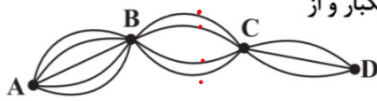


۱- از شهر A تا شهر B، ۵ راه و از شهر B تا شهر C، ۴ راه و از شهر C تا شهر D، ۳ راه مطابق شکل

وجود دارد، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر D رفت و برگشت به‌طوری‌که از هر مسیر حداکثر یکبار و از



شهرهای B و C یکبار در مسیر رفت و یکبار در مسیر برگشت عبور کنیم؟

۷۲۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

۱۴۴۰ (۴) ✓

۱۰۸۰ (۳)

رفت : $A \xrightarrow{5} B \xrightarrow{4} C \xrightarrow{3} D = 4.$

$4. \times 3! = 1440$

برگشت : $D \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} B \xrightarrow{5} A = 24$

ترکیب

۲- می‌خواهیم از بین ۴ کتاب ریاضی متفاوت و ۶ کتاب ادبیات متفاوت، ۵ کتاب به‌طوری‌که تعداد کتاب‌های ریاضی بیش‌تر از کتاب‌های ادبیات باشد، انتخاب

کنیم و آن‌ها را در یک قفسه طوری بچینیم به‌طوری‌که کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های ادبیات کنار هم باشند. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟

۱۸۲۲ (۴)

✓ ۱۷۲۸ (۳)

۱۰۲۴ (۲)

۱۴۴۰ (۱)

$\binom{4}{4} \times \binom{6}{1} = 1 \times 6 = 6$

$\binom{6}{4} \times \binom{4}{2} = 15 \times 6 = 90$

$\binom{4}{3} \times \binom{6}{2} = 4 \times 15 = 60$

$\binom{6}{3} \times \binom{4}{1} = 20 \times 4 = 80$

$6 + 90 + 60 + 80 = 236$

۳- دانش‌آموزی برای پاسخ به سؤالات یک امتحان شامل ۱۰ سؤال چهارگزینه‌ای و ۵ سؤال ۲ گزینه‌ای، چند پاسخ‌نامه مختلف می‌تواند داشته باشد به‌طوری

که فقط مجبور باشد حتماً به سؤالات ۲ گزینه‌ای پاسخ دهد؟

۲۵^{۱۰} (۴)

۲۵^۵ (۳)

۵۰^۵ (۲) ✓

۲۰^۵ (۱)

گزینه‌ای : $(4+1)^5 = 5^5 = (5^2)^5$

$(2)^5 = 2^5$

$(5^2)^5 \times 2^5 = 50^5$

۴- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، اگر مجموع دو عدد ظاهر شده بزرگ‌تر از ۹ بود تاس دیگری را پرتاب می‌کنیم و اگر مجموع دو عدد ظاهر شده عددی

یک رقمی بود، یک سکه را پرتاب می‌کنیم، فضای نمونه این پدیده تصادفی چند عضو دارد؟

۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۳+۳+۱		
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹۶ (۴)	۲۸۶ (۳)	۷۲ (۲)

$30 \times 2 = 60$
 $3 \times 4 = 12$
 $60 + 12 = 72$

۵- اعداد ۰، ۱ و ۲ و ۳ را روی پنج کارت مختلف نوشته‌ایم. به چند طریق می‌توان سه کارت دلخواه به ترتیب انتخاب کرد و یک عدد سه رقمی زوج ساخت؟ (کارت اول یکان، کارت دوم صدگان و کارت سوم دهگان است).

