۱۱۱- اگر دامنهٔ تابع $f(x) = -(x+۱)^{۳} + ۲$ برابر با $[a,۱]$ باشد، برد آن به‌صورت $[b,a+۳]$ می‌باشد، حاصل $a-b$ برابر کدام است؟

اکیدا نزولی

۱) ۴

۲) ۵ ✓

۳) ۲

۴) ۶

$$f(۱) = b \Rightarrow -۸+۲ = \boxed{-۶ = b}$$

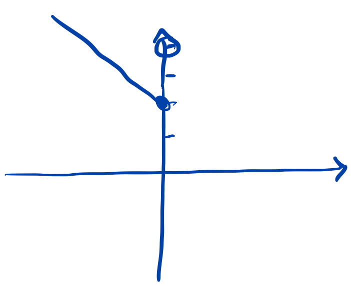
$$f(a) = a+۳ \Rightarrow -(a+۱)^{۳} + ۲ = a+۳$$

$$(a+۱)^{۳} + a + ۱ = ۰ \Rightarrow (a+۱)\left((a+۱)^{۲}+۱\right) = ۰$$

$$a+۱ = ۰ \Rightarrow \boxed{a = -۱}$$

$$a-b = -۱-(-۶) = ۵$$

۱۱۲- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} -x+۲ & , \ x \le ۰ \\ g(x)-(x+۱)^{۲} & , \ x > ۰ \end{cases}$ اکیداً یکنوا باشد، تابع خطی $g(x)$ کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟



۱) $g(x) = \frac{۱}{۲}x + ۲$

۲) $g(x) = x + ۳$

۳) $g(x) = -۴x - ۴$

۴) $g(x) = -۴x + ۵$ ✓

۱۱۳- اگر f تابع خطی اکیداً صعودی و g تابع خطی اکیداً نزولی با دامنهٔ $\mathbb{R}$ باشند، دامنهٔ تابع $y=\dfrac{gof(x)+x^۴}{\sqrt{fog(x^۳)-fog(۴x)}}$ شامل چند عدد صحیح منفی نیست؟

۱) ۱

۲) ۲ ✓

۳) ۳

۴) ۴

$fog(x^۳)-fog(۴x)>۰$

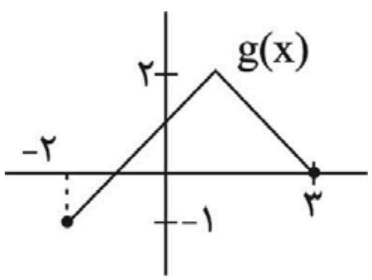
$fog(x^۳)>fog(۴x)$

$x^۳<۴x \Rightarrow x^۳-۴x<۰ \Rightarrow x(x^۲-۴)<۰$

	−۲		۰		۲	
−		+		−		+
✓				✓		

−۲، −۱

۱۱۴- اگر $f(x)=\dfrac{x}{x+۳}$ با دامنهٔ $[۳,۶)$ و نمودار تابع $g(x)$ به صورت زیر باشد، دامنهٔ تابع $gof(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟



$g(f(x))$

۳، ۴، ۵

$\frac{۱}{۲}$ $\frac{۴}{۷}$ $\frac{۵}{۸}$

۱) صفر

۲) ۲

۳) ۳ ✓

۴) ۶

۱۱۵- نقطهٔ $A\Big|^{-5}_{3}$ روی نمودار $y=-2f(-x+3)+4$، به نقطهٔ $A'\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ روی نمودار $y=3f(\frac{1}{2}x-3)-1$ تبدیل می‌شود. $a+2b$ کدام است؟

۱) ۲۳ ✓

۲) ۳۲

۳) ۲۷

۴) ۲۱

$3=-2f(8)+4$

$2f(8)=1$

$f(8)=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}x-3=8$

$\frac{1}{2}x=11 \Rightarrow \boxed{x=22}$

$y=3(\frac{1}{2})-1=\boxed{\frac{1}{2}}$

$a+2b=22+2(\frac{1}{2})=23$

۱۱۶- اگر $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & , \quad x<0\\ -x-2 & , \quad x\geq 0\end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases}-x^2+11 & , \quad x\geq 0\\ -x-4 & , \quad x<0\end{cases}$ باشد، بزرگترین مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $fof(x)>g(x)$ به صورت $(a,b)\cup(c,+\infty)$ می‌باشد. حاصل $2a+b-c$ کدام است؟

