

۱- اگر نمودار تابع  $y=f(x)$  به  $g(x)=2f(3x-1)+1$  تبدیل شود، نقطه  $A(2,-1)$  بر روی  $f$  به چه نقطه‌ای از تابع  $g$  متناظر می‌شود؟

↑

$(1, -1) \quad (2, -1) \quad (3, -1) \quad (4, -1) \quad (6, -1)$

$(1, -1)$  ✓

$$y = f(x) \xrightarrow{x-1} y = f(x-1) \xrightarrow{\text{تغییر نسبتی}} y = f(3x-1) \xrightarrow{\text{تغییر دامنه}} y = 2f(3x-1) \rightarrow g = \checkmark$$

$$A(2, -1) \xrightarrow{x+1} A(3, -1) \xrightarrow{\div 3} A(1, -1) \xrightarrow{\text{تغییر دامنه}} A(1, -1)$$

$$* f(x) = -1 \Rightarrow 3x-1 = 2 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1 \checkmark$$

$$g(1) = 2f(2) + 1 = -2 + 1 = -1 \checkmark$$

۲- باقی مانده تقسیم  $P(x)$  بر  $x^2 - 4x$  برابر  $2x - 1$  است. باقی مانده تقسیم  $P(x+2)P(x-2)$  بر  $2x - 4$  کدام است؟

(۱) صفر  $7(2)$   $-7(3)$   $x - 9(4)$

$$\begin{array}{r} P(x) \quad \Bigg| \quad \begin{array}{l} x^2 - 4x \\ \hline Q(x) \end{array} \\ \hline R_{n-1} \end{array}$$

$$P(x) = x(x-4)Q(x) + 2x - 1$$

$\downarrow$        $\downarrow$   
 $x=0$     $x=4$

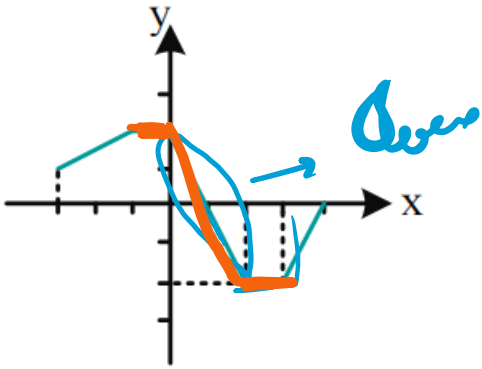
$$P(0) = -1$$

$$P(4) = 7$$

$$P(n+2)P(n-2) = (x^2 - 4) \overset{\text{باقی مانده}}{Q(x)} + R$$

$$\xrightarrow{x=2} P(4)P(0) = 7(-1) = -7 \quad \checkmark$$

۳- با توجه به نمودار  $y = f(x)$ ، طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع  $y = \frac{1}{3}f(-2x+3) - 2$  در آن صعودی می‌باشد کدام است؟



آزمون وی ای پی

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- ۸ (۴)

$$[3, -1] \xrightarrow{\text{شکل}} \underbrace{3 - (-1)} = 4 \xrightarrow{\div 2} 2$$

۴- تابع  $f(x) = 8x^3 - 6x^2 + \frac{3}{4}x$  را با ضرب ۳ در جهت محور طول‌ها منبسط و نسبت به محور  $y$ ‌ها قرینه می‌کنیم. در انتها تابع

را  $\frac{3}{4}$  واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. نمودار حاصل از کدام نواحی محورهای مختصات عبور می‌کند؟ آزمون وی ای پی

