

۱- تعداد اعضای مجموعه A ، سه برابر تعداد اعضای مجموعه B و تعداد اعضای مجموعه AUB برابر ۱۷۱ است. حداکثر تعداد اعضای مجموعه B-A کدام است؟

۵۴ (۴)

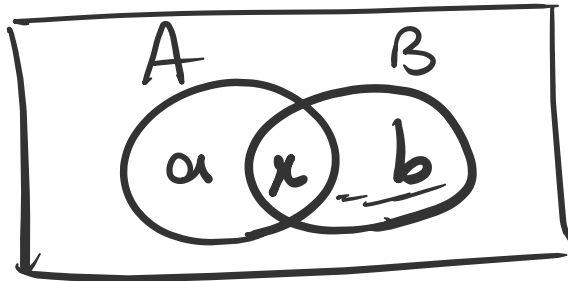
۴۵ (۳)

۴۲ (۲)

۳۳ (۱)

$$n(A) = 3n(B)$$

$$n + a = 3(n + b)$$



$$a + x + b = 171$$

$$3(n + b) + b = 171 \Rightarrow 3n + 4b = 171$$

$$b = \frac{171 - 3n}{4}$$

~~$n = a$~~   $b =$

$$n = \frac{171 - 3n}{4}$$

$$n(B - A) = b = 42$$

$$\rightarrow a_4 = 4A + 2B + C = \frac{1 \cdot 8}{8} - \frac{1 \cdot 8 \times 8}{8} + \frac{49}{8} = \frac{33}{8}$$

۲- جملات اول، سوم و پنجم دنباله هندسی ... ۲۴، b، a، ۳ به ترتیب جملات اول، سوم و پنجم یک گوی درجه دوم اند. جمله دوم این گوی کدام است؟

$$\frac{33}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{15}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{31}{8} \text{ (۲)}$$

(۱)

$$r^4 = a_4 = a_1 q^3 \Rightarrow 1 = q^3 \Rightarrow q = 1$$

$$a_1 = 3, \quad a_2 = a_1 q = 4, \quad a_3 = 12, \quad a_4 = 24, \quad a_5 = 80$$

$$a_n = An^2 + Bn + C$$

$$\begin{cases} a_1 = 3 = A + B + C \\ a_2 = 4 = 4A + 2B + C \\ a_5 = 80 = 25A + 5B + C \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4 = 1A + 2B \\ 24 = 14A + 2B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 24 = 14A \\ \Rightarrow A = \frac{24}{14} \\ \Rightarrow B = -2 \\ \Rightarrow C = \frac{49}{8} \end{cases}$$

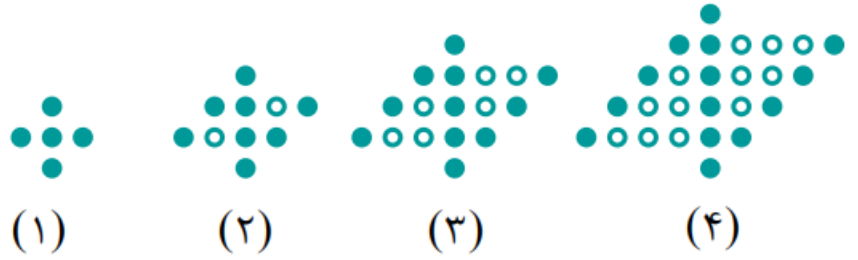
۳- در الگوی شکل مقابل، در شکل nام، تعداد دایره‌های توپر برابر ۵۳ است. تعداد دایره‌های توخالی در این شکل کدام است؟

۲۷۲ (۱)

۲۸۴ (۲)

۲۹۸ (۳)

۳۰۶ (۴)



	1	2	3	4	(n)
تعداد دایره‌های توپر	۵	۷	۹	۱۱	$(2n+1)$
تعداد دایره‌های توخالی	۰	۴	۶	۸	$(2n-2)$
تعداد کل دایره‌ها	۵	۱۱	۱۵	۱۹	$4n-1$

$$(2n+1) + (2n-2) = 4n-1$$

$$n(n-1) = n^2 - n$$

$$4n-1 = 53$$

$$4n = 54$$

$$n = 13.5$$

$n=14$   $14(14) = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13 = 105$

$$\cap \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{matrix} \Rightarrow (1, 2]$$

