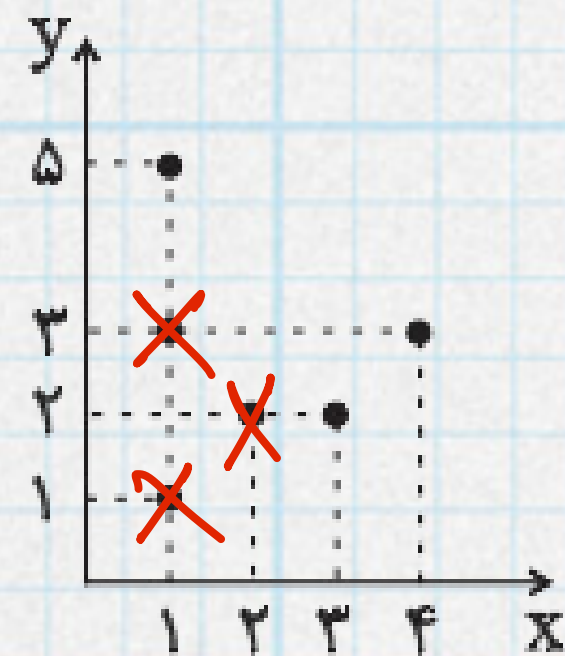


پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۶۱- حداقل چند نقطه از نمودار زیر حذف کنیم تا نمودار حاصل، تابع یک به یک شود؟

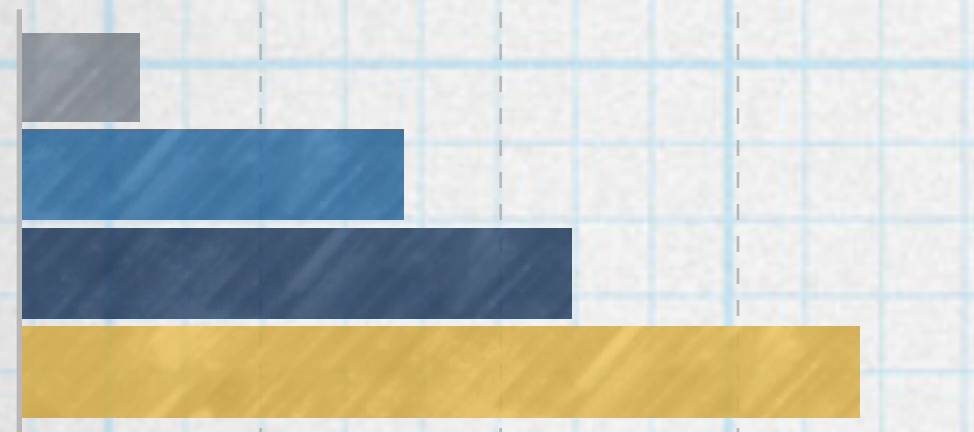


(۲) دو

(۴) چهار

(۱) یک

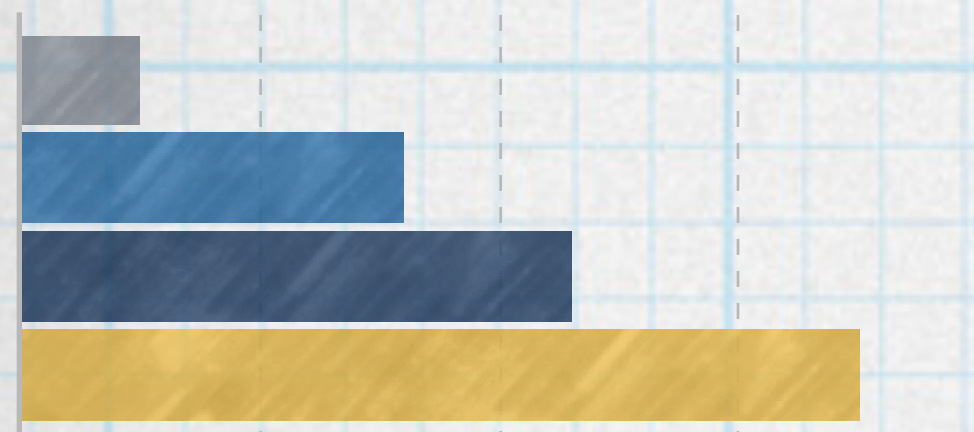
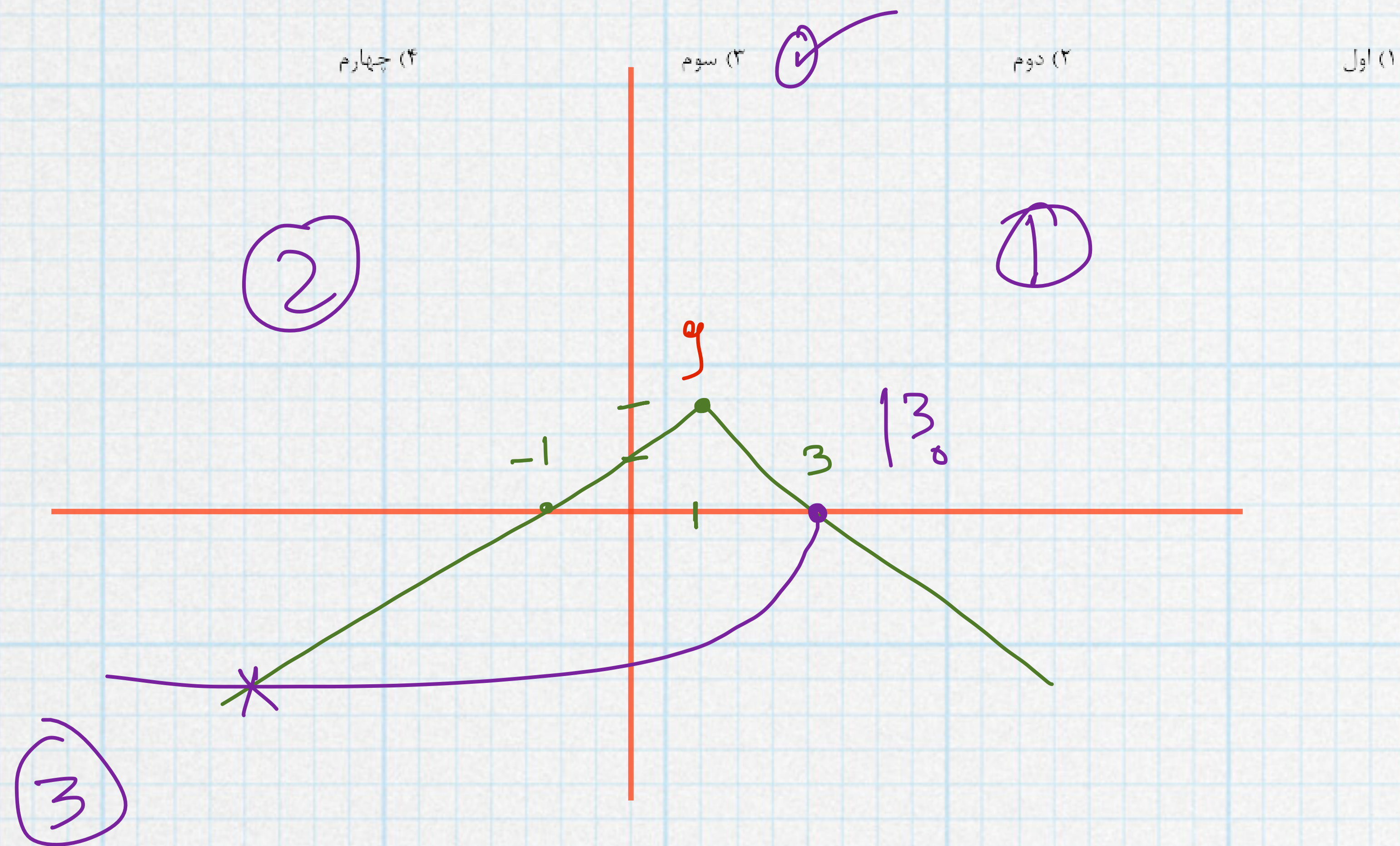
(۳) سه



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۶۲- نمودار دو تابع $f(x) = -\sqrt{-x+3}$ و $g(x) = -|x-1|+2$ در کدام ناحیه صفحه مختصات با هم برخورد دارند؟ (محورها در هیچ ناحیه‌ای نیستند.)