۱) $\frac{-\sqrt{5}}{2}$

۲) $-\sqrt{5}$ ✓

۳) $1-\sqrt{5}$

۴) -2

$fof=\begin{cases}(-x-2)^2+1 & : x\geq 0\\ -(x^2+1)-2 & : x<0\end{cases}$

$x\geq 0: \; x^2+4x+5>-x^2+11 \Rightarrow 2x^2+4x-6>0$

$x^2+2x-3>0$

$-3 \quad 1$

$+ \quad - \quad +$

$x>1$

$x<0: \; -x^2-1-2>-x-4 \Rightarrow x^2-x-1<0 \Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

$a \leftarrow \frac{1-\sqrt{5}}{2}<x<0 \rightarrow b$

$1-\sqrt{5}-1=-\sqrt{5}$

۱۱۷- هر گاه تابع $f(x)=\sqrt{۲x+m}$ وارون خود را در نقطه‌ای به طول $x=۱$ قطع کند، حاصل $f^{-۱}(۳)$ برابر کدام است؟

$(۱,۱)$

-۱

۱) ۱-

۲) ۳

۳) ۲-

۴) ۵ ✓

$f(۱)=۱ \Rightarrow \sqrt{۲+m}=۱ \Rightarrow \boxed{m=-۱}$

$f^{-۱}(۳)=a \Rightarrow f(a)=۳$

$\sqrt{۲a-۱}=۳ \Rightarrow ۲a-۱=۹$

$۲a=۱۰ \Rightarrow \boxed{a=۵}$

۱۱۸- هر گاه $f(x)=\begin{cases} ۲-x & x\geq ۰ \\ -\frac{x}{۲}+۱ & x<-۲ \end{cases}$ و $g(x)=\frac{x+۳}{x-۱}$ باشد، اگر $(gof^{-۱})(a)=۳$، آن‌گاه a کدام است؟

۳

$g(f^{-۱}(a))=۳$

۱) ۱- ✓

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

$\frac{x+۳}{x-۱}=۳ \Rightarrow x+۳=۳x-۳ \Rightarrow ۲x=۶ \Rightarrow \boxed{x=۳}$

$f^{-۱}(a)=۳ \Rightarrow f(۳)=a \Rightarrow ۲-۳=\boxed{-۱}$

۱۱۹- اگر $f(x)=۲x^۲-x-۲۳$ و $x \ge ۲$ باشد، نمودارهای دو تابع $y=f^{-۱}(x)$ و $g(x)=x-۱$ در نقطهٔ A متقاطع‌اند. فاصلهٔ نقطهٔ A از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{۴۱}$ ✓

۲) $\sqrt{۶۹}$

۳) $\sqrt{۳۱}$

۴) $\sqrt{۱۰}$

$$f^{-1}(x)=x-۱$$

$$x=۲(x-۱)^۲-(x-۱)-۲۳$$

$$x=۲x^۲-۴x+۲-x+۱-۲۳$$

$$۲x^۲-۶x-۲۰=۰ \Rightarrow x^۲-۳x-۱۰=۰$$

$$(x-۵)(x+۲)=۰ \quad \begin{cases} x=۵ \Rightarrow y=۴ \\ x=-۲ \times \end{cases}$$

$$d=\sqrt{۲۵+۱۶}=\sqrt{۴۱}$$

۱۲۰- اگر $f^{-۱}og(x)=\frac{۲x+۲}{x-۳}$ و $g(x)=ax+۲$، معادلهٔ $fog(x)=g(x)$ به ازای کدام مقدار a فقط یک ریشه دارد؟

۱) ۲

۲) $-\frac{۳۲}{۹}$ ✓

۳) ۳

۴) $-\frac{۷}{۲}$

$$\underbrace{f^{-1}of}og=f^{-1}og$$

$$g=f^{-1}og \Rightarrow ax+۲=\frac{۲x+۲}{x-۳}$$

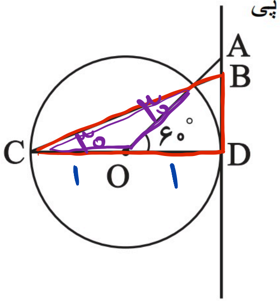
$$ax^۲-۳ax+\cancel{۲x}-۶=\cancel{۲x}+۲ \Rightarrow ax^۲-۳ax-۸=۰$$

$$\Delta=۰ \Rightarrow ۹a^۲+۳۲a=۰ \Rightarrow a(۹a+۳۲)=۰$$

$$a=-\frac{۳۲}{۹}$$

$\tan x$

۱۲۱- با توجه به شکل، در دایرهٔ مثلثاتی زیر، طول پاره‌خط AB کدام است؟ (O مرکز دایره است.) آزمون وی ای پی