(۴) اول، سوم و چهارم

(۳) اول، دوم و چهارم

(۲) دوم، سوم و چهارم

(۱) دوم و چهارم

$$P \quad f(x) = 8x^3 - 6x^2 + \frac{3}{4}x = (2x - \frac{1}{4})^3 + \frac{1}{8}$$

$$x \rightarrow \frac{x}{3} \xRightarrow{y=f(\frac{x}{3})} x \rightarrow -x \xRightarrow{y=f(-\frac{x}{3})} x \rightarrow x - \frac{3}{4} \xRightarrow{y=f(-\frac{1}{3}(x - \frac{3}{4}))} y = f(-\frac{x}{3} + \frac{1}{4})$$

$$\rightarrow y = (2(-\frac{x}{3} + \frac{1}{4}) - \frac{1}{4})^3 + \frac{1}{8} = (-\frac{2}{3}x)^3 + \frac{1}{8}$$



۵- تابع  $y = f(2x)$  اکیداً نزولی و بر عبارت  $2x - 3$  بخش پذیر است. دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{\frac{2x^2 - 9x + 9}{f(x)}}$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, \frac{3}{2}]$  (۲)  $(-\infty, 3] - \{\frac{3}{2}\}$  (۳)  $[\frac{3}{2}, +\infty) - \{3\}$  (۴)  $(3, +\infty)$

$$P(x) = (x - r)Q(x) + 0 \Rightarrow P(r) = 0$$

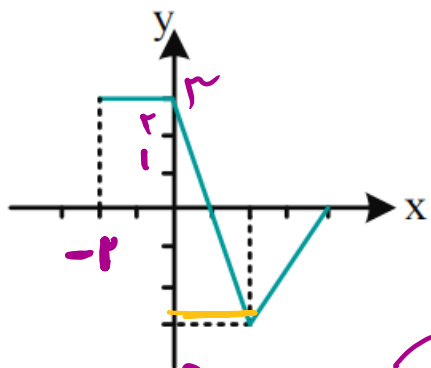
$\underbrace{\hspace{2cm}}_{r=x}$

$$\frac{2n^2 - 9n + 9}{f(n)} \geq 0 \Rightarrow \frac{(n - 3)(n - 3)}{f(n)} \geq 0 \quad \begin{cases} n = \frac{3}{2} \\ n = 3 \end{cases}$$

	$\frac{3}{2}$	3
مرت	+ 0 -	- 0 +
$f(n)$	+	+ 0 -
م	+ 0 -	- 0 -

PC

۶- نمودار تابع  $y = f(x)$  رسم شده است. اگر تابع  $g(x) = f(ax+b) + b$  در بازه  $[-1, k]$  بر محور طولها منطبق باشد،  $g(-\frac{5}{3})$  کدام است؟



$$g(x) = f(ax - 3) - 3 \downarrow$$

$$[-1, \dots] \rightarrow [1, 3]$$

$$[-1, k] \leftarrow [1, 3]$$

$$1 \leq x \leq 3 \xrightarrow{\div a} \frac{1}{a} \leq \frac{x}{a} \leq \frac{3}{a} \rightarrow \frac{3}{a} = -1 \Rightarrow a = -3$$

$$g(1) = f(-3a - 3) - 3$$

$$g(-\frac{5}{3}) = f(5 - 5) - 3$$

$$= -3 - 3 = -6$$

کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۳

(۳) -۳

(۴) -۶

۷- تابع  $f$  در فاصله  $[0, 5)$  به صورت  $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$  تعریف شده است. اگر دامنه  $f$  مجموعه اعداد حقیقی و  $f(x)f(x+5) = 1$  باشد، حاصل  $f(49)$  کدام است؟

$$\frac{19}{11} \text{ (۴)}$$

$$\frac{11}{19} \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۱)}$$

$$f(x+2) = \frac{1}{f(x)}$$

$$f(x+1) = f(x+2+2) = \frac{1}{f(x+2)} = \frac{1}{\frac{1}{f(x)}} = f(x)$$

$$f(29) = f(2 \times 14 + 1) = f(1) = f(1+2) = \frac{1}{f(1)} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

۸- در تابع  $y = a - 3 \cos a\pi x$  دوره تناوب با بیشترین مقدار تابع برابر است. کمترین مقدار تابع کدام می تواند باشد؟

۵ (۴)

-۴ (۳)

$\frac{\sqrt{17}-6}{2}$  (۲)

