/۵ (۳)
- ۳ (۴)

$$g(x) = a(x-k)^2 \quad \rightarrow \quad g\left(\frac{k}{4}\right) = -\frac{3k}{4}$$

$$-\frac{3k}{4} = \frac{k^2}{4} a$$

$$\Rightarrow a = -\frac{3}{k}$$

$$g(x) = -\frac{3}{k}(x-k)^2 \rightarrow g(0) = -3k$$

$$OC = 3k \Rightarrow OC = 3OB$$

۱۲۸- جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = (m^2 - 4)x^2 + mx + n$ به صورت مقابل است. $m - n$ کدام است؟

x		m
P(x)	+	-

-۲ (۲)

-۶ (۴)

۲ (۱)

۶ (۳)

$$m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$$

$$P = -x^2 + n \xrightarrow{P(2)=0} 4 + n = 0 \Rightarrow \underline{n = -4}$$

~~$$P = x^2 + n \quad 000$$~~

$$m + n = -2 + (-4) = -6$$

۱۲۹- مجموعه جواب نامعادله $|2x+7| > \underbrace{x^2+x+1}_{-1(2)}$ به صورت (a, b) است. $a+b$ کدام است؟

-۵(۴)

۵(۳)

-۱(۲)

۱(۱)

$$\begin{aligned}
 |2x+7| > x^2+x+1 &\iff x^2-x-4 < 0 \\
 &\iff (x+2)(x-4) < 0 \implies -2 < x < 4 \\
 |2x+7| < -x^2-x-1 &\implies \underbrace{x^2+2x+1}_{\Delta=9-4(1)(1)} < 0 \\
 &\implies \emptyset
 \end{aligned}$$

\downarrow a \downarrow b
 $a+b=1$

۱۳۰- اگر $f = \{(a, b), (۴, a), (b, ۲), (۴, a^۲), (۴a, b^۲)\}$ تابع باشد، چند زوج مرتب (a, b) دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$a^۲ = a \begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases}$$

$$a^۲ - a = 0 \begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases}$$

$$a(a-1) = 0 \begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases}$$

$$\{(0, b), (۴, 0), (b, ۲), (۲, -1), (۴, b^۲)\}$$

$$b^۲ = b$$

$$b=0$$

$$b=1$$

$$b^۲ = 1$$

$$b = \pm 1$$

$$\{(0, b), (۴, 1), (b, ۲), (۴, 1), (۴, b^۲)\}$$

$$\begin{pmatrix} (1, -1) \\ (1, 1) \end{pmatrix}$$

۱۳۱- اگر $f(x) = x(x-4)$ و $g(x) = 2x(x-2)$ باشد، $R_f - R_g$ شامل چند عدد صحیح است؟ (R بیانگر برد تابع است)

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱) صفر

$$f(x) = x(x-4) = x^2 - 4x \quad x = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow y = -4 \quad R_f = [-4, +\infty)$$

$$g(x) = 2x(x-2) = 2x^2 - 4x \quad x = 1 \rightarrow y = -2 \Rightarrow R_g = [-2, +\infty)$$

$$R_f - R_g = [-4, -2) < \frac{-4}{-2}$$



۱۳۲- در کدام تابع دامنه و برد، برابر است؟

$$y = \begin{cases} -x + 1 & x \geq 0 \\ 2x + 1 & x < 0 \end{cases} \quad (A)$$

$$y = \begin{cases} x + 2 & x < 0 \\ x - 2 & x > 2 \end{cases} \quad (B)$$

$$y = \begin{cases} 2x - 1 & x < 1 \\ x + \frac{1}{2} & x \geq 1 \end{cases} \quad (C)$$

$$y = \begin{cases} -x - 2 & x < -1 \\ -x & x \geq -1 \end{cases} \quad (D)$$

$-n < -1 \quad n < -1$

$$\begin{cases} \rightarrow -n > 1 \rightarrow -n - 2 > -1 \\ \Rightarrow D = (-\infty, -1) \quad R = (-1, +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rightarrow -n \quad n \geq -1 & D=R \\ \quad -n \leq 1 & R=R \\ \quad \quad \quad D = [-1, +\infty) \\ \quad \quad \quad R = (-\infty, 1] \end{cases}$$

۱۳۳- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت بوده و $f(3) - g(2) = 1$ باشد، $g(3) - f(2)$ کدام است؟

۲(۴)



-۱(۳)

$$f = g(1)$$

$$h = 2$$

۱(۲)

(۱) صفر

$$2 - 2 = 0$$

۱۳۴ - با ارقام $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و بدون تکرار ارقام چند عدد می توان نوشت که از 3600 بزرگ تر و از 6300 کوچک تر باشند؟

۳۶۶ (۴)

۳۲۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۴۶ (۱)