$AD - BD = AB$

$\tan ۶۰ = \sqrt{۳}$

$\tan ۳۰ = \frac{BD}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow BD = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

$\frac{۳\sqrt{۳}}{۳} - \frac{۲\sqrt{۳}}{۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۱) $\sqrt{۳}$

۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ✓

۳) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

۴) $\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$

۱۲۲- اگر $\tan x = \sqrt{۷}$ باشد، حاصل $\sqrt{\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}} - \sqrt{\frac{۱+\sin x}{۱-\sin x}}$ کدام است؟ $(۰ < x < \frac{\pi}{۲})$

$\sqrt{\frac{(۱-\sin x)^۲}{\cos^۲ x}} = \frac{۱-\sin x}{\cos x}$

$\sqrt{\frac{(۱+\sin x)^۲}{\cos^۲ x}} = \frac{۱+\sin x}{\cos x}$

$\rightarrow \frac{-۲\sin x}{\cos x} = -۲\tan x$

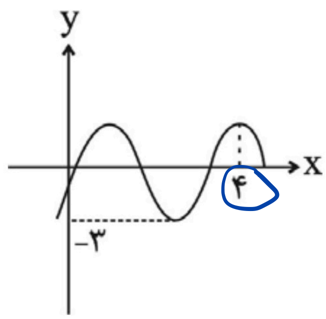
۱) $-\sqrt{۷}$

۲) $-\frac{\sqrt{۷}}{۲}$

۳) $-۲\sqrt{۷}$ ✓

۴) $-۳\sqrt{۷}$

۱۲۳- اگر نمودار $y = b\sin\pi(\alpha x - ۱) - ۱$ به صورت مقابل باشد، حاصل $\frac{\alpha}{b}$ برابر کدام می‌تواند باشد؟



$b\sin(\pi\alpha x - \pi) - 1$

$-b\sin(\pi\alpha x) - 1$

$\alpha \times b < 0$

$-|b| - 1 = -3 \Rightarrow |b| = 2$

$b = \pm 2$

$\boxed{2\sin(-3x) = -2\sin 3x}$

۱) $-\frac{۳}{۸}$

۲) $-\frac{۱}{۴}$

۳) $-\frac{۵}{۱۶}$ ✓

۴) $-\frac{۷}{۶}$

$b = -2 \Rightarrow 2\sin(\pi\alpha x) - 1$

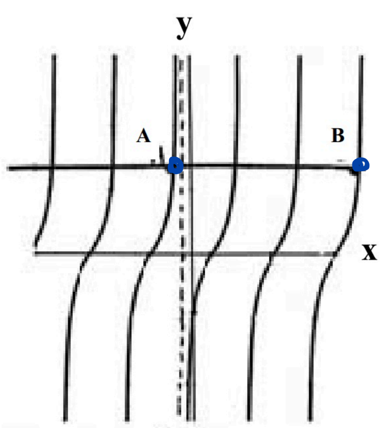
$4\alpha \cancel{\pi} = \frac{5\cancel{\pi}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{5}{8}$

$\Rightarrow \frac{\alpha}{b} = -\frac{5}{16}$

۱۲۴- بخشی از نمودار $y = \tan(۲x + a)$ رسم شده است. حاصل $\frac{x_B - x_A}{a}$ کدام است؟ ($-\frac{\pi}{۲} < a < ۰$)

$\frac{3\cancel{\pi}}{2}$

$-\frac{\cancel{\pi}}{3}$



$x = -\frac{\pi}{۱۲}$

$T = \frac{\pi}{2}$

۱) ۴/۵- ✓

۲) ۴/۵

۳) ۹-

۴) ۹

$x = -\frac{\pi}{12} \Rightarrow -\frac{\pi}{6} + a = -\frac{\pi}{2}$

$a = -\frac{3\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3}$

۱۲۵- با فرض $\cos ۵۳^\circ = ۰/۶$ ، مقدار $\cos ۳۲^\circ$ چقدر است؟

۱) ۰/۸۴۲۶

۲) ۰/۸۴۳۲ ✓

۳) ۰/۸۵۶۲

۴) ۰/۸۶۷۲

$$\underset{۱۰۶}{\cos(۲\times ۵۳)} = ۲\cos^۲ ۵۳ - ۱ = ۲\left(\frac{۹}{۲۵}\right) - ۱ = \boxed{\frac{-۷}{۲۵}}$$

