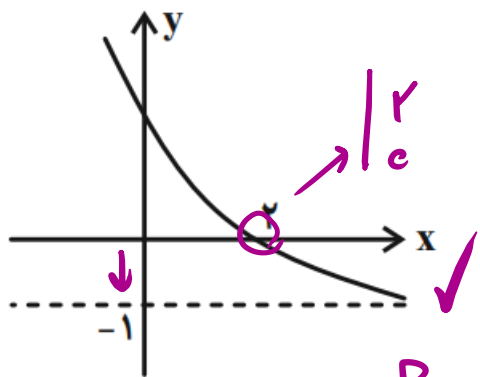


۱- نمودار تابع $f(x) = 3^{a-x} + b$ به صورت مقابل است. حاصل $a - b$ کدام است؟



$$b = -1$$

$$f(x) = 3^{a-x} - 1 \rightarrow 3^{a-2} - 1 = 0 \Rightarrow 3^{a-2} = 1 = 3^0$$

$$a - 2 = 0$$

$$\underline{\underline{a = 2}}$$

$$a - b = 2 - (-1) = 3$$

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

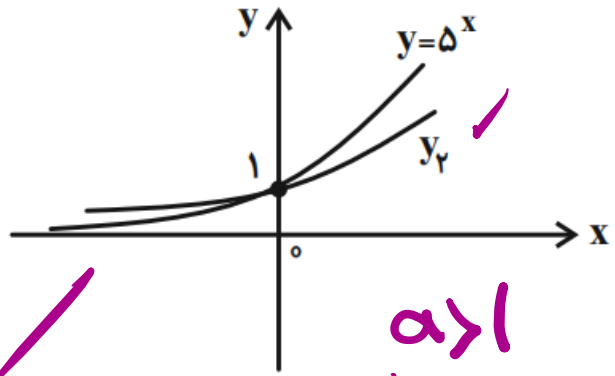
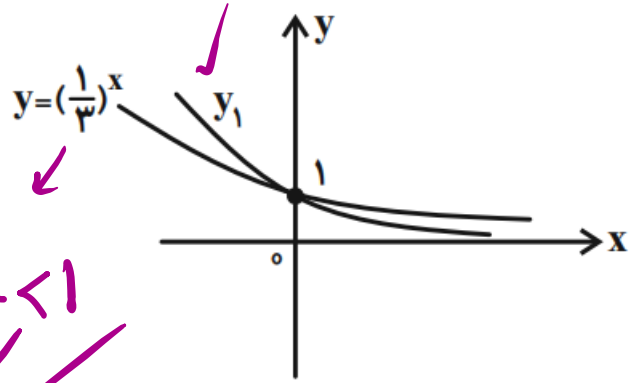
۲- با توجه به شکل‌های زیر، نمودار توابع‌نمایی y_2 و y_1 مربوط به کدام ضابطه‌های زیر می‌توانند باشند؟

$y_2 = 4^x$ و $y_1 = (\frac{1}{2})^x$ (۱) ✓

$y_2 = 3^x$ و $y_1 = (\frac{1}{4})^x$ (۲) ✓

$y_2 = 6^x$ و $y_1 = (\frac{1}{5})^x$ (۳) ✓

$y_2 = \sqrt{7}^x$ و $y_1 = (\frac{5}{4})^x$ (۴) ✓



$0 < a < 1$
 هر چه پایه کوچکتر
 منوط به محور از دست

$a > 1$
 هر چه پایه بزرگتر به محور از دست

۳- در معادله $25^{x^2-3x-1} = 125^{x+1}$ ، مجموع مقادیر به دست آمده برای x کدام است؟

۵ (۲)

۴/۵ (۱)

۶ (۴)