پویا کلانتری پور

$$a = \sqrt{a^2}$$

$$a \geq 0$$

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۶۳- اگر $(f+g)(x) = 3x - [3x]$ و $(5f-2g)(x) = 8g(x)$ باشد، حاصل $g(\sqrt{2} + f(\sqrt{2}) + \frac{8}{3})$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$\sqrt{2} + 4 \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} + 4 \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} - 4 \quad (2)$$



$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$5f(x) - 2g(x) = 8g(x)$$

$$\rightarrow f(x) = 2g(x)$$

$$3g(x) = 3x - [3x]$$

$$g(x) = x - \frac{1}{3}[3x]$$

$$f(x) = 2x - \frac{2}{3}[3x] \rightarrow f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - \frac{2}{3}[3\sqrt{2}]$$

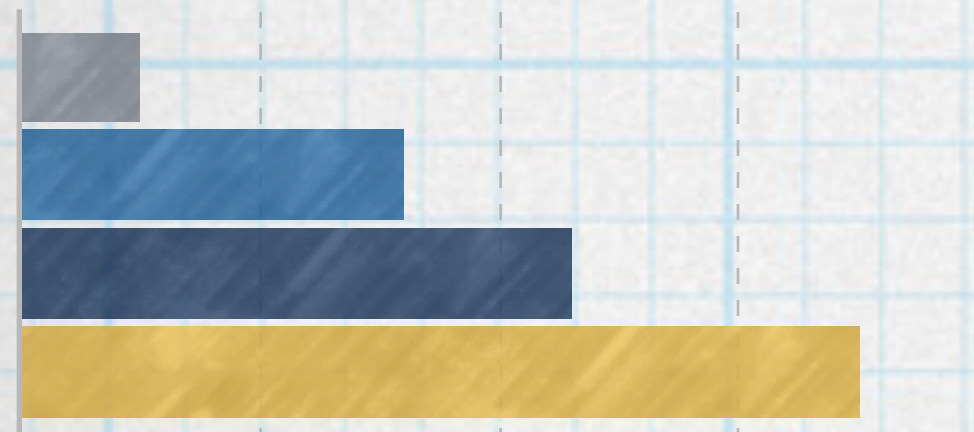
$$g(\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \frac{8}{3} + \frac{8}{3}) = g(3\sqrt{2})$$

$$g(3\sqrt{2}) = 3\sqrt{2} - \frac{1}{3}[9\sqrt{2}] = 3\sqrt{2} - \frac{1}{3}[162]$$

$$\sqrt{144} < \sqrt{162} < \sqrt{169} \rightarrow 12 < \sqrt{162} < 13$$

$$g(3\sqrt{2}) = 3\sqrt{2} - \frac{1}{3}(12) = 3\sqrt{2} - 4$$

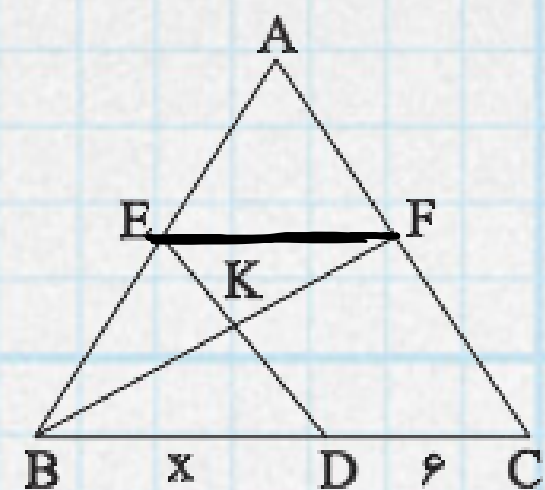
$$f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - \frac{2}{3}[3\sqrt{2}] = 2\sqrt{2} - \frac{8}{3}$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۶۴- در شکل مقابل نقطه‌های E و F به ترتیب وسط پاره‌خط‌های AB و AC هستند و $BK = \frac{3}{2}KF$. طول پاره‌خط BD کدام است؟

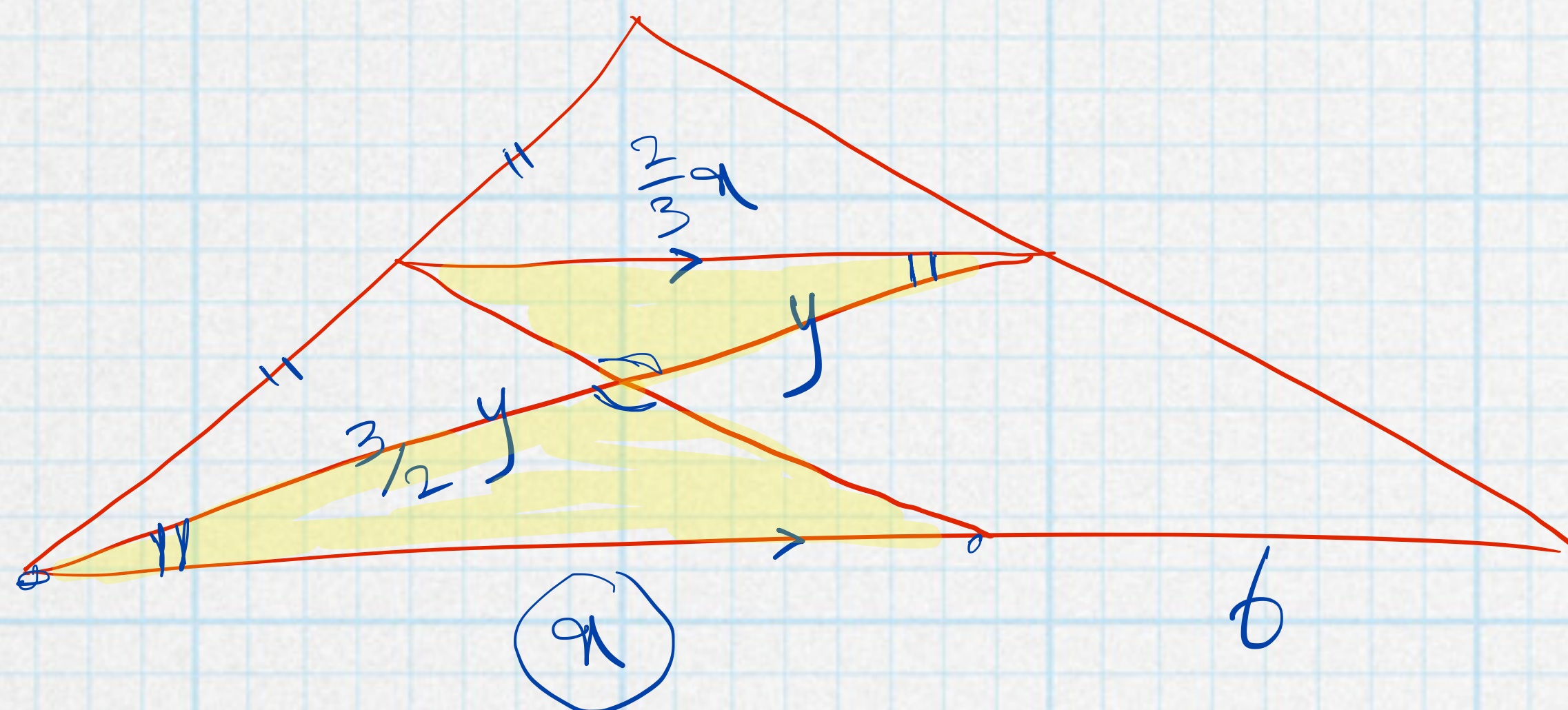


۱۴ (۳)