(۱) صفر

$$\max |a| + C = r + a$$

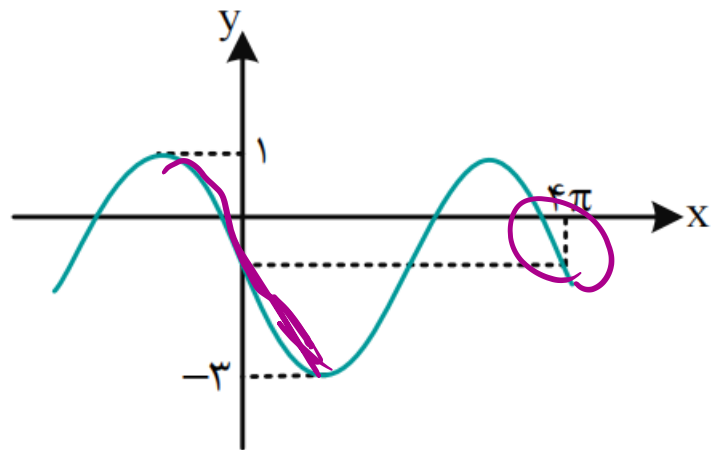
$$T = \frac{r\pi}{|b|} = \frac{r\pi}{a\pi} = \frac{r}{|a|} \Rightarrow r + a = \frac{r}{|a|}$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow r + a = \frac{r}{|a|} \\ & \begin{cases} a > 0 \Rightarrow r + a = \frac{r}{a} \\ a < 0 \Rightarrow r + a = -\frac{r}{a} \end{cases} \\ & \begin{cases} r + a = \frac{r}{a} \\ r + a = -\frac{r}{a} \end{cases} \\ & \begin{cases} a^2 + a^2 r = r \\ a^2 + r a + r = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} a^2 + a^2 r = r \\ a^2 + r a + r = 0 \end{cases} \\ & \Rightarrow a^2 + r a + r = 0 \\ & (a+1)(a+r) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = -r \end{cases} \end{aligned}$$

$$\min = -|a| + C = \begin{cases} -\frac{a + \sqrt{17}}{r} \\ -r \\ -5 \end{cases}$$



۹- نمودار تابع  $f(x) = a \sin(bx) + c$  رسم شده است. حاصل  $|a+b|+c$  کدام است؟ آزمون وی ای پی



$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{\pi}$$

$$\begin{cases} \max & |a| + c = 1 \\ \min & -|a| + c = -3 \end{cases}$$

$$\frac{2c = -2 \Rightarrow c = -1}{}$$

$$\Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$\begin{cases} a = 2 & b = -\frac{1}{\pi} \\ a = -2 & b = \frac{1}{\pi} \end{cases}$$

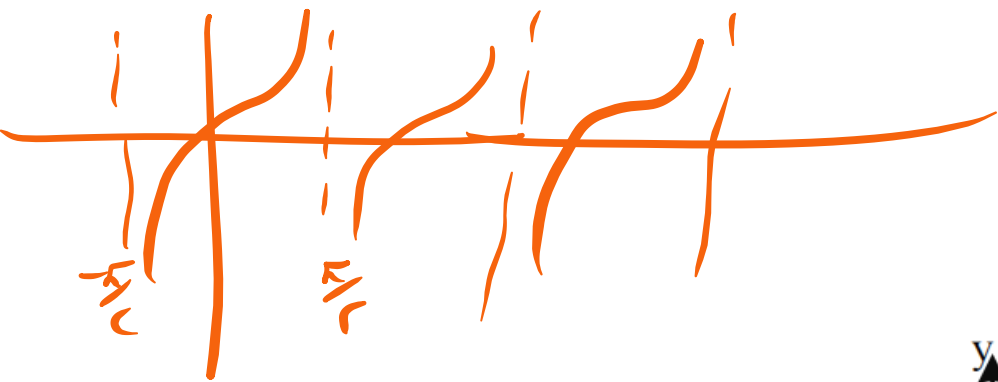
زنگر  $h = 0$   
 $\Rightarrow |a+b| = \frac{3}{\pi}$