۵/۵ (۳)

$$(25)^{x^2-3x-1} = (25)^{x+1}$$

$$\Rightarrow 25^{x^2-3x-1} = 25^{x+1}$$

$$\Rightarrow x^2-3x-1 = x+1$$

$$x^2-4x-2 = 0$$

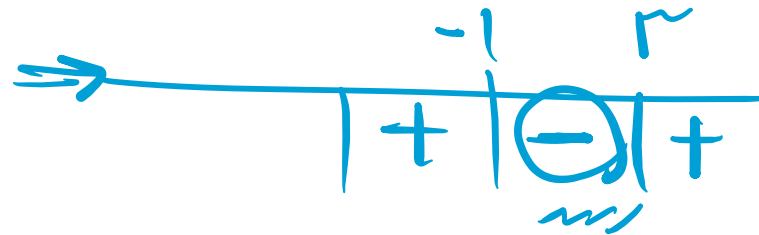
$$\underline{(x-1)(x-2)}$$

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{4}{1} = 4$$

$$0 < a < 1 \rightarrow a^{r_1} > a^{r_2} \Rightarrow r_1 < r_2 \quad \checkmark \checkmark$$

۴- مجموعه جواب نامعادله $\left(\frac{3}{\pi}\right)^{x^2-2x} > \left(\frac{3}{\pi}\right)^3$ بازه (a, b) است. حاصل $\frac{a+b}{2}$ کدام است؟

$$a^r - 2a < 3 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 < 0 \Rightarrow (a + 1)(a - 3) < 0$$



$$a \in (-1, 3)$$

\swarrow
 a
 \searrow
 b

$$\Rightarrow \frac{-1+3}{2} = 1$$

(1) -1

(3) -2

(2) 2

(4) 1

۵- اگر $f = \{(a^2 - 2a, b^2 - 2b), (c - 1, a - 4)\}$ و $g = \{(3, c), (0, -5)\}$ دو تابع مساوی باشند، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

-۲
-۱ ۴ ۸

$D_f = D_g \rightarrow \begin{cases} \{a^2 - 2a, c - 1\} \\ \{(3, 0)\} \end{cases}$

۵ یا ۶ (۲)
۶ یا ۵ (۴)

۱۱ یا ۶ (۱)
۵ یا ۱۱ (۳)

$\begin{cases} a^2 - 2a = 0 \\ c - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(a - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \\ c = 11 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2 - 2a = 3 \\ c - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 2a - 3 = 0 \rightarrow (a + 1)(a - 3) = 0 \\ c = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases}$

$a = 0 \rightarrow f = \{(0, b^2 - 2b), (3, -4)\}$
 $c = 11 \rightarrow g = \{(3, c), (0, -5)\}$

$\Rightarrow c = -4, \quad b^2 - 2b = -5 \Rightarrow \Delta <$

$a = 3$
 ~~$\{(3, b^2 - 2b), (0, -1)\}$~~

$$f(g(\overset{\checkmark}{1})) = \overset{\checkmark}{5}$$

$$f(g(\overset{\checkmark}{0})) = \overset{\checkmark}{4}$$

$$f(g(\overset{\checkmark}{-1})) = \overset{\checkmark}{3}$$

$$f(g(\overset{\checkmark}{-2})) = \overset{\checkmark}{2}$$

۶- اگر $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ و $g = \{(1, 0), (0, 3), (4, 4), (3, 6)\}$ باشند، تابع $f \circ g$ کدام است؟

$$\{(5, 3), (3, 6)\} \quad (2)$$

$$\{(5, 0), (0, 4)\} \quad (4)$$

$$\{(1, 5), (0, 4), (4, 3)\} \quad (1)$$

$$\{(5, 3), (4, 6)\} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \{(1, 0), (0, 3), (4, 3)\}$$

$$(a, b) \in F \Rightarrow (b, a) \in F^{-1}$$

$$F^{-1}(0) = \emptyset$$

$$\Rightarrow f(\emptyset) = 0$$

$$x + 3\sqrt{x-1} = 0$$

$$3\sqrt{x-1} = -x$$

$$3\sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

۷- هرگاه $f(x) = \begin{cases} 4 + 3\sqrt{x+1} & ; x > 2 \\ 2x+1 & ; x \leq 2 \end{cases}$ باشد، $f^{-1}(0)$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-1 \quad (4)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{n}{n-1} \times \frac{1-n}{1-n-1}$$