۱۲ (۱)

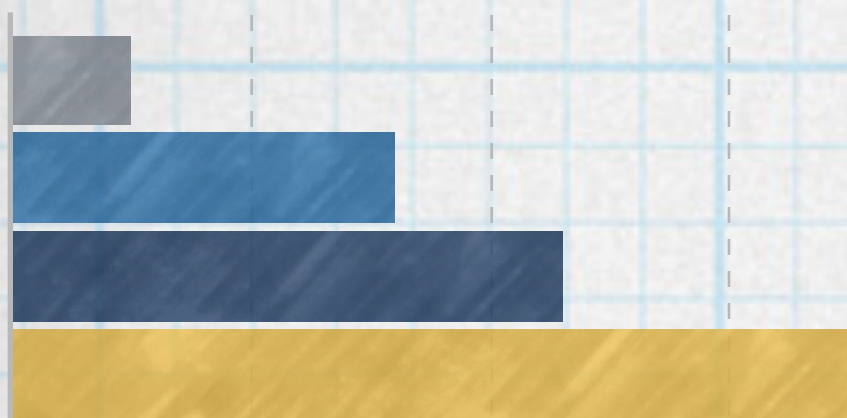
۱۸ (۴)

۱۶ (۳)



$$\frac{2}{3}n = \frac{1}{2}(n+6) \rightarrow \frac{4n}{3} = n+6$$

$$\frac{n}{3} = 6 \rightarrow n = 18$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۶۵- اگر دو تابع $f(x) = x + a$ و $g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + bx + c}{2x + d}, & x \neq 2 \\ f, & x = 2 \end{cases}$ مساوی باشند، حاصل $f(a + b + c + d)$ کدام است؟

-10 (۴)

-8 (۳) ✓

10 (۲)

8 (۱)

$$f(x) = g(x)$$

$$f(2) = g(2)$$

$$2 + a = 4 \rightarrow a = 2$$

$$4 + d = 0 \rightarrow d = -4$$

$$\rightarrow f(0) = g(0) \rightarrow 2 = \frac{c}{d} \rightarrow c = -8$$

$$\rightarrow f(-2) = g(-2) = 0 \rightarrow \frac{8 - 2b + c}{-4 + d} = \frac{-2b}{-8} = 0$$

$$\rightarrow b = 0$$

$$a + b + c + d = 2 + 0 - 8 - 4 = -10$$

$$f(-10) = -10 + 2 = -8$$

پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۶۶- رابطه $f = \{(3, -a), (2, 1 + \frac{2}{a+3}), (a, 3), (2, \frac{a+3}{-a}), (2a+1, a^2)\}$ تابع است. حاصل $f^{-1}(a^2)$ کدام است؟

۱-۸ (۴) ✓

۲ (۳)

۳-۱ (۲)

۵ (۱)

$$1 + \frac{2}{a+3} = \frac{a+3}{-a} \rightarrow 1 = \frac{-2}{a+3} - \frac{a+3}{a} = \frac{-2a - a^2 - 6a - 9}{a^2 + 3a}$$

$$a^2 + 3a = -a^2 - 8a - 9$$

$$\rightarrow 2a^2 + 11a + 9 = 0$$

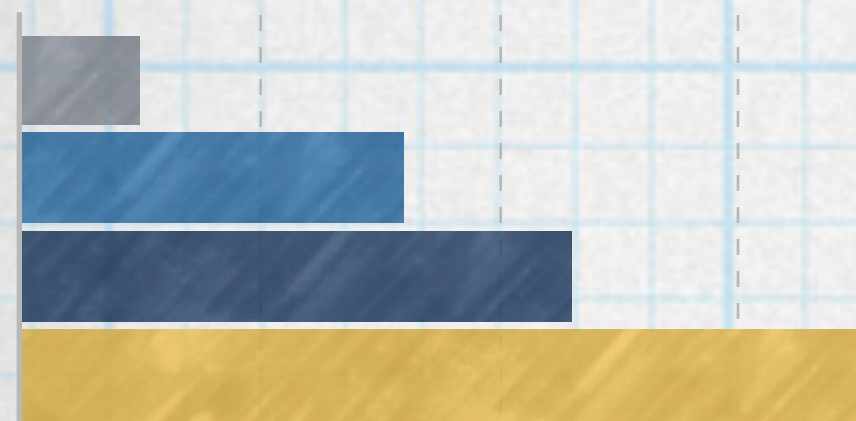
$$\rightarrow a = -1$$

$$\rightarrow a = -4.5$$

$$f^{-1} = \{(3, 1), (2, 2), (-1, 3), (2, 2), (-1, 1)\}$$

✓

$$2a = -9 \rightarrow 2a+1 = -8$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۶۷- تابع fg دارای ۵ عضو می باشد. در صورتی که تابع $\frac{f}{g}$ ، ۳ عضوی باشد، توابع $f+g$ و $f-g$ چند عضو مشترک دارند؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱) ✓

$$D_f \cap D_g$$

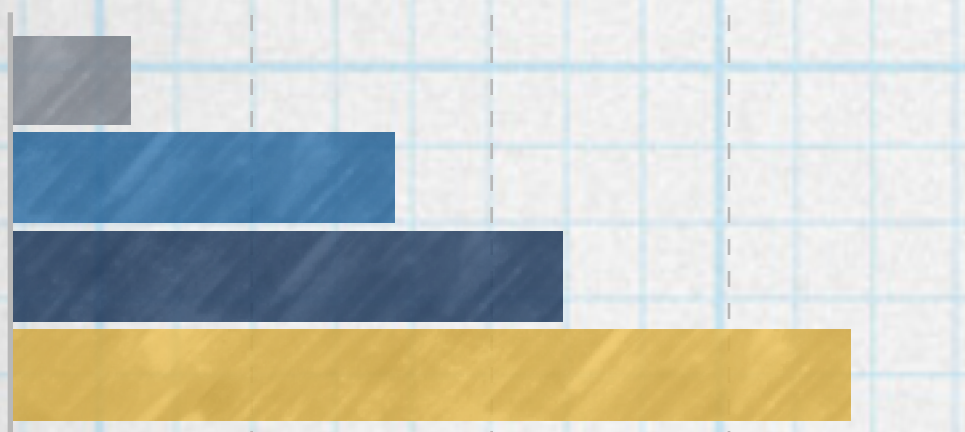
$$\underline{D_f \cap D_g}$$

$$- g=0 \quad | \quad 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (f-g)(x) = (f+g)(x) \\ f(x) - g(x) = f(x) + g(x) \end{array} \right.$$

