

باشد، مقدار m کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ و $f(x) = \frac{2x + |x|}{mx + 1}$ اگر -1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + |x|}{mx} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + x}{mx} = \frac{3x}{mx} = \frac{3}{m}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + |x|}{mx} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x}{mx} = \frac{x}{mx} = \frac{1}{m}$$

$$\frac{3}{m} + \frac{1}{m} = 2 \Rightarrow \frac{4}{m} = 2 \Rightarrow 2m = 4$$

$$m = 2$$

کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f+g)(x)$ مقدار، $g(x) = \frac{-x^2 + x + 1}{x+1}$ و $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$ اگر -2

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۴ ✓

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (f+g)(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (f(n) + g(n)) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{n^2} + \cancel{n^2} + \cancel{n^2} - \cancel{n} + \cancel{n} - 1 + \cancel{n^2} + \cancel{n^2} + \cancel{n^2} + \cancel{n} + \cancel{n} + 1}{n^2 - 1}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\epsilon n^2 + \epsilon n}{n^2 - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\epsilon n^2}{n^2} = \epsilon$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-2} + ab^{n-1} + b^{n-1})$$

کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{nx^n + 1}{2x^n - 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+2)^{n+1} - x^{n+1}}{(x+1)^n + x^n} = 15$ اگر n عددی طبیعی باشد، حاصل

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+2-n) \left((n+2)^n + (n+2)^{n-1}n + (n+2)^{n-2}n^2 + \dots + n^n \right)}{(n+1)^n + n^n}$$

$$(n+1)^n + n^n$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2(n^n + n^n + n^n + \dots + n^n)}{n^n + n^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2(n+1)n^n}{2n^n} = n+1 = 15$$

$n=14$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{15n^{15} + 1}{2n^{15} - 1} = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{15n^{15}}{2n^{15}} = \frac{15}{2}$$

۴- فرض کنید $f(x) = \frac{2x^2 - kx|x-1| + |x|}{2x^2 + 3x + 1}$. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 4$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ کدام است؟

$-3 (4) \checkmark$

$3 (3)$

$2 (2)$

$-2 (1)$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2n^2 + k n(n-1) - n}{2n^2 + 3n + 1} = 4 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2n^2 + kn^2 - kn - n}{2n^2 + 3n + 1} = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{(2+k)n^2}{2n^2} = 4$$

$n \rightarrow -\infty$

$\Rightarrow 2+k=4$

$k=1 \checkmark$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 - 1 \cdot n^2 + 1 \cdot n + n}{2n^2 + 3n + 1} = \frac{-1 \cdot n^2}{2n^2} = (-3)$$

✓
۶ (۴)

مقدار $a+b$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-2b)x^4 + (a+2b)x^3 + ax}{4x^3 + bx^2 + 1} = 2 \text{ اگر } -5$$

۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

$$a - 2b = 0 \Rightarrow a = 2b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(a+2b)n^4 + an}{2n^3 + bn^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a + \widehat{2b}^a}{2} = 2 \Rightarrow 2a = 1$$

$a = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow a = 2b$$

$b = \frac{1}{4}$

$$a + b = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

۶- فرض کنید f تابعی خطی با دامنه \mathbb{R} است. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = 9$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(-x)}{xf^{-1}(\frac{1}{x})} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $f(0)$ کدام است؟

-۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۹ (۲)

-۱۸ (۱)

$$y = ax + b \Rightarrow ax = y - b \Rightarrow x = \frac{y - b}{a} \Rightarrow y^{-1} = \frac{1}{a} x - \frac{b}{a}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{an + b}{\frac{a - b}{a}} = \frac{an}{\frac{1}{a}n} = 9 \Rightarrow a^2 = 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ \frac{a^2}{b} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 18$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{-an + b}{n \left(\frac{1}{a} \left(\frac{1}{n} \right) - \frac{b}{a} \right)} = \frac{-an}{-\frac{b}{a}n} = \frac{a^2}{b} = \frac{1}{2}$$

$$\underbrace{f(0)}_{y = ax + b} \Rightarrow y = a(0) + 18 = 18$$

۷- مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2x+1} \left[\frac{4x+1}{x+2} \right]$ کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

(۴) صفر

$\frac{4}{2} = 2$



$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{4n+1}{n+2} \right] = \lim \left[\frac{4}{1} \right] = 4 \checkmark$$

$$\frac{4n+1}{n+2} < 4$$

$$\rightarrow \frac{4n+1}{n+2} < \frac{4(n+2)}{n+2}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2n+1} = \lim \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \checkmark$$

اگر $f(x) = \frac{4x^2 + 3x - 1}{2x^2 - 5x - 3}$ مقدار $\lim_{x \rightarrow 3} (f \circ f)(x)$ کدام است؟ -۸

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲) ✓

۱ (۱)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = \frac{4n^2 + 3n - 1}{2n^2 - 5n - 3} = \frac{\infty}{\infty} = \pm \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(\pm \infty) = \lim_{n \rightarrow \pm \infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow \pm \infty} \frac{4n^2}{2n^2} = (2)$$