عبره تابع در  $ab < 0$ .

$$c = -1$$

$$\frac{3}{\pi} + (-1) = \frac{1}{\pi}$$

۱  
۲  
۳  
۴  
۵  
۶  
۷  
۸  
۹



$$\frac{r \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \tan \alpha$$

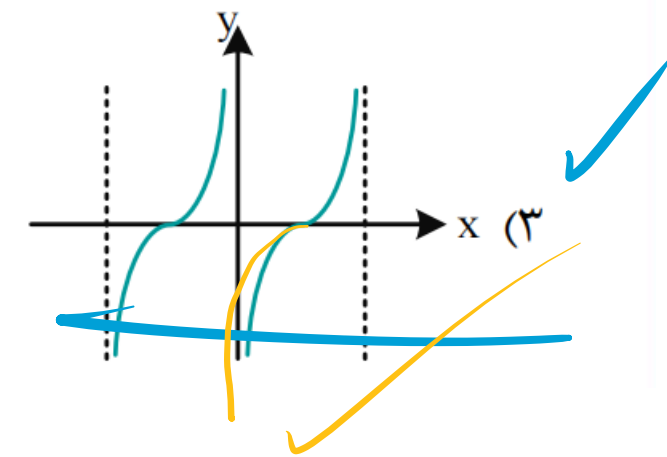
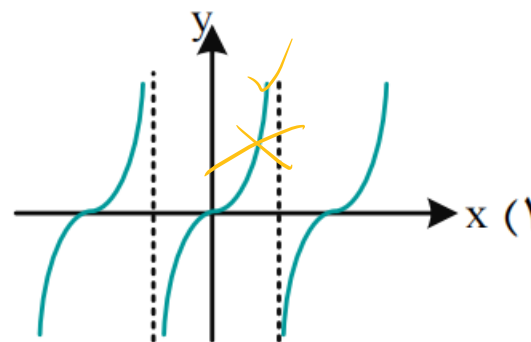
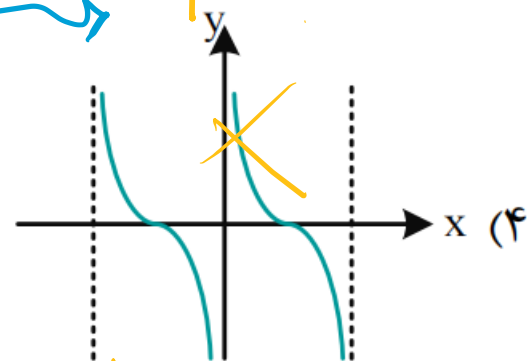
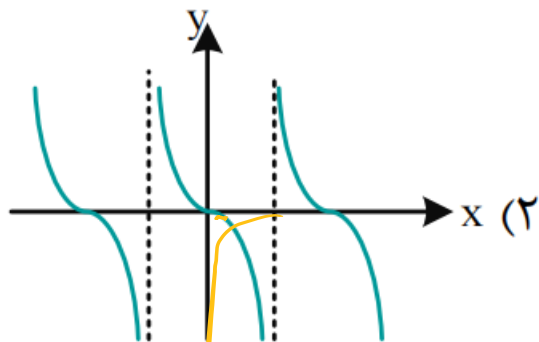
به کدام صورت است؟

۱۰- نمودار تابع  $y = \frac{\tan(\frac{\pi}{4} - x)}{\tan^2(\frac{\pi}{4} - x) - 1}$

$$y = -\frac{1}{r} \tan r(\frac{\pi}{4} - x)$$

$$= -\frac{1}{r} \tan(\frac{\pi}{4} - rx)$$

$$= -\frac{1}{r} \cot rx$$



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - 1} = \frac{1}{0} = -\infty$$