۹۰+۱۶

$$\cos(۹۰+۱۶) = -\sin ۱۶ = -\frac{۷}{۲۵} \Rightarrow \sin ۱۶ = \frac{۷}{۲۵}$$

$$\cos ۳۲ = ۱ - ۲\sin^۲ ۱۶ = ۱ - \left(\frac{\overset{۱۵۶۸}{۹۸\times ۱۶}}{۲۵^۲\times ۴^۲}\right)$$

۱۲۶- معادلهٔ $۸\cos^۴ x - ۸\cos^۲ x + ۱ = \frac{۱}{۲}$ روی بازهٔ $[۰,۲\pi]$ چند ریشه دارد؟

$$۸\cos^۲ x\,(\overset{-\sin^۲ x}{\cos^۲ x - ۱}) + ۱ = \frac{۱}{۲}$$

۱) ۴

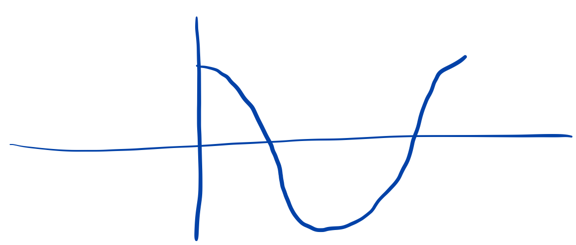
۲) ۶

$$-۲\sin^۲ ۲x + ۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \boxed{\cos ۴x = \frac{۱}{۲}}$$

۳) ۸ ✓

۴) ۱۰

$$\sin^۲ ۲x = ۲^۲ \sin^۲ x \cos^۲ x$$



$x = \frac{\pi}{۲}$

۱۲۷- اگر $x = ۲k\pi - \frac{۳\pi}{۲}$ یک دسته از جواب‌های معادله $۳\sin x + \cos ۲x = k$ باشد، مساحت شکل حاصل از وصل کردن تمام جواب‌های این معادله بر روی دایرهٔ مثلثاتی کدام است؟

$۳ - ۱ = ۲$

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۸}$

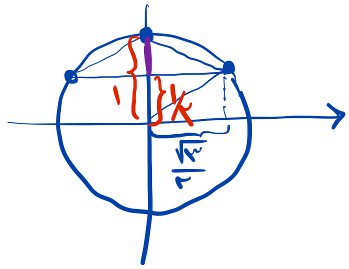
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ ✓

۳) $\frac{۲-\sqrt{۳}}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۲} - \frac{\sqrt{۳}}{۴}$

$۳\sin x + ۱ - ۲\sin^۲ x = ۲ \Rightarrow ۲\sin^۲ x - ۳\sin x + ۱ = ۰$

$\begin{cases} \sin x = ۱ \\ \sin x = \frac{۱}{۲} \end{cases}$



$S = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۳} \times \frac{۱}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}$

۱۲۸- از معادلهٔ مثلثاتی $\sin ۳x \times \cos ۴x = ۱$ تعداد جواب‌ها در $(۰,۲\pi)$ کدام است؟

۱ ۱

−۱ −۱

۱) صفر

۲) ۱ ✓

۳) ۲

۴) ۳

$\cos ۴x = ۱ \Rightarrow ۴x = ۲k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲}$

$\cancel{\frac{\pi}{۲}}, \cancel{\pi}, \frac{۳\pi}{۲}$

$\cos ۴x = -۱ \Rightarrow ۴x = ۲k\pi + \pi = (۲k+۱)\pi$

$x = \frac{(۲k+۱)\pi}{۴}$ $\cancel{\frac{\pi}{۴}}, \cancel{\frac{۳\pi}{۴}}, \cancel{\frac{۵\pi}{۴}}, \cancel{\frac{۷\pi}{۴}}$

$x=2$ $x=-2$

۱۲۹- باقیمانده‌ٔ تقسیم $p(2x-1)$ بر $x+2$ برابر ۳- و باقیمانده‌ٔ تقسیم $p(2x+1)$ بر $x-2$ برابر ۱ می‌باشد. باقیمانده‌ٔ تقسیم $p(x+4)-2p(-x-4)$ بر $x-1$ کدام است؟