۹- اگر $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x - 3}$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x+1) - f(x-2))$ کدام است؟

۴ (صفر)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

$$f(n+1) = \frac{2(n+1)^2 + 1}{n+1-3} = \frac{2(n^2 + 2n + 1) + 1}{n-2} = \frac{2n^2 + 4n + 3}{n-2}$$

$$f(n-2) = \frac{2(n-2)^2 + 1}{n-2-3} = \frac{2n^2 - 8n + 9}{n-5}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (f(n+1) - f(n-2)) = \frac{2n^2 + 4n + 3 - (2n^2 - 8n + 9)}{n^2 - 7n + 10} = \frac{12n - 6}{n^2 - 7n + 10} = \frac{12}{\infty} = 0$$

$$\frac{1}{2} (F)$$

$$\frac{1}{2} (F)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{x \tan x - 1}{\tan x + 2} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t - 1}{t + 2} = \frac{t}{t} = 1$$

۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{2 \tan x - 1}{\tan x + 2}$ کدام است؟

$$2(2)$$

۱(۱)



A

$\lim_{n \rightarrow \infty} \log n = -\infty$

$\Rightarrow t = \log n \Rightarrow t \rightarrow -\infty$

۱۱- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 + \log x^2}{2 - \log x^3}$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r + \log n^r}{r - \log n^r} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r + r \log n}{r - r \log n} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r + r t}{r - r t} = \frac{r t}{-r t} = -\frac{r}{r}$$



$$\log_b^a = c \Rightarrow a = b^c \Rightarrow \log_r^r$$

۱۲- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{r^x - r^{x+k} + 1}{r^{x+k} + r^x - 1} = -\frac{1}{r}$ باشد، مقدار k کدام است؟

$$-\log_r^r(4)$$

$$-\log_r^r(3)$$

$$\log_r^r(2)$$

$$\log_r^r(1)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} r^n = +\infty \rightarrow t = r^n \Rightarrow t \rightarrow +\infty$$

$$k \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{r^n - r^n \times r^k + 1}{r^n \times r^k + r^n - 1} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t(1 - r^k) + 1}{t(r^k + 1) - 1} = \frac{1 - r^k}{r^k + 1} = -\frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow r - r \times r^k = r^k - 1 \Rightarrow r(1 - r^k) = r^k - 1 \Rightarrow r = \frac{r^k - 1}{1 - r^k} = r = r^k$$

۱۳- فاصلهٔ مجانب‌های نمودار تابع $f(x) = \frac{mx^2 + 2x|x| - 1}{2x^2 + x + 1}$ از یکدیگر برابر $4m$ است. مقدار m کدام است؟

$$-\frac{1}{2} (4)$$

$$-1 (3)$$

$$\frac{1}{2} (2)$$

$$1 (1)$$

صیغهٔ ناقصه \rightarrow مربع ریشه ناره $\Delta < 0 \Rightarrow 2x^2 + x + 1 = 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{mx^2 + 2x^2}{2x^2} = \frac{m+2}{2}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{m+2}{2} - \frac{m-2}{2} \right| = 2 = 4m$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx^2 - 2x^2}{2x^2} = \frac{m-2}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{m = \frac{1}{2}}$$

۱۴- خطوط $y = a$ و $y = b$ مجانب‌های افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{2^{x+|x|} + 5}{2^{2x-|x|} + 2}$ هستند. مقدار $a + b$ کدام است؟

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{n+|n|} + 5}{2^{2n-|n|} + 2} \xrightarrow[r \rightarrow +\infty \Rightarrow t \rightarrow +\infty]{r^n = t} \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^2 + 5}{t^2 + 2} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2^{n+|n|} + 5}{2^{2n-|n|} + 2} = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{4}{(2^n)^2 + 2} \xrightarrow[t \rightarrow 0]{r^n = t} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{4}{t^2 + 2} = 2$$

$$\begin{aligned} y = 1 = a \\ y = 2 = b \end{aligned} \Rightarrow \underline{a + b = 3} \quad \checkmark$$

۱۵- اگر خطوط $y=2$ و $y=3$ مجانب‌های افقی نمودار تابع f به ترتیب در $+\infty$ و $-\infty$ باشند، مجانب‌های افقی نمودار تابع $g(x) = 3 - 4f(1-2x)$ به ترتیب در $+\infty$ و $-\infty$ کدام است؟

$$y = -4 \text{ و } y = -6 \text{ (۴)}$$

$$y = -6 \text{ و } y = -4 \text{ (۳)}$$

$$y = -9 \text{ و } y = -5 \text{ (۲)}$$

$$y = -5 \text{ و } y = -9 \text{ (۱)}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = 2$$

$$n \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} f(n) = 3$$

$$n \rightarrow -\infty$$

$$1 - 2n = t \Rightarrow t \rightarrow -\infty$$

$$n \rightarrow +\infty$$

$$t \rightarrow +\infty$$

$$n \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} g(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (3 - 4f(1-2n)) = \lim_{t \rightarrow -\infty} (3 - 4f(t)) = 3 - 4 = -1$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} g(n) = \lim_{n \rightarrow -\infty} (3 - 4f(1-2n)) = \lim_{t \rightarrow +\infty} (3 - 4f(t)) = 3 - 4 = -1$$