$$\frac{n}{\cancel{n-1}} \times \frac{-\cancel{(n-1)}}{-n}$$

$$= \frac{n}{n} = 1$$

۸- اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ، در این صورت ضابطه تابع $y = f(x) \times f(1-x)$ در دامنه اش کدام است؟

$$\frac{1}{x} \quad (۲)$$

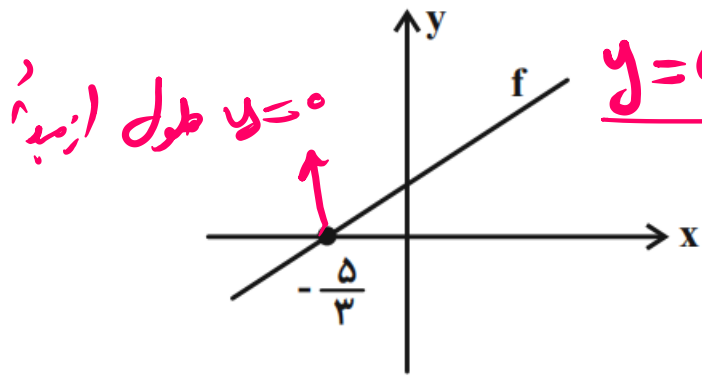
$$1+x \quad (۴)$$

$$x \quad (۱)$$

$$1 \quad (۳)$$

$$y = \frac{5}{4}x + \frac{3}{4} \Rightarrow y^{-1} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5} \xrightarrow{\frac{5}{4}(\frac{5}{4}) - \frac{3}{5}} = \frac{-15}{21} = -\frac{5}{7}$$

۹- مطابق شکل، f یک تابع خطی است، اگر فاصله مبدأ مختصات از این خط یک واحد باشد، حاصل $f^{-1}(\frac{5}{7})$ کدام است؟



$$y = ax + b$$

$$-\frac{b}{a} = -\frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow b = \frac{3}{5}a$$

$$\Rightarrow b = \frac{3}{4}$$

$$\frac{-5}{7} \quad (2)$$

$$\frac{5}{7} \quad (4)$$

$$-\frac{7}{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$d = \frac{|1(0) - a(0) - b|}{\sqrt{1^2 + a^2}} = 1 \xrightarrow{b > 0} \frac{b}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1 \Rightarrow b^2 = a^2 + 1$$

$$\Rightarrow \frac{15}{2} a^2 - a^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{13}{2} a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{2}{13}$$

$$\Rightarrow a = \pm \frac{\sqrt{26}}{13} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{26}}{13}$$

۱۰

$$D_f: 0 + \sqrt{9-x} \geq 0$$

$$\sqrt{9-x} \geq -0$$

$$9-x \geq 0 \Rightarrow 9 \geq x$$

$$D_f = (-\infty, 9]$$

$$* D_g: 0 - \sqrt{9-x} \geq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \geq \sqrt{9-x} \Rightarrow 0 \geq 9-x \Rightarrow x \geq -14 \\ 9-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 9 \end{array} \right.$$

$$D_g: [-14, 9]$$

۱۰- اگر $f(x) = \sqrt{5 + \sqrt{9-x}}$ و $g(x) = \sqrt{5 - \sqrt{9-x}}$ باشند، دامنه تابع $f \times g$ کدام است؟

$$[9, 16] \text{ (۲)}$$

$$[-16, 9] \text{ (۴)}$$

$$(-\infty, 16] \text{ (۱)}$$

$$[-16, 5] \text{ (۳)}$$

$$D_f \cap D_g = [-14, 9]$$

۱۱- ضابطه تابع معکوس $f: [\sqrt{2}, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ، با ضابطه $f(x) = \left[\frac{1}{1-x^2} \right] + x^2$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}, x \geq 1 \quad (2)$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{2-x}, x \leq 2 \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{2+x}, x \geq 2 \quad (4)$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}, x \geq 1 \quad (3) \quad \checkmark$$