$x=1$

۱) ۲-

۲) ۷

۳) ۵-

۴) ۵

$p(-5)=-3$

$p(5)=1$

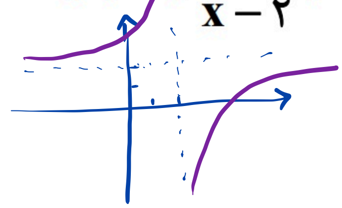
$p(5)-2p(-5)$

$1+6=7$

۱۳۰- اگر $f(x)=[\frac{2x-6}{x-2}]+x-2$ حاصل $\left[\lim\limits_{x\to 0^+} fof(x)\right]$ کدام است؟

$f(f(x))$

1^+



۱) ۱-

۲) ۱

۳) ۳

۴) صفر

$3-2=1^+$

$4-1=3$

۱۳۱- حاصل $\lim\limits_{x \to ۱} \dfrac{x-۱}{\sqrt[۴]{x}-۱}$ کدام است؟

$x^{\frac{1}{۴}}$

$$\text{Hop} \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{۴} x^{-\frac{۳}{۴}}} \xrightarrow{x \to 1} \frac{1}{\frac{1}{۴}}$$

۱) ۲

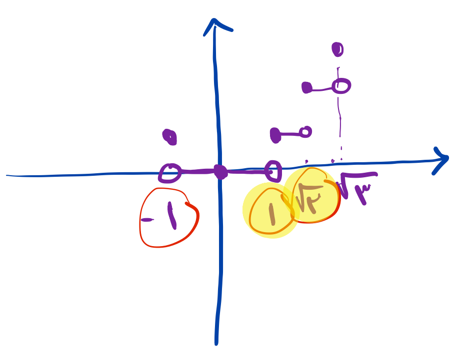
۲) ۱

۳) ۴ ✓

۴) ۳

۱۳۲- اگر تابع $f(x)=[x^۲]$ در بازهٔ $[-۱,a)$، دارای ۳ نقطهٔ ناپیوسته و b تعداد نقاطی باشد که فقط از راست پیوسته هستند، بیشترین مقدار a+b کدام است؟

$\sqrt{۳}$



۱) $\sqrt{۲}+۲$

۲) $\sqrt{۳}+۲$ ✓

۳) $\sqrt{۳}+۱$

۴) $\sqrt{۲}+۱$

۱۳۳- اگر $\lim\limits_{x\to(\frac{۱}{۳})^-}\dfrac{-\left[\dfrac{۳x^۲+۱}{x^۲}\right]x+a}{۶-\dfrac{۲}{x}}=+\infty$ باشد، چند مقدار طبیعی برای a وجود دارد؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

$۳+\dfrac{۱}{x^۲}=۹^+$

$\dfrac{۶^+}{۰^-}$

$-۳+a<۰ \Rightarrow a<۳$

۱, ۲

$a=۳ \Rightarrow \dfrac{-۹x+۳}{۶-\dfrac{۲}{x}}$

۱۳۴- اگر $\lim\limits_{x\to a^+}\dfrac{x}{۲^x-x^۲}=+\infty$ باشد، مجموع مربعات ریشه‌های معادلهٔ $x^۴-ax^۲+۱=۰$ کدام است؟

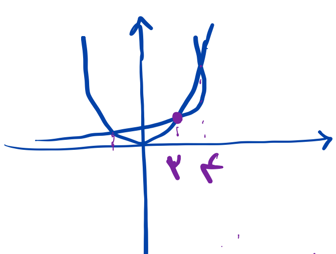
۴

۱) صفر

۲) ۲

۳) ۴

۴) ۸



$\dfrac{\text{عدد منفی}}{۰^+}=-\infty$ ×

$\dfrac{۴}{۰^+}=+\infty$

$\dfrac{۲}{۰^-}=-\infty$ ×

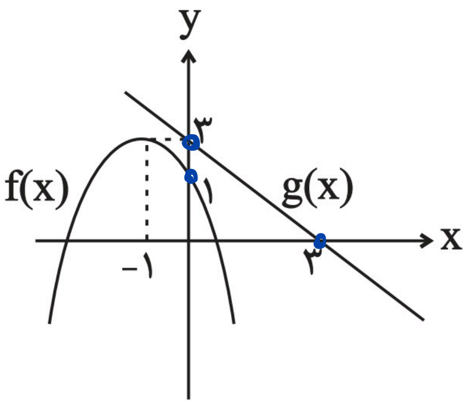
$x^۴-۴x^۲+۱=۰$

$t^۲-۴t+۱=۰ \quad \begin{cases}\Delta>۰\\ S>۰\\ P>۰\end{cases}$

$t_1 \,,\, t_2$

$-\sqrt{t_1}, \sqrt{t_1}, -\sqrt{t_2}, \sqrt{t_2}$ ۴

$t_1+t_1+t_2+t_2=۲(t_1+t_2)=۸$



۱۳۵- با توجه به نمودار توابع f و g، حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x|g(x)|}$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲ ✓