۴- اگر  $40^\circ < 2\alpha < 100^\circ$  و  $\sin 2\alpha = \frac{2m-1}{m+1}$  باشد، محدوده  $m$  کدام است؟

$$\frac{1}{2} < m \leq 1 \quad (۴)$$

$$-1 < m < 1 \quad (۳)$$

$$1 < m \leq 2 \quad (۲)$$

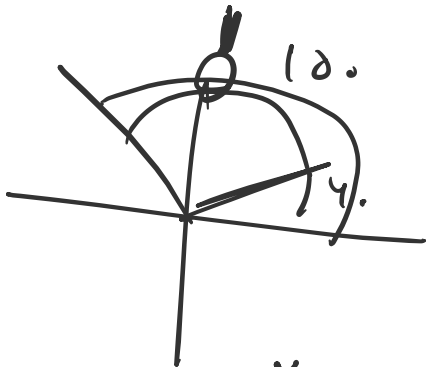
$$0 < m \leq 2 \quad (۱)$$

$$40^\circ < 2\alpha < 100^\circ$$

$$\rightarrow 20^\circ < \alpha < 50^\circ$$

$$\times 2 \rightarrow 40^\circ < 2\alpha < 100^\circ$$

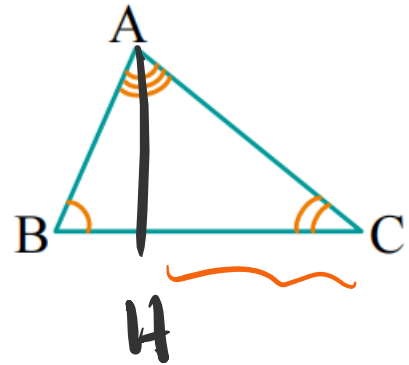
$$\rightarrow \frac{1}{2} < \sin 2\alpha < 1$$



$$\Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{2m-1}{m+1} \rightarrow 0 < \frac{2m-1}{m+1} < 1 \quad (۲) \quad \Rightarrow \frac{2m-1}{m+1} < 1 \Rightarrow \frac{2m-1-m-1}{m+1} < 0 \Rightarrow \frac{m-2}{m+1} < 0 \Rightarrow m < 2$$

$$\Rightarrow \frac{2m-1}{m+1} > \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2m-1-m-1}{m+1} > 0 \Rightarrow \frac{m-2}{m+1} > 0 \Rightarrow m > 2$$

۵- در مثلث شکل مقابل،  $2 \tan \hat{B} = 5 \sin \hat{C} = 3$  و  $BC = 12a$  است. به ازای کدام مقدار  $a$ ، اندازه ضلع  $AC$  برابر  $9 + 4a$  است؟



$$2 \tan B = 3 \Rightarrow \tan B = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{3}{2}$$

$$\sin C = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin C = \frac{3}{5} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{AH}{AC} = \frac{3}{5} \end{array} \right.$$

- ۱/۵ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲/۵ (۳)
- ۵/۷۵ (۴)

$$\left\{ \begin{array}{l} AH = 3t \\ BH = 2t \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} AH = 3t \\ AC = 5t \\ CH = 4t \end{array} \right.$$

$$BC = 2t + 4t = 6t = 12a \Rightarrow t = 2a$$

$$AC = 5t = 10a = 9 + 4a \Rightarrow 4a = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{4} = 2.25$$

۶- اگر  $A = \cos^2 x$  و  $B = \tan^2 x \sin^2 x$ ، حاصل  $A + \frac{1}{A}$  برابر کدام است؟

۲B+۱ (۴)

۲B-۱ (۳)

۲-B (۲)

B+۲ (۱)

$$A + \frac{1}{A} = \cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x} = 1 - \sin^2 x + 1 + \tan^2 x = 2 - \sin^2 x + \tan^2 x$$

$$= 2 - \sin^2 x + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 2 + \frac{\sin^2 x \cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= 2 + \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x} = 2 + \frac{\sin^2 x \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= 2 + \sin^2 x \tan^2 x = 2 + B$$

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$(\sin \theta - \cos \theta)^2 = 1 - 2 \sin \theta \cos \theta = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