$$2g(x) = 0$$

$$\rightarrow g(x) = 0$$

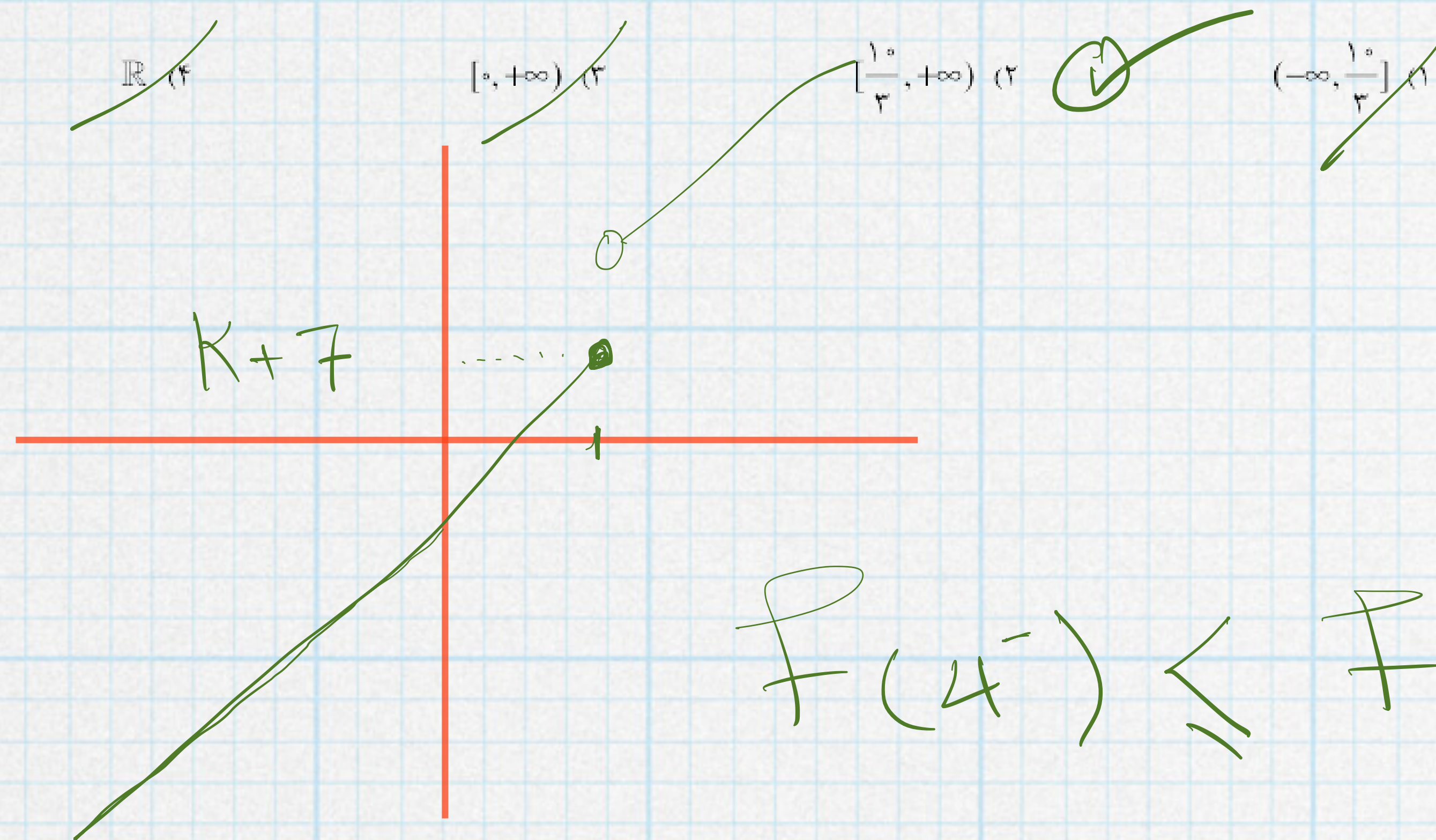


پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۶۸- به ازای چه مقادیری از k ، تابع $f(x) = \begin{cases} 2x+k-1 & , x \leq 4 \\ kx-3 & , x > 4 \end{cases}$ یک به یک است؟

$$k > 0$$

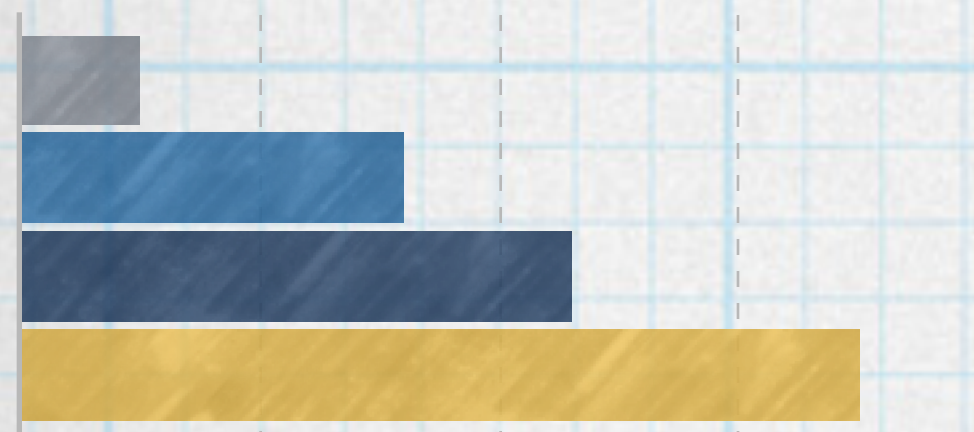


$$f(4^-) \leq f(4^+)$$

$$k+7 \leq 4k-3$$

$$\leftarrow 10 \leq 3k$$

$$k \geq \frac{10}{3}$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۶۹- در صورتی که داشته باشیم $f = \{(1, -2), (-3, 0), (4, 1), (2, 5), (0, 2)\}$ و $g = \{(4, -2), (2, 1), (0, 5), (-3, -1)\}$ ، مجموع اعضای برد تابع $y = \frac{f}{g} + \frac{1}{f}$ کدام است؟

x/y (۴)

x (۳)

y/x (۲)

x/y (۱)



$$D_f \cap D_g = \{4, 2, 0, -3\}$$

$$g(x) = 0 \quad \phi$$

$$f(x) = 0 \rightarrow \{-3\}$$

$$D_y = \{4, 2, 0\} \rightarrow$$

$$y(0) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = 0.9$$

$$y(2) = \frac{5}{1} + \frac{1}{5} = 5.2$$

$$y(4) = \frac{1}{-2} + 1 = 0.5$$

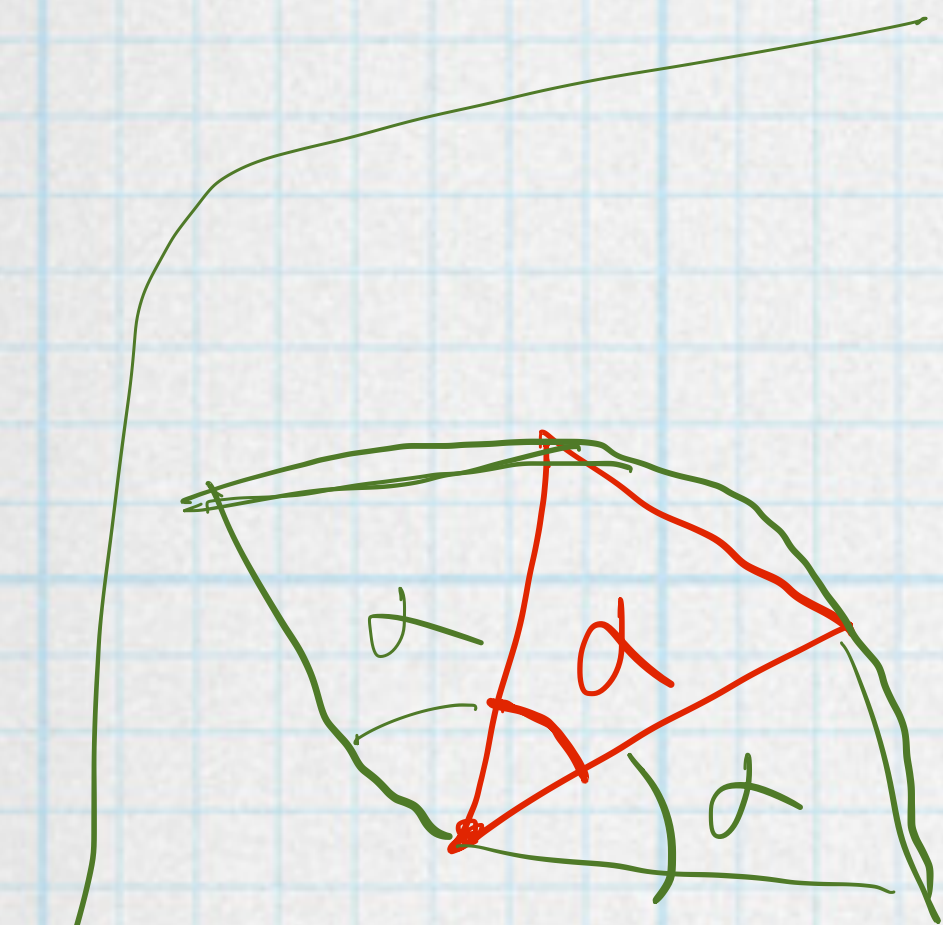
$$\oplus \left\{ \begin{array}{l} 0.9 \\ 5.2 \\ 0.5 \end{array} \right\} \rightarrow 6.6$$

پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۷۰- درون یک دایره به شعاع $\frac{3}{5}$ واحد، یک هفت ضلعی منتظم محاط می کنیم. اندازه طول کمانی از دایره که سه ضلع از این هفت ضلعی را در بر می گیرد تقریباً

چقدر است؟ ($\pi \approx \frac{22}{7}$)



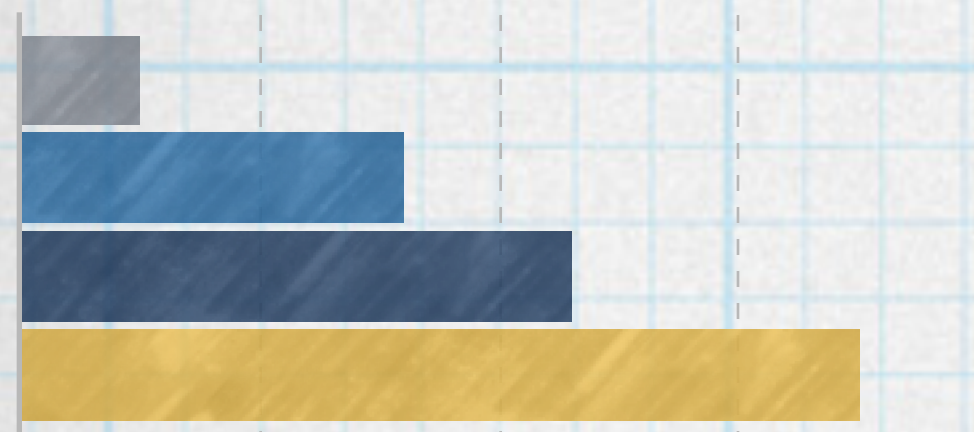
$$l = r\theta$$

$$7\alpha = 360^\circ \rightarrow \alpha = \frac{360^\circ}{7} = \frac{2\pi}{7}$$

$$\theta = 3\alpha = \frac{6\pi}{7} \text{ و } r = \frac{3}{2}$$

$$l = \frac{3}{2} \times \frac{6\pi}{7} = 3\pi \text{ و } \pi \approx 3.14$$

$$l \approx 9.42$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۷۱- در شکل زیر، طول مستطیل دو برابر عرض آن است. فاصله نقطه H از ضلع BC چند برابر عرض مستطیل است؟

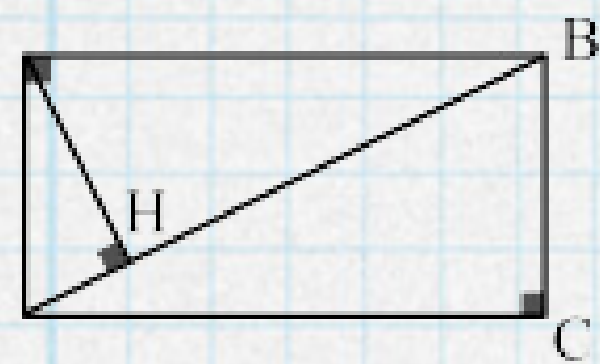
$$h = \frac{2a^2}{\sqrt{5}a} = \frac{2}{\sqrt{5}}a$$

$$DH = \sqrt{a^2 - \frac{4}{5}a^2}$$

$$DH = \frac{a}{\sqrt{5}}$$

$$h' = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}a \times \frac{1}{\sqrt{5}}a}{a}$$

$$h' = \frac{2}{5}a$$



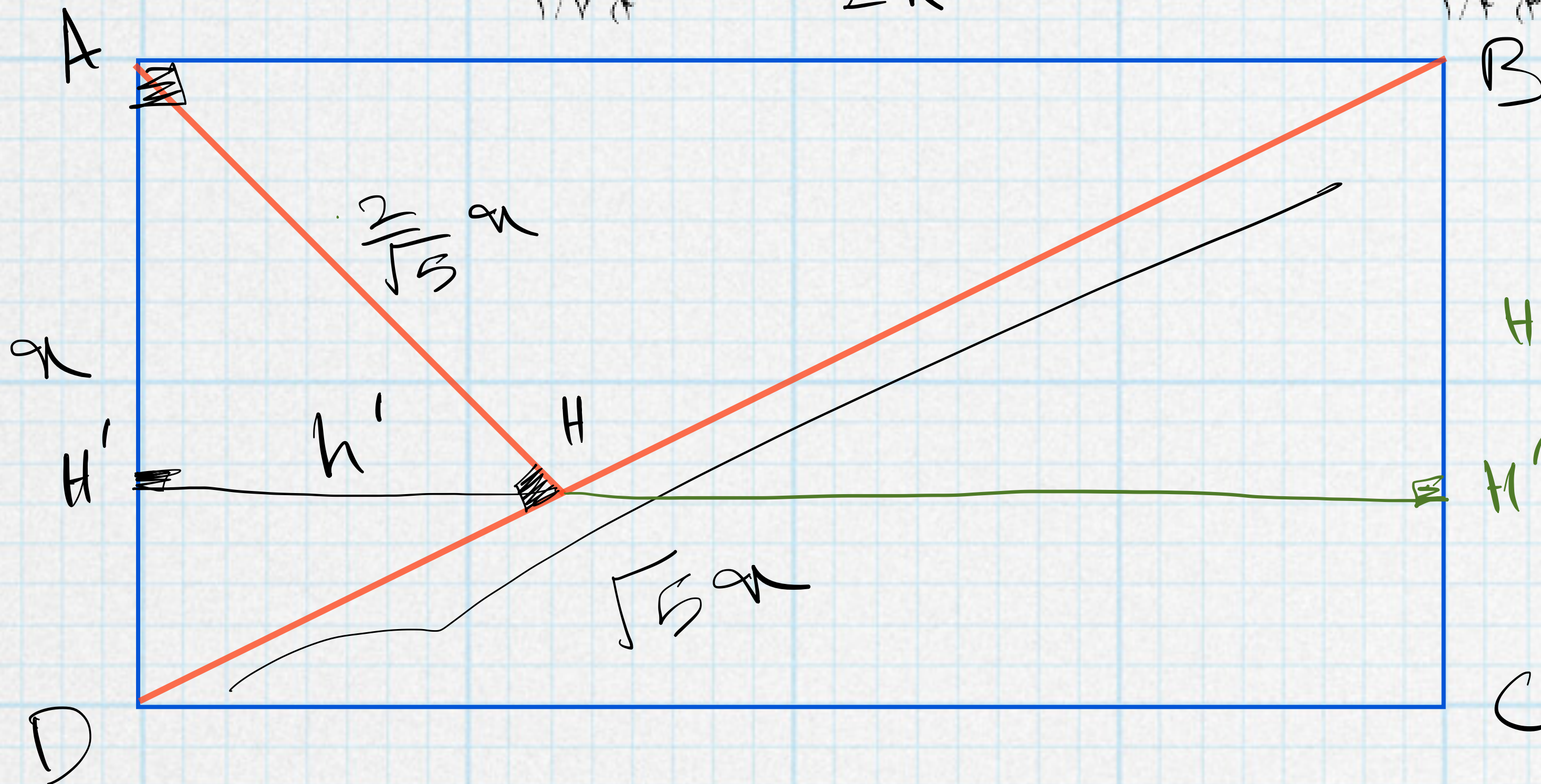
۱/۵ (r)