۳) -۱

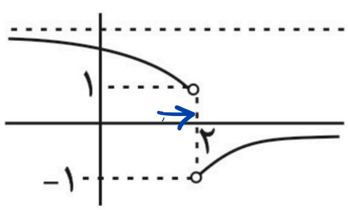
۴) -۲

$g(x) = -x + 3$

$f(x) = \cancel{a}^{\,-2}(x+1)^2 + 3$

$f(0) = 1 \Rightarrow a + 3 = 1 \Rightarrow \boxed{a = -2}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2(x+1)^2+3}{x|-x+3|} = \lim \dfrac{-2\cancel{x^2}}{-\cancel{x^2}} = 2$



۱۳۶- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(\dfrac{2x^2+5x-1}{x^2+2x+3}\right)$ چقدر است؟

< 2

۱) ۱ ✓

۲) -۱

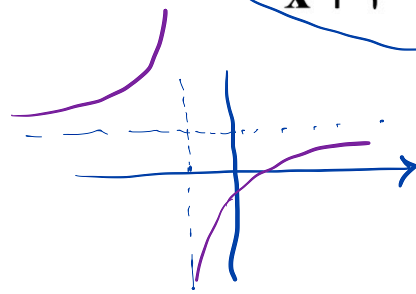
۳) ۲

۴) وجود ندارد.

$\dfrac{2x^2+5x-1}{x^2+2x+3} > 2 \Rightarrow \cancel{2x^2} + 5x - 1 > \cancel{2x^2} + 4x + 6$

$x > 7$ ✗

۱۳۷- اگر $f(\frac{x-1}{x+1}) = \frac{3|x|+2}{x+7}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ چقدر است؟



۱) ۳

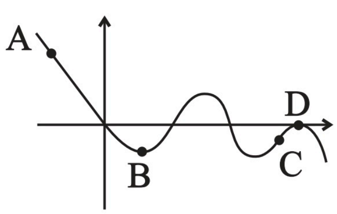
۲) ۳-

۳) وجود ندارد

۴) ۱

$x \to -\infty : \quad f(1^+) = \frac{-3\cancel{x}}{\cancel{x}} = -3$

۱۳۸- با توجه به نمودار تابع $f(x)$ کدام گزینه در مورد این تابع درست نیست؟



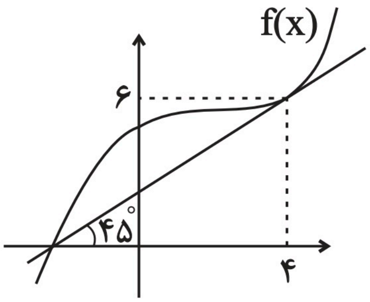
۱) $f(A) > f(B)$ ، $f'(A) < f'(B)$

۲) $f'(B) = f(D)$ ، $f'(A) < f'(C)$

۳) $f'(B) = f(D)$ ، $f'(C) < f(B)$

۴) $f'(C) \ge f'(B) \ge f(D) \ge f'(A)$

۱۳۹- طبق نمودار خط مماس بر تابع f داده شده است. حاصل $\lim\limits_{x\to ۴}\dfrac{f(x)-f(۴)}{x^۲-۱۶}$ کدام است؟



$$\lim_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{x-4}\times\frac{1}{x+4}$$

$$\frac{1}{8}f'(4)=\frac{1}{8}(1)=\frac{1}{8}$$

۱) $-\frac{۱}{۸}$

۲) $\frac{۱}{۸}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $-\frac{۱}{۴}$

۱۴۰- اگر تابع f در $x=۱$ مشتق‌پذیر باشد و $\lim\limits_{h\to ۰}\dfrac{f(۱+h)}{h}=۴$ حاصل $f'(۱)+f(۱)$ کدام است؟

$4+0=4$

$f(1)=0$

$$\text{Hop}\to\frac{f'(1)}{1}=4$$

۱) ۴

۲) ۴-

۳) ۳

۴) ۳-