۷- اگر  $15^\circ < \theta < 30^\circ$  و  $\tan \theta + \cot \theta = 3$  باشد، حاصل  $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin^3 \theta - \cos^3 \theta}$  برابر کدام است؟

$$\frac{\sqrt{5}}{3} \quad (۴)$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{3} \quad (۳)$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (۱)$$

$$\widehat{\tan \theta + \cot \theta = 3} \Rightarrow \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = 3 \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{3}$$

$$\frac{(\sin \theta + \cos \theta) (\sin^2 \theta - \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta)}{(\sin \theta - \cos \theta) (\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta)} = \frac{\frac{1}{3} (\sin \theta + \cos \theta)}{\frac{1}{3} (\sin \theta - \cos \theta)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}} \right) = \frac{5}{2}$$

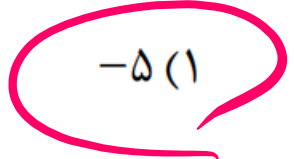
۸- اگر  $a^2 + a - 1 = 0$  باشد، حاصل  $a^3 - \frac{2}{a^2}$  کدام است؟

-۴ (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

-۵ (۱)



$$a^2 = 1 - a \rightarrow a^3 = a - a^2 \rightarrow a^3 = a - 1 + a = 2a - 1$$

$$2a - 1 - \frac{2}{1-a} = \frac{(2a-1)(1-a) - 2}{1-a} = \frac{-2a + 2a^2 - 2}{1-a}$$

$$= \frac{-2 + 2a + 2a - 2}{1-a} = \frac{4a - 4}{1-a} = \frac{4(1-a)}{1-a} = -4$$

= -۴



۹- حاصل کسر  $\frac{3}{x^3-1} + \frac{x+2}{x^2+x+1}$  به ازای  $x = 2 + \sqrt{2}$  می‌نامیم. حاصل  $(k-1)(k+3)$  برابر کدام است؟

۲ (۴)

-۲ (۳)

$$\frac{3}{x^3-1} + \frac{x+2}{x^2+x+1}$$

$\frac{3}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{x+2}{(x-1)(x^2+x+1)}$

$$\frac{x^3 + x^2 - x + 2x - 2}{x^3 - 1} = \frac{x^3 + x + 1}{x^3 - 1} = \frac{\cancel{x^3} + x + 1}{(x-1)\cancel{(x^2+x+1)}} = \frac{1}{x-1}$$

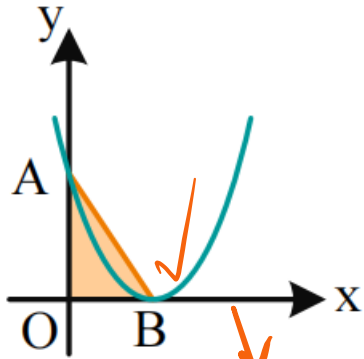
$$= \frac{1}{2 + \sqrt{2} - 1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = k$$

$$(k-1)(k+3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}+1} - 1\right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + 3\right) = (\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)$$

$$= 2 - 4 = -2$$

۱۰- نمودار سهمی به معادله  $y = ax^2 - 2bx + 3b$  به صورت مقابل است. اگر مثلث  $OAB$  متساوی الساقین باشد، حاصل  $a + b$  کدام است؟



$$x = \frac{-(-2b)}{2a} = \frac{+b}{a}$$

$$y(0) = 3b \Rightarrow OA = OB \Rightarrow 3b = \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow 3ab = b$$

$$(a = 1)$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

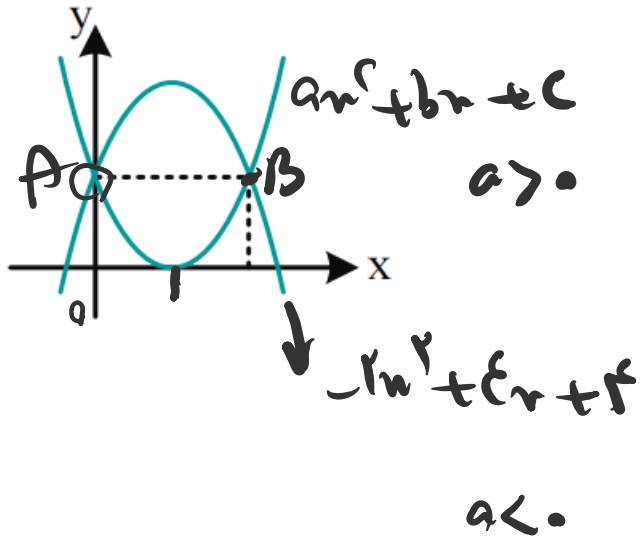
- (۱) ۳  
۲) ۵  
۳) ۲  
۴) ۲

$$\Delta = 0 \Rightarrow 4b^2 - 12ab = 0 \Rightarrow 4b^2 - 4b = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} b = 0 \\ 4b - 4 = 0 \Rightarrow b = 1 \end{array} \right.$$