۱/۶ (r)

۱/۷ (r)

2a

۱/۴ (r)



$$HH'' = AB - HH'$$

$$HH'' = 2a - 0.4a = 1.6a$$

$$\frac{1.6a}{a} = 1.6$$

پویا کلانتری پور

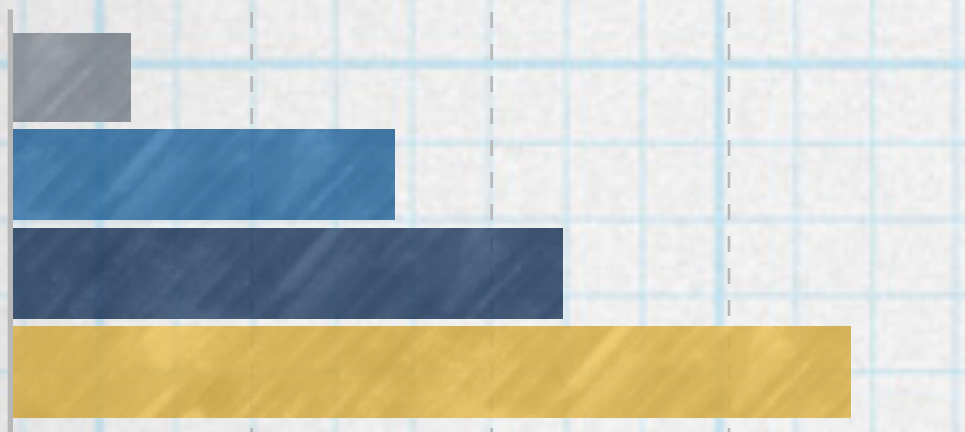
تحلیل گر ریاضیات کنکور

۷۲- نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه $\frac{49}{128}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچک‌تر ۲۱ سانتی‌متر باشد، ضلع متناظر با این ضلع در مثلث بزرگ‌تر چند سانتی‌متر است؟

$$K^2 = \frac{49}{128} = \frac{7^2}{2^7} \rightarrow K = \frac{7}{8\sqrt{2}} \equiv \frac{7}{8\sqrt{2}}$$

۲۴√۲ (۴) ۲۴√۲ (۳) ✓ ۲۱√۲ (۲) ۲۱√۲ (۱)

$$\frac{7}{8\sqrt{2}} = \frac{21}{96} \rightarrow 96 = 24\sqrt{2}$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۷۳- اگر $\left| \frac{x-3}{2} \right| = 1$ باشد، حاصل $\left| \frac{x+1}{2} \right|$ کدام است؟ (| | ، نماد جزء صحیح است.) آزمون وی ای پی

۴ (۴)

۳ (۳)



۲ (۲)

۱ (۱)

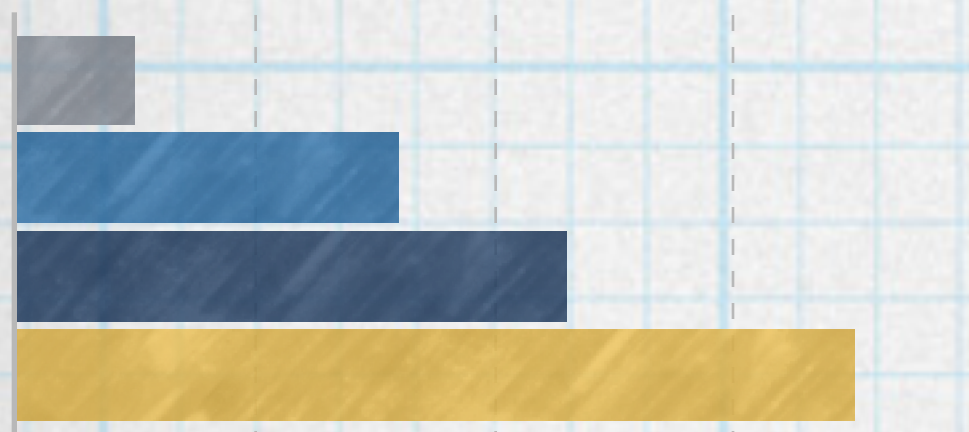
$$\lfloor n \rfloor = L \Rightarrow L \in \mathbb{Z}$$

$$L \leq n < L+1 \longrightarrow 1 \leq \frac{n-3}{2} < 2$$

$$2 \leq n-3 < 4 \xrightarrow{+4} 6 \leq n+1 < 8$$

$$3 \leq \frac{n+1}{2} < 4 \longrightarrow$$

$$\left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor = 3$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۷۴- اگر نمودار تابع $f(x) = a + \sqrt{x}$ از نقطه $A(4, 1)$ عبور کند، نمودار تابع $g(x) = \sqrt{x+2}a$ از کدام نقطه زیر عبور نمی کند؟

$E(18, 5)$ (۴)



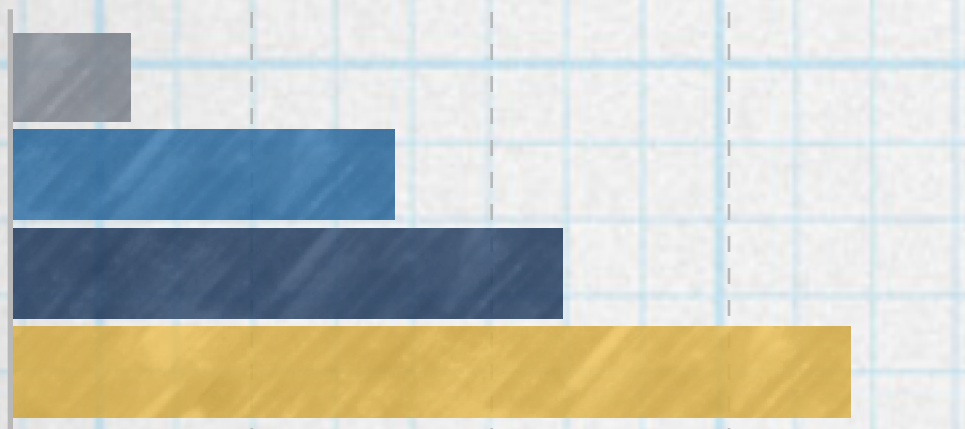
$D(11, 3)$ (۳)

$C(6, 2)$ (۲)