۱۲ (۴)	۶۰ (۳)	۳۰ (۲)	۳۶ (۱)
--------	--------	--------	--------

$\frac{4 \times 3 \times 1}{1} = 12$
 $\frac{3 \times 3 \times 2}{3} = 18$
 $12 + 18 = 30$

۶- در یک جعبه ۷ مهره بنفش و ۱۱ مهره نارنجی داریم، اگر بتوانیم از این جعبه به ۱۲۰ طریق ۳ مهره به تصادف خارج کنیم، در چند حالت هر ۳ مهره

همرنگ هستند؟
 همه سبقت یا همه نارنجی

کل: $n + 7$

$\binom{n+7}{3} = 120$
 $\frac{(n+7)(n+6)(n+5)}{3 \times 2 \times 1} = 120$
 $(n+7)(n+6)(n+5) = 720$
 $10 \times 9 \times 8 = 720$
 $n+7 = 10$
 $n = 3$

$\binom{3}{3} + \binom{11}{3} = 14$

۷- در چند جایگشت از حروف کلمه «KHANEWORK» عبارت «KHANE» دیده می‌شود اما عبارت «WO» دیده نمی‌شود؟

۱۲۴ (۱) ۸۶ (۲) ۹۶ (۳) ✓ ۱۲۰ (۴)

_____ = ۱۲! = ۵! ✓

_____ = ۲۵! = ۶!

مطلوب: $120 - 24 =$

$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$

۸- یک مجموعه ۱۰ عضوی، چند زیرمجموعه دارد که تعداد عضوهای آن حداقل ۳ عضو باشد؟

۱۰۸۰ (۱) $2^{10} - \binom{10}{3}$ (۲) ۹۶۸ (۳) ✓ ۹۶۹ (۴)

~~$\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} + \dots + \binom{10}{10} = 2^{10}$~~

$A = 2^{10} - 56 \rightarrow A = 1024 - 56 = 968$

۹- ۶ توریست به چند طریق می‌توانند به ۴ کشور سفر کنند به طوریکه به هر کشور، حداقل یک توریست سفر کند؟

۴۸۰ (۱) ۱۰۸۰ (۲) ۱۵۶۰ (۳) ✓ ۲۱۶۰ (۴)

تورها

$\binom{4}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{4}{3} \times 3! = 48$

حاجبای سه‌گانه در هر کدام توریست می‌توانند

۱: توریست را با هم‌زمانه در هر کدام به هر یک از

۲: توریست که برای کشور بوند

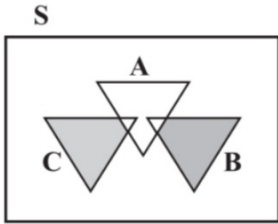
۳: توریست

۴: توریست

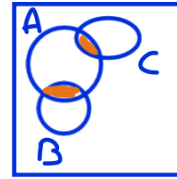
$\binom{4}{1} \binom{4}{2} \binom{4}{3} \times 2! =$

$4 \times 10 \times 4 \times 2 = 107.2$

۱۰- اگر A, B, C سه پیشامد از فضای نمونه S باشند، کدام گزینه نمایش ناحیه رنگی نمی تواند باشد؟



$(C - A) \cup (B - A)$ ✗



$A \cap (B \cup C)$ ✓

$(B \cup C) \cap A'$ ✗

$(B \cup C) - A$ ✗

بسته

۱۱- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ همه اعداد سه رقمی با ارقام متمایز را ساخته ایم، سپس به تصادف یکی را انتخاب می کنیم، احتمال آن که عدد

انتخاب شده زوج و بزرگتر از ۴۰۰ باشد، چقدر است؟

$\frac{3}{25}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{4}{25}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱) ✓

$n(S) = \frac{5}{5} \frac{4}{5} \frac{3}{5} = 100$

$P(A) = \frac{20}{100}$

$n(A) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{5} \frac{4}{5} \frac{1}{5} = 8 \\ \frac{2}{5} \frac{3}{5} \frac{1}{5} = 8 \\ \frac{1}{5} \frac{4}{5} \frac{1}{5} = 4 \end{array} \right\} \rightarrow 20 = n(A)$

۱۲- بر روی هر یک از دو خط موازی D و D' چهار نقطه وجود دارد، ۳ نقطه از بین آن ها به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال آن که با این نقاط بتوان یک مثلث ساخت کدام است؟