$$a + b = \frac{4}{3}$$

مگر بر محور هم باشد

۱۱- در شکل مقابل، نمودار سهمی‌های  $y = ax^2 + bx + c$  و  $y = -2x^2 + 4x + 4$  رسم شده است. مقدار  $b$  کدام است؟



$$\begin{array}{l|l} h=0 & h=1 \\ \hline y=1 & y=4 \end{array}$$

$$\frac{-b}{2a} = 1 \rightarrow -b = 2a$$

- (1) -8
- (2) -6
- (3) -12
- (4) -16

$$y = ax^2 - 2ax + 4$$

$$\begin{array}{l} | \varnothing \rightarrow a = -2a + 4 \\ \hline a = 4 \end{array}$$

$$-b = 2a \Rightarrow -b = 8$$

$$b = -8$$

۱ - ۳ = -۲  
 -۱۲ - مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x-3}{1+|x|} > -1$  با مجموعه جواب نامعادله  $\frac{ax^2+bx+a}{x^2+x+3} > 1$  یکسان است. حاصل  $a-b$  کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

$x-3 > -1-|x| \Rightarrow x+|x| > 2$

- $x > 0$ :  $2x > 2 \Rightarrow x > 1$  ✓
- $x < 0$ :  $x-x > 2 \Rightarrow 0 > 2$  ✗

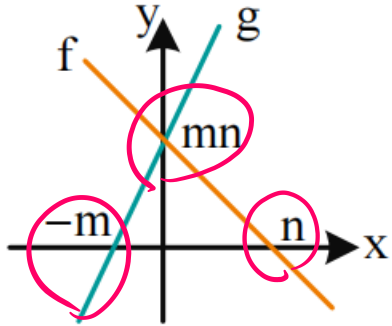
$ax^2+bx+a > x^2+x+3 \Rightarrow (a-1)x^2 + (b-1)x + a-3 > 0$   $(1, +\infty)$

$(b-1)x + a-3 = 0 \rightarrow b-1+1-3 = 0$   
 $b = 3$



$\Delta > 0$   $\frac{1-b}{1}$   
 $\Delta = \frac{1-b}{1}$   
 $p < \frac{1-b}{1}$

۱۳- نمودار توابع خطی  $f$  و  $g$  به صورت مقابل است. اگر تابع  $y = 2x + f(x+2)$  همانی و تابع  $y = ax - g(x-2)$  ثابت باشد، حاصل  $m+n+a$  کدام است؟



$$f(x) = -mx + mn$$

$$g(x) = nx + mn$$

$$y = 2x + f(x+2) = 2x - m(x+2) + mn$$

$$= (2-m)x - 2m + mn = x$$

$$\begin{cases} 2-m=1 \rightarrow m=1 \\ -2m+mn=0 \rightarrow n=2 \end{cases}$$

$$\end{cases}$$

$$y = ax - g(x-2) = ax - n(x-2) - mn = (a-n)x + 2n - mn$$

$$\xrightarrow{=} a-n=0 \Rightarrow a=n=2$$

- ۷ (۱)
- ۶ (۲)
- ۹ (۳)
- ۴ (۴)

۱۴- تعداد اعداد صحیح عضو دامنه و برد تابع  $f(x) = 2 - k\sqrt{4 - |x|}$  یکسان است. مقدار صحیح  $k$  کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$f(x) > 0 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4 \quad \text{یا}$$

$$0 < 4 - |x| \leq 4 \rightarrow 0 < \sqrt{4 - |x|} \leq 2$$

$$\rightarrow -2 \leq k\sqrt{4 - |x|} \leq 2 - k \Rightarrow \underbrace{-2 \leq 2 - k \leq -1}$$

$$\underbrace{-2 \leq 2 - k \leq -1}$$

$$\rightarrow -9 < -2k \leq -8$$

$$\rightarrow \underbrace{\frac{9}{2} > k \geq 4}$$

۱۵- تابع  $f$  خطی و دامنه و برد آن به ترتیب برابر بازه‌های  $[-2, 4]$  و  $[-12, 6]$  است.  $f(1)$  کدام است؟

$-3$  (۴)