$B(3, 1)$ (۱)

$$f(4) = 1 \longrightarrow 1 = a + \sqrt{4} \longrightarrow \boxed{a = -1}$$

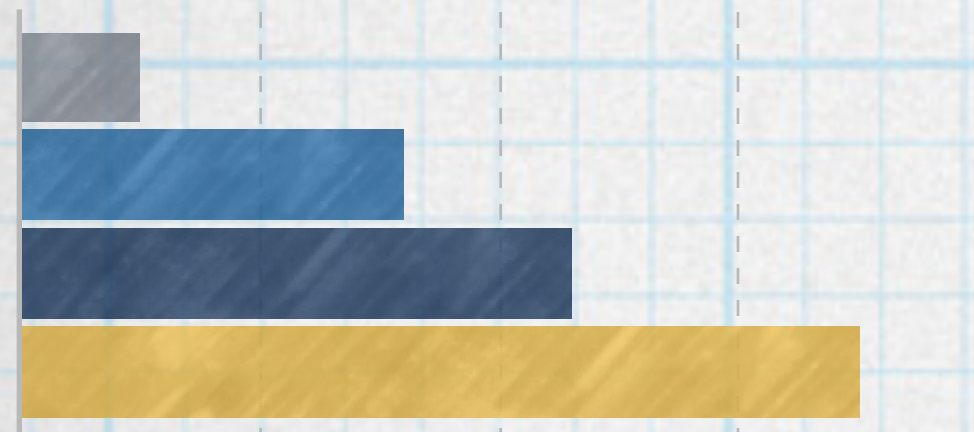
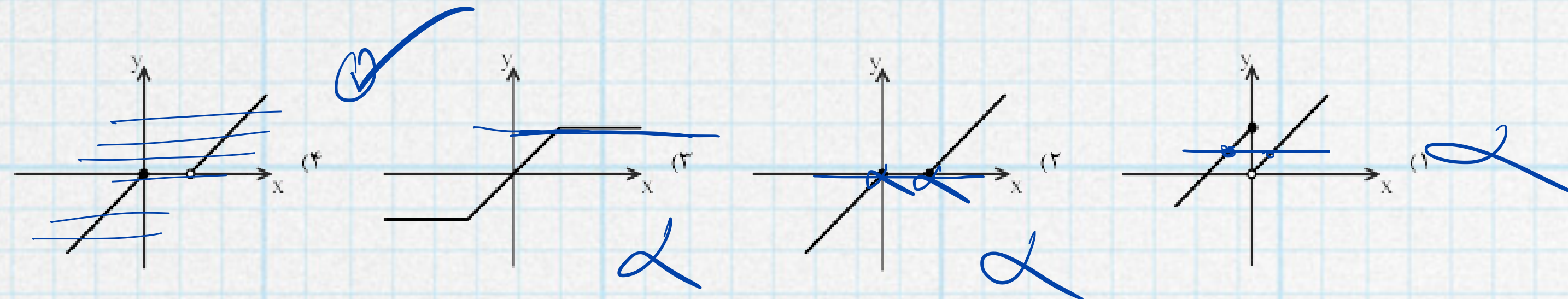
$$g(x) = \sqrt{x-2}$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۷۵- کدام نمودار زیر یک تابع یک به یک را نمایش می‌دهد؟



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۷۶- تابع $f(x) = a^2x - 3ax + 3 + 2x$ یک به یک نیست، مقدار a کدام می تواند باشد؟

(۴) صفر

(۳) -۲

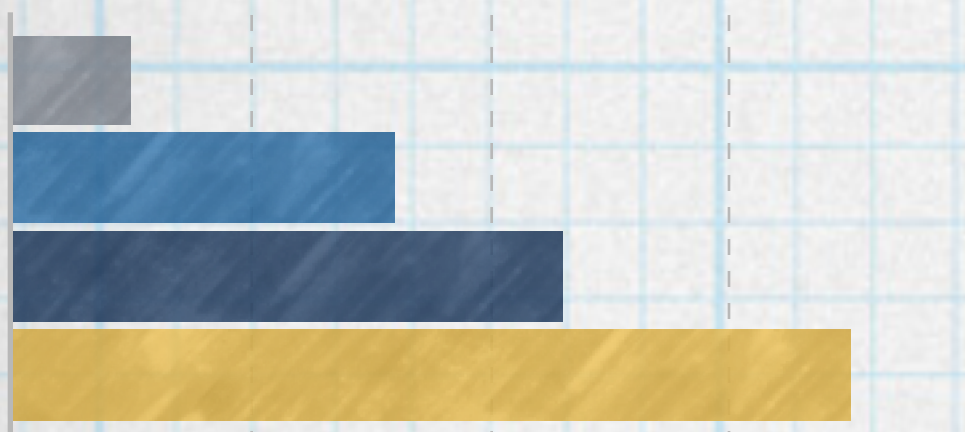
(۲) ۳

(۱) ۱



$$f(x) = x(a^2 - 3a + 2) + 3$$

$$\rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \quad \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۷۷- اگر $f(x) = \frac{2}{3}x + a$ باشد و نمودار تابع f^{-1} از نقطه $(2, 6)$ بگذرد، مقدار $f^{-1}(0)$ کدام است؟

-7 (۴)

-2 (۳)

3 (۲)



$\frac{14}{3}$ (۱)

$$a \in f \iff b \in f^{-1}$$

$$b \in f \longrightarrow 2 = 4 + a \longrightarrow a = -2$$

$$f(x) = \frac{2x}{3} - 2 \longrightarrow y = \frac{2x}{3} - 2 \longrightarrow y + 2 = \frac{2x}{3}$$

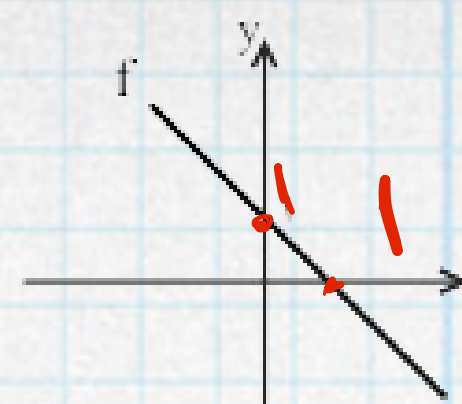
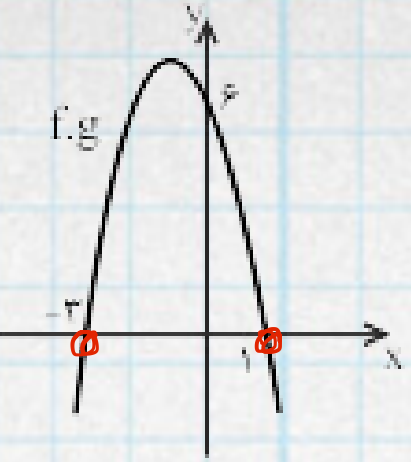
$$\longrightarrow x = \frac{3y + 6}{2}$$