$$n > \sqrt{2} \Rightarrow n^2 > 2 \Rightarrow [n^2] \geq 2 \Rightarrow -[n^2] \leq -2$$

$$\Rightarrow 1 - [n^2] \leq -1 \Rightarrow -1 < \frac{1}{1 - [n^2]} < 0$$

$$\Rightarrow \left[\frac{1}{1 - [n^2]} \right] = -1$$

$$f(n) = -1 + n^2 = n^2 - 1$$

$$y = n^2 - 1 \Rightarrow y + 1 = n^2 \Rightarrow |n| = \sqrt{y+1} \Rightarrow n = \sqrt{y+1} \quad \begin{matrix} n > \sqrt{2} \\ y \geq +1 \end{matrix}$$

۱۲- اگر تابع f یک به یک باشد و $f(x + 2f(x)) = f(5x + 2)$ ، در این صورت نمودار $y = (f \circ f)(x)$ محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض

قطع می‌کند؟

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

$$x + 2f(x) = 5x + 2$$

$$2f(x) = 4x + 2$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$y = f \circ f(x) = f(f(x)) = f(1) = 3$$

عمل تکراری یا معرک ما
 $x=0$

۲ (۲)

۴ (۴)

۱ (۱)

۳ (۳)

$$y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x + 3} = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x + 3} + 1$$

۱۳- برد تابع $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x + 3}$ کدام است؟

$$y = 1 + \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$$

$$(1, \frac{3}{2}) \cup (1, \frac{3}{2}]$$

$$[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}] \cup (1, \frac{3}{2})$$

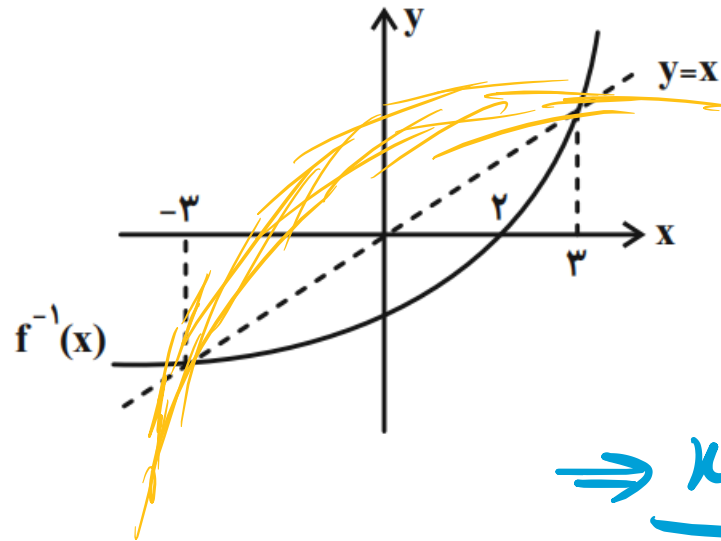
$$[1, \frac{3}{2}) \cup (1, \frac{3}{2}]$$

$$x^2 - 2x + 3 \rightarrow x = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow y = 3 - 1 = 2$$

$$x^2 - 2x + 3 \leq 0 \rightarrow \frac{1}{x^2 - 2x + 3} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 1 < \frac{1}{x^2 - 2x + 3} \leq \frac{3}{2}$$

$$(1, \frac{3}{2}]$$

۱۴- شکل زیر مربوط به نمودار تابع $f^{-1}(x)$ است. کدام گزینه دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{xf(x) - x^2}{f^{-1}(x)}}$ را به درستی نشان می‌دهد؟



$$\frac{xf(x) - x^2}{f^{-1}(x)} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x(f(x) - x)}{f^{-1}(x)} \geq 0$$