① $3 \rightarrow 4$

$1 \times 1 \times 2 \times 4 = 8$

② $2 \rightarrow 2 \times 4 \times 2 \times 4 = 64$

$\rightarrow 22$

③ $4 \rightarrow$
 $\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{matrix}$

$1 \times 2 \times 2 \times 4 = 16$

۱۳۵ - ۶ پرسپولیزی و ۵ استقلالی می خواهند در یک ردیف کنار هم عکس یادگاری بگیرند! اختلاف تعداد حالاتی که یک در میان بایستند با تعداد حالاتی که هیچ دو استقلالی کنار هم نباشند، کدام است؟

(۱) صفر $\quad 120(2) \quad 120(3) \quad 120(4)$

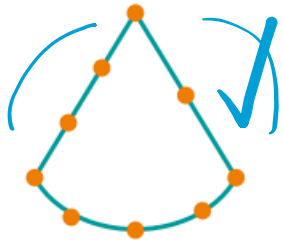
P E P E P E P E P E P

۱) $4! \times 5!$

۲) $P(V) \times 4! = \frac{v!}{r!} \times \frac{4 \times 3!}{4!} = v! \times 3! \times 3 = \underline{v \times 4! \times 3! \times 3} = 2! \times 4! \times 3!$

۲) - ۱) = $2! (4! \times 3!) - 4! \times 3! = 2 \times \frac{4 \times 3!}{4!} = 2 \times \frac{4! \times 3!}{4!} = 2 \times 3! = 12$

۱۳۶ - چند مثلث به رئوس ۹ نقطه واقع بر شکل مقابل می توان رسم کرد؟



- ۷۸ (۱)
- ۷۹ (۲)
- ۸۰ (۳)
- ۸۱ (۴)

$$\begin{aligned}
 \binom{9}{3} - \binom{3}{3} - \binom{3}{3} &= \frac{9!}{3!4!} - 1 - 1 = 12 \times 2 - 2 \\
 &= 24 - 2 = 22
 \end{aligned}$$

۱۳۷- اگر x عددی طبیعی و $\binom{17}{x-1} + \binom{17}{x} = \binom{18}{2x}$ باشد، حاصل $\binom{x+1}{x} + \binom{x+2}{x}$ کدام است؟

۴۸ (۴) ۳۵ (۳) ۳۰ (۲) ۲۸ (۱)

$$\binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r} = \binom{n}{r}$$

$$\binom{17}{n-1} + \binom{17}{n} = \binom{18}{2n} \Rightarrow \binom{18}{n} = \binom{18}{2n} \Rightarrow n = 2n \Rightarrow n = 0$$

$$n + 2n = 18$$

$$3n = 18$$

$$\leftarrow n = 6$$

$$\binom{v}{4} + \binom{18}{4} = v + 27 = 32$$

۱۳۸- در کیسه‌ای ۶ مهره سبز و ۴ مهره سفید قرار دارد. ۳ مهره از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، اختلاف تعداد مهره‌های سبز و سفید داخل کیسه بیشتر از ۱ است؟

$$\frac{2}{3} (۴)$$

$$\frac{1}{2} (۳)$$

$$\frac{1}{3} (۲)$$

$$\frac{1}{4} (۱)$$

$$P = \frac{\binom{4}{0} \binom{6}{2} + \binom{4}{1} \binom{6}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{4 \times 15 + 4 \times 6}{120} = \frac{60 + 24}{120} = \frac{84}{120} = \frac{7}{10}$$

$$\binom{10}{3}$$

$$\frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3}$$

$$\frac{720}{6} = 120$$

$$\rightarrow \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

۱۳۹- عدد k را به تصادف از بین اعداد ارقمی طبیعی انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال، سهمی $y = (k-2)x^2 + 2kx + k + 3$ همواره بالای محور x ‌هاست؟

۱ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

۱ (صفر)

$$\Delta < 0 \rightarrow k^2 - 4(k-2)(k+3) = k^2 - 4k^2 - 8k + 24 < 0$$

$$-3k^2 - 8k + 24 < 0$$

$$-3k^2 - 8k + 24 < 0$$

$$k > 4$$

$$\rightarrow k - x > 0 \rightarrow k > 2 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow k > 4 \rightarrow 5, 6, 7, 8, 9$$

۱۴۰- در کدام گزینه متغیرها از سه نوع متمایز هستند؟

(۱) جنسیت افراد - نوع بارندگی (برف، باران) - وزن افراد

(۲) میزان بارندگی بر حسب سانتی متر - نمره ریاضی یازدهم - رتبه کشور در مسابقات جام جهانی ✓

(۳) ~~قد افراد - میزان هوش (زیاد، متوسط، کم) - شاخص توده بدن~~

(۴) ~~رنگ ماشین‌ها - سن افراد - گروه خونی~~

کماز

رنگ

کماز

رنگ

کماز