$n(S) = \binom{4}{3} = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$

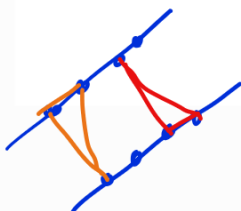
مثلت ساخت کدام است؟

$\frac{3}{11}$ (۴)

$\frac{4}{9}$ (۳)

$\frac{6}{7}$ (۲) ✓

$\frac{5}{7}$ (۱)



$n(A) = \binom{4}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{4}{2} \times \binom{4}{1} = 2 \times 4 + 2 \times 4 = 16$

$P(A) = \frac{16}{64} = \frac{4}{16}$

۱۳- برای انجام مسابقه‌ای، ۴ نفر از گروه ریاضی و ۶ نفر از گروه تجربی داوطلب شده‌اند، اگر به‌طور تصادفی ۴ نفر از بین آن‌ها انتخاب شوند، با کدام احتمال

$$n(S) = \binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

تعداد افراد انتخابی از دو گروه متفاوت‌اند؟

$$\frac{3}{7} \quad (2) \qquad \frac{5}{14} \quad (1)$$

تعداد افراد از دو گروه: نامطلوب:

$$\binom{4}{2} \times \binom{6}{2} = 6 \times 15$$

$$P(\text{نامطلوب}) = 1 - P(\text{مطلوب})$$

$$P(A) = 1 - \frac{6 \times 15}{210} = \frac{4}{7}$$

۱۴- چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

الف) بیشتر شدن پراکندگی متغیر مورد بررسی تأثیری در اندازه نمونه انتخابی نمی‌گذارد.

ب) برای توصیف داده‌های کمی، بیان شاخص‌های پراکندگی کفایت.

ج) بعد از تحلیل داده‌ها می‌توانیم با قطعیت نتایج را به کل جامعه‌های آماری تعمیم دهیم.

د) در گام «طرح و برنامه‌ریزی» سعی می‌کنیم اطلاعات کیفی را تا حد ممکن به اطلاعات عددی تبدیل کنیم.

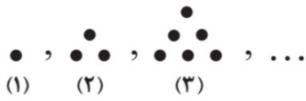
$$1 \quad (4) \qquad 2 \quad (3) \qquad 3 \quad (2) \qquad 4 \quad (1)$$

۱۵- در پرتاب دو تاس، احتمال این که مجموع دو تاس عددی اول و فرد باشد، کدام است؟

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
مجموع	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
تعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۱

$$\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

۱۶- مطابق شکل زیر، مجموع تعداد نقطه‌های شکل پنجم با تعداد نقطه‌های شکل چندم این دنباله، برابر ۴۳ است؟



دنباله اصلی

۱, ۳, ۶, ...

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$a_n = \frac{\Delta(\Delta+1)}{2} = 1\Delta$$

$$1\Delta + a_n = 43$$

$$a_n = 43 - 1\Delta = 2\Delta$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 2\Delta \rightarrow n(n+1) = 4\Delta$$

$4 \times 11 = 44$

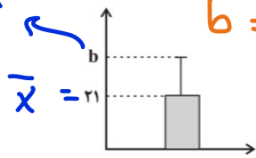
(۲) هفتم ✓

(۱) هشتم

(۴) چهارم

(۳) ششم

$\frac{2}{b} + \frac{1}{x}$



$b = 23$

$$\frac{29}{1} + \frac{1}{a} = \frac{21}{1}$$

$$1 + \frac{1}{a} = 1 - a$$

$$a = 1 - a - 1 \rightarrow a = -2$$

۱۷- اگر نمودار زیر مربوط به داده‌های ۲۴ و ۲۰ و ۱۸ و ۲۱ باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

(۲) -۱ ✓

(۱) -۲

(۴) ۲

(۳) ۱

$$6 = \frac{0 + 9 + 1 + 1 + 1}{a} = 5$$

$6 = 2$

۱۸- در دنباله بازگشتی $a_1 = a_2 = 4$ و $a_{n+2} = a_{n+1} + 4a_n - n^2$ ، جمله هفتم کدام است؟