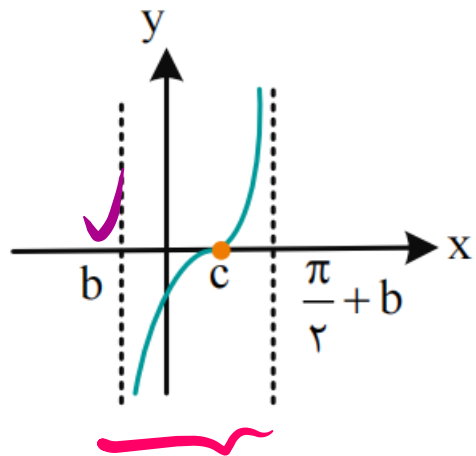
$$\tan\left(\frac{\pi}{\epsilon} - u\right) = \frac{1 - \tan u}{1 + \tan u}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

11- نمودار تابع  $f(x) = \frac{\tan(ax) - 1}{\tan(ax) + 1}$  رسم شده است.  $a + \frac{b}{c}$  کدام است؟

$$r + -1 = 1$$

- (1) صفر  
 (2) 1  
 (3) -1  
 (4) 3



$$\frac{\tan au - 1}{\tan au + 1} = \tan\left(au - \frac{\pi}{\epsilon}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{|a|} = (b + \frac{\pi}{\epsilon}) - b = \frac{\pi}{r} \Rightarrow |a| = r \Rightarrow \underline{a = r}$$

$$y = \tan\left(ru - \frac{\pi}{\epsilon}\right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} rb - \frac{\pi}{\epsilon} = -\frac{\pi}{r} \Rightarrow rb = -\frac{\pi}{\epsilon} \Rightarrow b = -\frac{\pi}{r\epsilon} \\ rc - \frac{\pi}{\epsilon} = 0 \Rightarrow c = \frac{\pi}{\epsilon} \end{array} \right.$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

۱۲- مجموع ریشه‌های معادله  $\sin x \sin 2x - \cos x \cos 2x = \frac{1}{4}$  در فاصله  $[0, \frac{3\pi}{2}]$  کدام است؟

$3\pi$  (۴)

$\frac{8\pi}{3}$  (۳)

$\frac{7\pi}{3}$  (۲)

$2\pi$  (۱)

$$-\cos 2x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{4} = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$2n = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$$

$$n = k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$k = 0$$

$$k = 1$$

$$k = 2$$

$$k = 3$$

$$n = \frac{2\pi}{3} \checkmark$$

$$n = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \checkmark$$

$$n = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \checkmark$$

$$n = \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \checkmark$$

$\frac{8\pi}{3}$

۱۳- چند مثلث می توان ساخت که اندازه دو ضلع آن برابر ۴ و ۵ و مساحت آن برابر ۳ باشد؟ آزمون وی ای پی

(۴) بی شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

$$S = \frac{1}{2} (4)(5) \sin \theta = 3 \Rightarrow \sin \theta = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow \sin \theta \checkmark \checkmark$$

$$\sin(\pi - \theta) \checkmark \checkmark$$

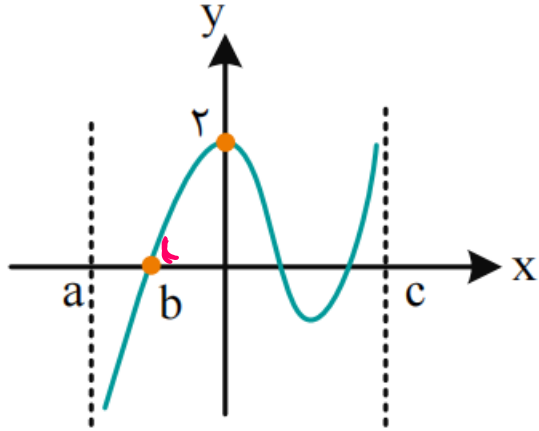
۱۴- تابع  $f$  اکیداً نزولی است. اگر باقی مانده تقسیم  $f(x)$  بر  $x-2$  برابر ۲ باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[f(x)]-2}{f(x)-2}$  کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