$$\longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x + 6}{2}$$

$$f^{-1}(0) = \frac{6}{2} = 3$$

پویا کلانتری پور

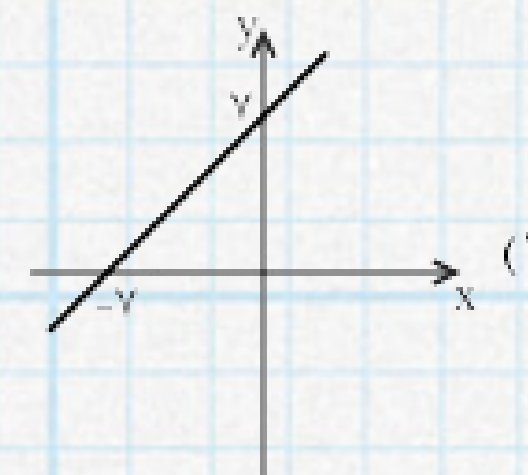
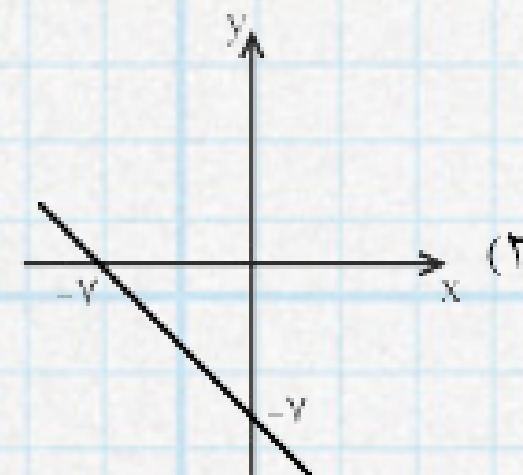
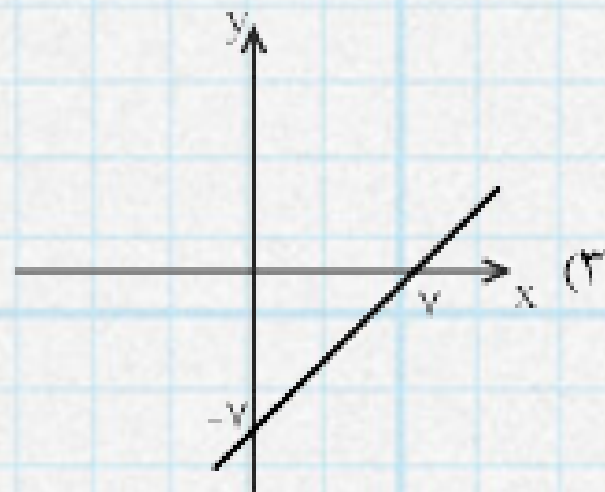
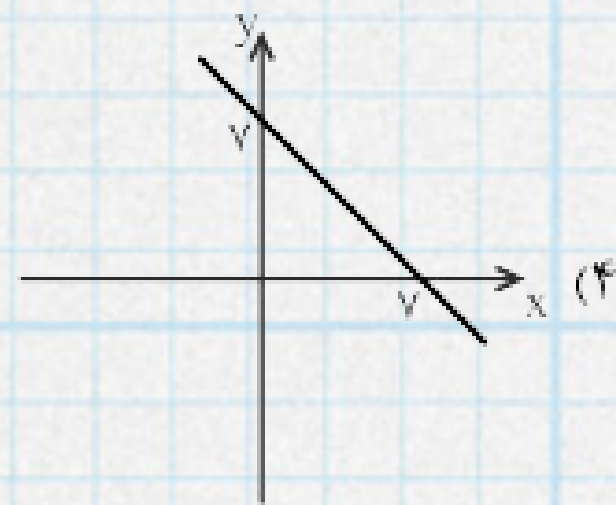
تحلیل گر ریاضیات کنکور

۷۸- اگر نمودار تابع f به شکل  و نمودار تابع $f.g$ به صورت  باشد، نمودار تابع $f + g$ کدام است؟ (تابع $f.g$)

یک تابع درجه دو است.

$$f(1) = 0$$

$$g(-3) = 0$$



$$f(x) = 1 - x$$

$$(f.g)(0) = 6 \rightarrow f(0) \times g(0) = 6$$

$$\rightarrow g(0) = 6$$

$$\rightarrow g(x) = 2x + 6$$

$$(f+g)(x) = 2x + 6 + 1 - x = \boxed{x + 7}$$

پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

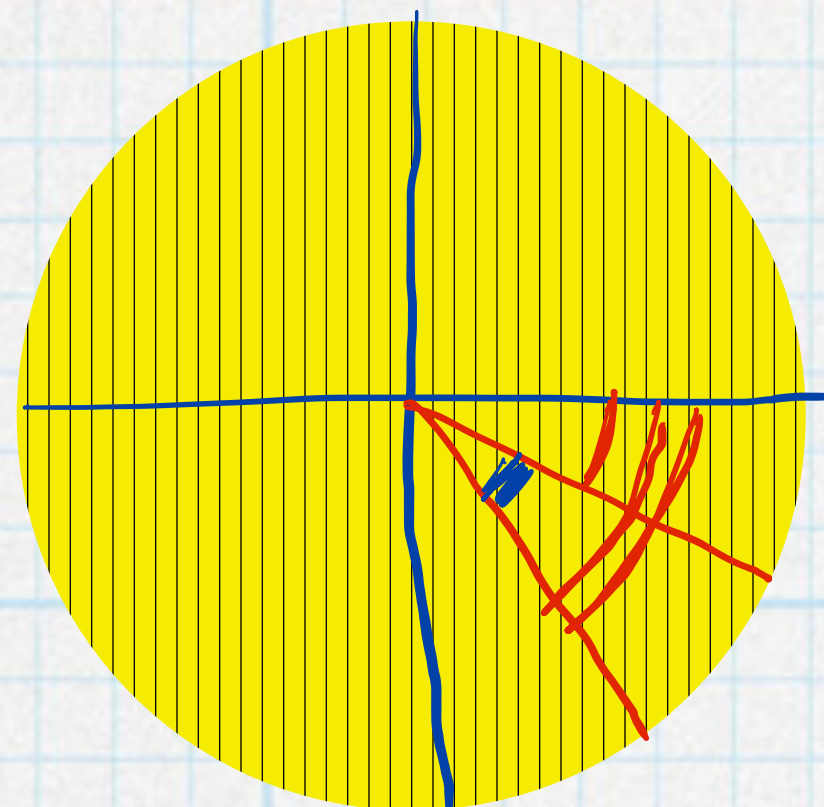
۷۹- انتهای کمان‌های دو زاویه -12° و $-\frac{2\pi}{5}$ رادیان در دایره مثلثاتی، با هم چه زاویه‌ای برحسب رادیان می‌سازند؟

$$\frac{\pi}{4} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (3)$$

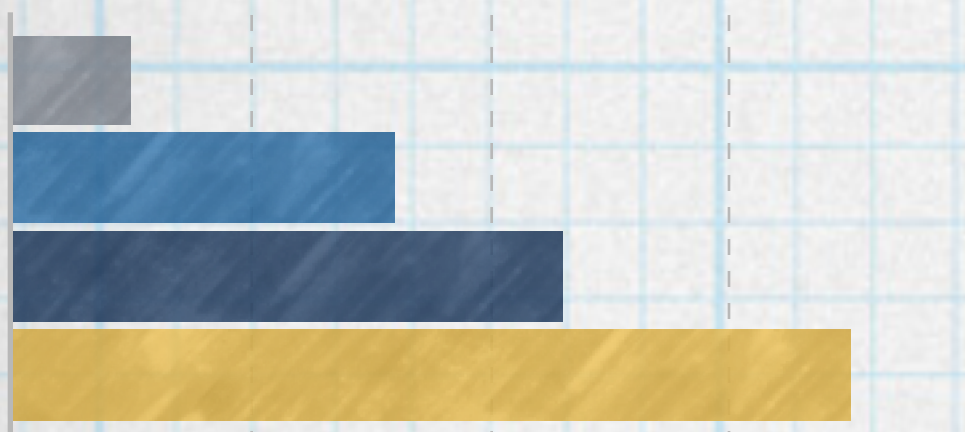
$$\frac{\pi}{5} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (1)$$



$$\begin{array}{ccc} 180 & \pi & \\ -12 & \odot \rightarrow & \left. \frac{-\pi}{15} \right\} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{-\pi}{15} - \left(-\frac{2\pi}{5} \right) \right| &= \frac{6\pi}{15} - \frac{\pi}{15} \\ &= \frac{5\pi}{15} = \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۸۰- دو شهر A و B، دارای طول جغرافیایی برابرند و عرض جغرافیایی آنها به ترتیب 28° و 22° است. اگر شعاع کره‌ی زمین را ۶۴۰۰ کیلومتر فرض کنیم،

فاصله تقریبی دو شهر روی کره زمین تقریباً چند کیلومتر است؟ ($\pi \approx 3/14$)

$$l = r \theta$$

رادیان



$$\theta = 6^\circ = \frac{6 \times \pi}{180} = \frac{\pi}{30}$$

$$\rightarrow l = 6400 \times \frac{\pi}{30} = 640 \times \frac{\pi}{3} = 640 \uparrow$$

۷۰۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۶۷۰ (۲)

۶۲۰ (۱)