(۱) $[-3, 0) \cup [2, 3]$

(۲) $[-3, 2)$

(۳) $[-2, 0) \cup [2, 3]$

(۴) $[-3, 0] \cup (2, 3]$ ✓

$[-3, 0] \cup (2, 3]$

	-3	0	2	3	$f^{-1}(x)$
x	-	-	+	+	+
$f(x) - x$	+	+	+	+	-
$f^{-1}(x)$	-	-	-	+	+
Sign	+	+	-	+	-

۱۵- در کدام معادله، y بر حسب x یک تابع است؟ آزمون وی ای پی

$$|y| \sqrt[3]{x} = 1 \quad (1) \quad X$$
$$|y| = 1$$
$$\underline{y^3 + 3y^2 + 3y + x^3 + x = 0} \quad (4)$$

$$X \quad |x| + |y-1| = 1 \quad (1)$$
$$|y-1| = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} y-1=1 \\ y-1=-1 \end{array} \right.$$
$$\underline{y^2 + 2y = x-1} \quad (3)$$
$$y^2 + 2y = 0$$
$$y = 0$$
$$y = -2 \quad X$$

$$y=0$$

$$y=an+b$$

۱۶- اگر $f(x)$ یک تابع خطی با شیب منفی باشد و $(f \circ f)^{-1}(x) = \frac{x+2}{9}$ ، آنگاه $f(x)$ محور طول‌ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

$$(f \circ f)^{-1}(x) = \frac{x+2}{9}$$

-۲ (۲)

$$\left(\frac{1}{9} \right)$$

$$y = \frac{x+2}{9} \Rightarrow 9y = x+2 \Rightarrow 9y-2 = x \Rightarrow f \circ f(x) = 9x-2$$

$$f \circ f(x) = a(an+b) + b = a^2x + \underbrace{ab + b}_{-2} = 9x - 2 \Rightarrow a^2 = 9$$
$$a = \pm 3 \Rightarrow a = -3$$

$$\Rightarrow b(a+1) = -2$$

$$b = 1$$

$$f(x) = -3x + 1 \Rightarrow 0 = -3x + 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

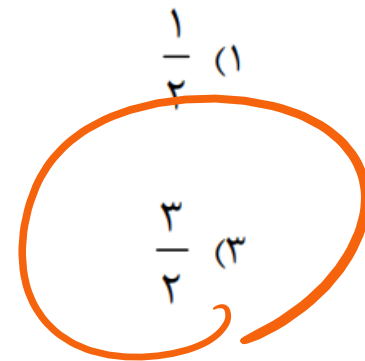
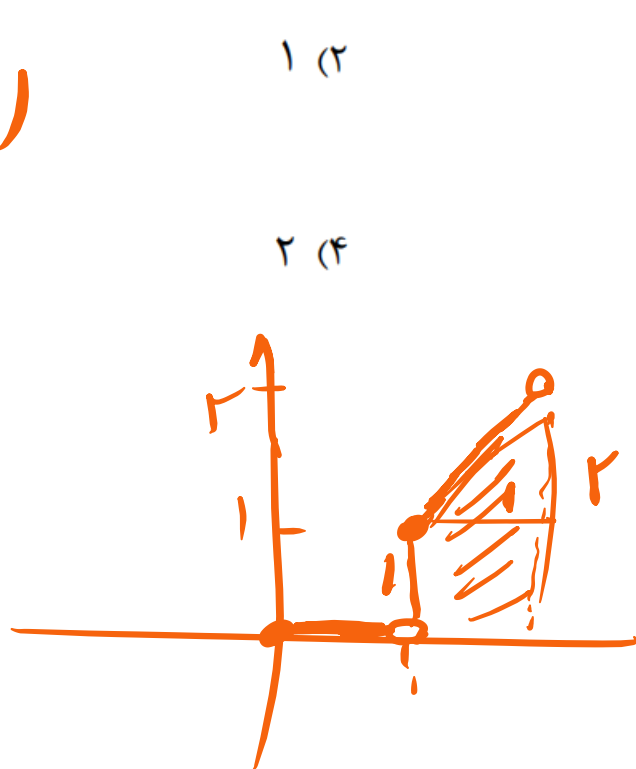
۱۷- مساحت ناحیه بین نمودار تابع $f(x) = x[x]$ و محور x ها در بازه $[0, 2]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$f(x) = x[x] \quad x \in [0, 2)$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow y = 0$$