$f(x) \frac{2-2}{2}$        $-\infty$  (۴)       $+\infty$  (۳)      ۱ (۲)      (۱) صفر

$\rightarrow f(x) = 2 \xrightarrow{\text{نزولگر}} f(x^+) = 2^-$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[f(x)]-2}{f(x)-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[f(x^+)]-2}{f(x^+)-2} = \frac{1-2}{2-2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

۱۵- با توجه به نمودار تابع  $f$ ، کدام گزینه درست است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)



$$\lim_{x \rightarrow a^+} \left[ \frac{-x}{f(x)} \right] = \frac{-a}{-\infty} = 0 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[f(x)] - 2}{x - [x]} = -\infty \quad (4)$$

$$-\infty = \frac{b}{0^+} = \lim_{x \rightarrow b^+} \frac{x}{f(x)} = +\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow c^-} \left[ \frac{1}{f(x)} \right] = \frac{1}{-\infty} = 0 \quad (3)$$

۱۶- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1 - \sin x}}{4x^2 - 4\pi x + \pi^2}$  کدام است؟

(۲)  $+\infty$

(۱) صفر

(۴)  $\frac{1}{4}$

(۳) ۱

$$x - \frac{\pi}{2} = t \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + t$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right)}}{\left(\frac{\pi}{2} + t\right)^2 - 4\pi\left(\frac{\pi}{2} + t\right) + \pi^2} = \frac{\sqrt{1 - \cos t}}{t^2} = \frac{\sqrt{\frac{t^2}{2}}}{t^2} = \frac{|t|}{\sqrt{2}t^2} = \frac{1}{\sqrt{2}|t|} \xrightarrow{t \rightarrow 0} +\infty$$



۱۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2 - \sqrt{ax+b}}{ax^2 - bx + a} = -\infty$  باشد، محل برخورد مجانب‌های تابع  $f(x) = \frac{ax+b+1}{bx+a+1}$  کدام است؟

$(-\frac{1}{2}, -1)$  (۴)

$(-\frac{1}{2}, 0)$  (۳)

$(-1, -\frac{1}{2})$  (۲)

$(0, -\frac{1}{2})$  (۱)

$$ax^2 - bx + a = a(x-a)^2 = ax^2 - 2ax + a^2 = \begin{cases} b = 2a^2 \\ a = a^2 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \times \times \\ a = 1 \\ a = -1 \end{cases} \end{cases}$$

$a = 1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{(x-1)^2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{0^+} = +\infty$

$a = -1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 - \sqrt{-x+2}}{-(x+1)^2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{0^-} = -\infty$

$f(x) = \frac{-x+2}{2x}$

$\begin{cases} x = 0 \text{ د } 0 \\ y = \frac{1}{2} \text{ مجانب عمودی} \end{cases}$

کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.) حاصل -18

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{2x+4}{-x-3} \right] + \frac{\sqrt{4x^2-4x}}{x+4}$$