(۴) ۹۸

(۳) ۵۶۳

(۲) ۵۷۳ ✓

(۱) ۲۰۶

$$n=1 \rightarrow a_3 = a_2 + 4a_1 - (1)^2 = 4 + 16 - 1 = 19 \rightarrow a_3 = 19$$

$$n=2 \rightarrow a_4 = a_3 + 4a_2 - 2^2 = 19 + 32 - 4 = 47 \rightarrow a_4 = 47$$

$$n=3 \rightarrow a_5 = a_4 + 4a_3 - 3^2 = 47 + 114 - 9 = 152 \rightarrow a_5 = 152$$

$$n=4 \rightarrow a_6 = a_5 + 4a_4 - 4^2 = 152 + 464 - 16 = 596 \rightarrow a_6 = 596$$

$$n=5 \rightarrow a_7 = a_6 + 4a_5 - 5^2 = 596 + 2384 - 25 = 2955 \rightarrow a_7 = 2955$$

۱۹- مجموع ۱۷۰ جمله اول دنباله $A_n = \begin{bmatrix} 2n+1 \\ 2n+1 \end{bmatrix}$ کدام است؟ (| علامت جزء صحیح است.)

طبیعی

۲۷۰ (۴)

۲۹۰ (۳)

۱۹۰ (۲)

۱۷۰ (۱) ✓

$$A_n = \begin{bmatrix} 2n+1 \\ 2n+1 \end{bmatrix} = \left[\frac{2n}{2n+1} + \frac{1}{2n+1} \right] = \left[1 + \frac{2n}{2n+1} \right] = \left[1, - \right] = 1$$

$A_n: 1, 1, 1, \dots, 1$

$A_1 = \left[\frac{3}{2} \right] = 1 \quad A_2 = \left[\frac{5}{2} \right] = 1$

۲۰- در دنباله $a_n = \begin{cases} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{n} & \text{فرد باشد } 2n-1 \\ (-1)^n \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) & \text{زوج باشد } 2n-1 \end{cases}$ حاصل جمع «حاصل ضرب جملات دوم تا پنجم» و «حاصل ضرب جملات ششم تا دهم» کدام است؟

$\frac{11}{10} + 1 = \frac{21}{10}$

$n=4 \rightarrow a_4 = (-1)^4 \times \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$
 $n=5 \rightarrow a_5 = (-1)^5 \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = -\frac{4}{5}$
 $n=6 \rightarrow a_6 = (-1)^6 \times \left(\frac{7}{6}\right) = \frac{7}{6}$
 $n=7 \rightarrow a_7 = (-1)^7 \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) = -\frac{6}{7}$
 $n=8 \rightarrow a_8 = (-1)^8 \times \left(\frac{9}{8}\right) = \frac{9}{8}$
 $n=9 \rightarrow a_9 = (-1)^9 \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) = -\frac{8}{9}$
 $a_{10} = +\frac{11}{10}$

زوج $2n-1 = 2 \times$

$n=1 \rightarrow a_1 = (-1)^1 \times \left(1 - \frac{1}{1}\right) = 0$
 $a_{10} = +\frac{11}{10}$

$n=2 \rightarrow a_2 = (-1)^2 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow a_2 = \frac{3}{2}$
 $n=3 \rightarrow a_3 = (-1)^3 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = -1 \times \frac{2}{3} \rightarrow a_3 = -\frac{2}{3}$
 $n=4 \rightarrow a_4 = (-1)^4 \times \left(\frac{5}{4}\right) = 1 \times \frac{5}{4} \rightarrow a_4 = \frac{5}{4}$
 $n=5 \rightarrow a_5 = (-1)^5 \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = -1 \times \frac{4}{5} \rightarrow a_5 = -\frac{4}{5}$

$\frac{3}{2} \times \frac{5}{4} \times \frac{7}{6} \times \frac{9}{8} \times \frac{11}{10} = +1$