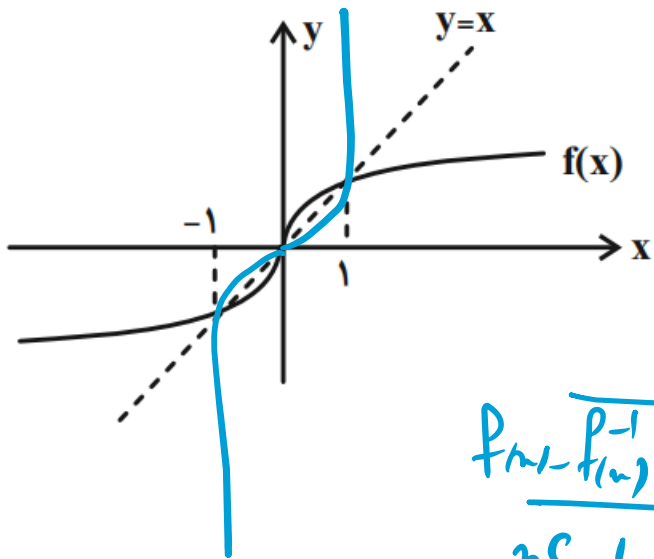
$$1 \leq x < 2 \rightarrow y = x$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1 \\ x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$



$$S = \frac{1+2}{2} \times 1 = \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$$

۱۸- با توجه به نمودار $f(x)$ که مطابق شکل زیر است، دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x^2 - 1}}$ کدام است؟



$$\frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x^2 - 1} \geq 0$$

	-1	0	1	
$f(x) - f^{-1}(x)$	+	-	+	-
$x^2 - 1$	+	-	+	+
P	+	+	-	-

$$(-\infty, 0] - \{-1\}$$

- (۱) $[0, 1]$
- (۲) $(-\infty, 0] - \{-1\}$
- (۳) $(-1, 0]$
- (۴) $[0, +\infty) - \{1\}$

$$f^{-1}(r) = t \Rightarrow f(t) = r$$

$$n = t$$

~~$$f(t) = \frac{t^2 + rt + t}{\Delta}$$~~

۱۹- تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x + f^{-1}(2)}{5}$ با دامنه $(-\infty, -2]$ مفروض است، مقدار $f^{-1}(\frac{19}{5})$ کدام است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

-۶ (۴)

-۵ (۳)

$$r = \frac{t^2 + rt}{\Delta} \Rightarrow t^2 + rt = 10 \Rightarrow t^2 + rt - 10 = 0 \Rightarrow (t - 2)(t + 5) = 0$$

$t = -5$ ✓
 $t = 2$ ✗

$$f(n) = \frac{n^2 + 2n - 8}{5} \Rightarrow f^{-1}(\frac{19}{5}) = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{19}{5}$$

$$\Rightarrow 2^2 + 2 \cdot 2 - 8 = 19 \Rightarrow 2^2 + 2 \cdot 2 - 10 = 0 \begin{cases} 2 = -4 \checkmark \checkmark \\ 2 = 2 \text{ ✗ ✗} \end{cases}$$

۲۰- اگر $x + \frac{1}{2} + [2x - \frac{3}{2}] = x + 4$ باشد، حاصل $[\frac{x}{2} - \frac{1}{3}]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۲) صفر

(۱) -۱

$$x + [\frac{1}{2}] + 2x + [-\frac{3}{2}] = x + 4 \quad (۴)$$

(۳) ۱

$$3x + 0 - 2 = x + 4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow [\frac{2}{2} - \frac{1}{3}] = [\frac{2-1}{3}] = [\frac{1}{3}] = 0$$