$-4$  (۳)

$2$  (۲)

$4$  (۱)

$c, d$

$a, b$

$$f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{c+d}{2} \Rightarrow f(1) = \frac{-12+4}{2} = -4$$

✓

۱۶- از بین ۴ مهره آبی، ۶ مهره قرمز و ۵ مهره زرد به چند طریق می توان ۵ مهره انتخاب کرد به طوری که تعداد مهره های آبی و قرمز برابر باشد؟ آزمون وی ای پی

۶۹۱ (۱)

۵۷۱ (۲)

۵۲۱ (۳)

۴۸۱ (۴)

آبی

قرمز

زرد

①

$$\binom{4}{0} \binom{6}{4} \binom{5}{0} = 1$$

②

$$\binom{4}{1} \binom{6}{1} \binom{5}{3} = 4 \times 6 \times 10 = 240 \Rightarrow$$

③

$$\binom{4}{2} \binom{6}{2} \binom{5}{1} = 6 \times 15 \times 5 = 225$$

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = 10$$

$$220 + 240 + 1 = 461 = \checkmark$$



۱۷- با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ چند عدد پنج رقمی مضرب ۴ می توان ساخت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست).

۵۴۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۴۸۰ (۲)

۷۲۰ (۱)

if {  
 ۴, ۲, ۱, ۵, ۳ → دهانه  
 ۴, ۲, ۱, ۵, ۳ → زنجیره دهانه

$\boxed{3} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{2} = 260$   
 $\boxed{3} \boxed{4} \boxed{2} \boxed{4} \boxed{4} = 260$   
 $\boxed{3} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{2} \boxed{4} = 120$   


---

 400

۱۸- در پرتاب دو تاس، پیشامد A را «مجموع اعداد دو تاس عدد کمتر از ۸ باشد» و پیشامد B را «عدد حداقل یکی از دو تاس اول باشد» تعریف می‌کنیم. احتمال رخ دادن پیشامد A-B چقدر با احتمال رخ دادن پیشامد B-A اختلاف دارد؟ آزمون وی ای پی

$$\frac{16}{36} \text{ (۴)}$$

$$\frac{11}{36} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{36} \text{ (۲)}$$

$$\frac{6}{36} \text{ (۱)}$$

$$A = \{1+1, 1+2, 1+3, 2+1, 2+2, 2+3, 3+1, 3+2, 4+1\} = ۲۱$$

$$P(B-A) = P(A-B) = \frac{4}{36}$$

$$B = \{1+1, 1+2, 2+1, 2+2, 3+1, 3+2, 4+1, 4+2, 5+1, 5+2, 6+1\} = ۲۷$$

$$A-B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2)\} = ۵$$

$$P(A-B) = \frac{5}{36}$$

$$B-A = \{(2,1), (2,2), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (5,1), (5,2), (6,1), (6,2)\}$$

$$P(B-A) = \frac{11}{36}$$

$$t \quad P(A \cap B) = \frac{1}{2} P(B) \Rightarrow P(B) = 1 \cdot t$$

$$t \quad P(A \cap B) = \frac{1}{2} P(A) \Rightarrow P(A) = \frac{2}{1} t$$

۱۹- اگر  $P(A \cap B) = \frac{1}{15} P(A)$ ،  $P(A \cap B) = \frac{1}{11} P(B)$  و  $P(A) + P(B) = \frac{5}{6}$  باشد، مقدار  $P(A' \cap B)$  چند برابر  $P(A')$  است؟

$$\frac{27}{40} \quad (4)$$

$$\frac{23}{40} \quad (3)$$

$$\frac{17}{20} \quad (2)$$

$$\frac{13}{20} \quad (1)$$

$$P(A' \cap B) = P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 1 \cdot t - t = 0$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{1} t$$

$$P(A) + P(B) = \frac{5}{6} \Rightarrow 1 \cdot t + \frac{2}{1} t = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{3}{1} t = \frac{5}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{9t}{1 - \frac{2}{1} t} = \frac{\frac{9}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{9}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{27}{1}$$

۲۰- اندازه وزن کارمندان یک اداره و میزان تحصیلات آنها به ترتیب چه نوع متغیری است؟

(۲) کمی گسسته- کیفی اسمی

(۴) کمی گسسته- کیفی ترتیبی

(۱) کمی پیوسته- کیفی اسمی

(۳) کمی پیوسته- کیفی ترتیبی