$-3$ 
 $-1 = -8$

$-4(3)$ 
 $(1)$  صفر

$-5(4)$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2n+4}{-n-3} = -2$$

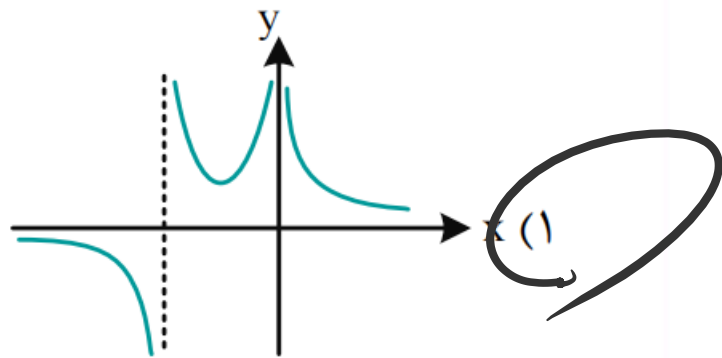
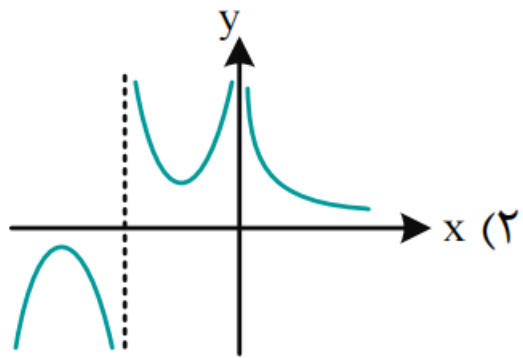
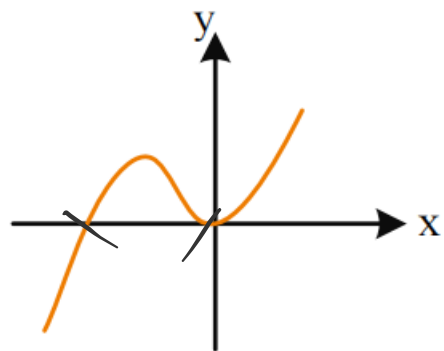
$$(-2) - \frac{2n+4}{-n-3} = \frac{-2}{n+4} \xrightarrow{n \rightarrow -\infty} \frac{-2}{-\infty} \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow -\infty} [-2] = -2$$

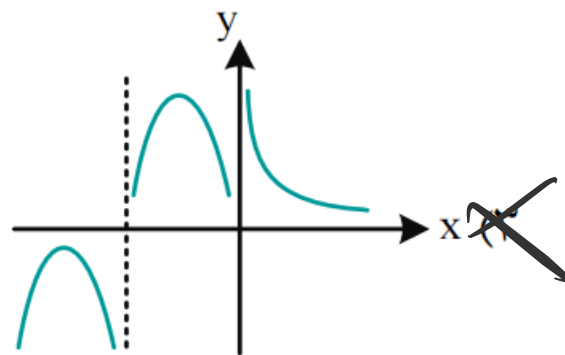
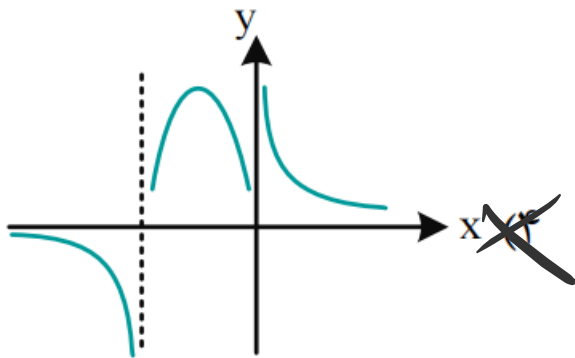
$$\rightarrow -2) \frac{2n+4}{-n-3}$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{|2n|}{n} = \frac{-2n}{n} = -2$$

۱۹- نمودار تابع  $f$  رسم شده است. تابع  $\frac{1}{f}$  به کدام صورت است؟



$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{f} = \frac{1}{c^-} = -\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۳ و ۴ حذف

کدام یک نمی تواند بجانب قائم این تابع باشد؟  $y=2$  و  $f(x) = \frac{a^2 x^2 - 2x + 1}{ax^n + (a-1)x^{n-1} - 3} - 2$ .

$x = -\frac{3}{2}$  (۴)       $x = -3$  (۱)       ~~$x = 3$  (۲)~~       ~~$x = 1$  (۳)~~

$y=2 \Rightarrow a \neq 0 \xrightarrow{y=2} \begin{cases} n=2 \\ \frac{a^2}{a} = 2 \Rightarrow a=2 \end{cases} \Rightarrow \frac{r_n - r_{n+1}}{r_n r_{n-2} = 0}$

$a=0 \rightarrow n=2 \Rightarrow f(n) = \frac{-r_{n+1}}{-n-2} \Rightarrow n = -2$