۱۶- اگر $f(x) = \frac{x^2 + x|x| + x + 4}{-x + 2}$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر، مجانب‌های افقی نمودار تابع $y = f \circ f(x)$ را نشان می‌دهد؟

$y = -1$ (۴)

$y = -1$ و $y = 0$ (۳)

$y = 1$ و $y = 0$ (۲)

$y = -1$ و $y = 1$ (۱)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n^2 + n + 4}{-n + 2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} -2n = -\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{n^2 - n + n + 4}{-n + 2} = -1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f \circ f(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(f(n)) = \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = -1$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} f \circ f(n) = \lim_{n \rightarrow -\infty} f(f(n)) = \lim_{t \rightarrow 1} f(t) = \frac{1}{1} = 1$$

$y = -1$

$y = 1$

۱۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x^3 + 12}{x^3 + x^2 - 3x + 2}$ در دو نقطه A و B مجانب افقی اش را قطع می کند. اگر O مبدأ مختصات باشد، مساحت

مثلث OAB کدام است؟ آزمون وی ای پی

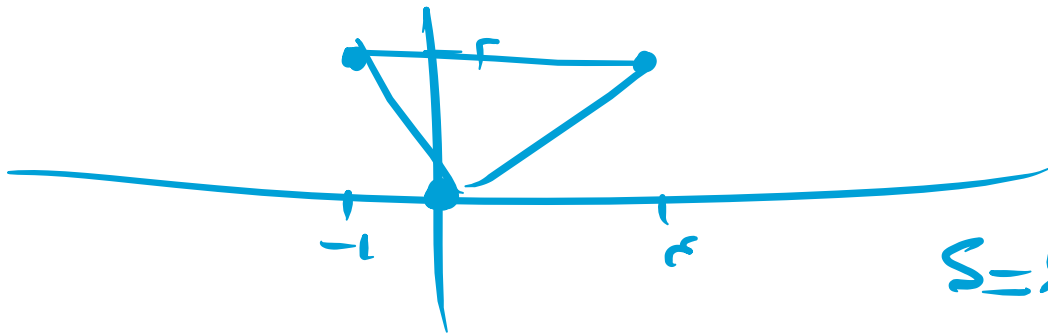
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{x^3} = 2 \rightarrow y = 2$ صیقل افتر

۱ (۴) ۶ (۳) **۵ (۲)** ۳ (۱)

$$f(x) = 2 \Rightarrow 2x^3 + 12 = 2x^3 + 2x^2 - 4x + 2 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} (3)(2) = 3$$

۱۸- بجانب افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^4 + x^2}{x^4 + 4x + m}$ برای این نمودار مماس است. مقدار m کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

-۴ (۲)

-۲ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^4}{x^4} = 1 \Rightarrow \underline{y = 1}$$

$$f(x) = 1 \Rightarrow x^4 = \epsilon x + m \Rightarrow x^4 - \epsilon x - m = 0$$

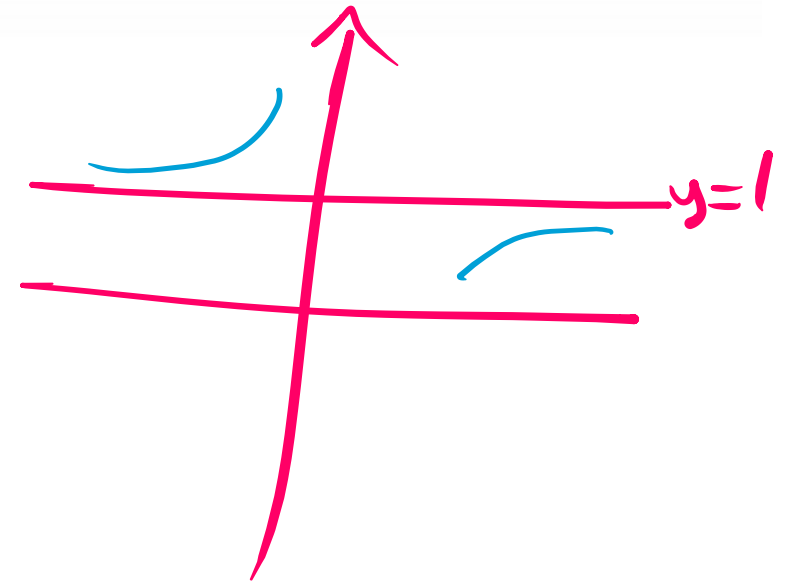
$$\Delta = 14 - 4(1)(-m) = 0$$

$$14 = -4m \Rightarrow m = -4$$

۱۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x - 1}$ در اطراف مجانب افقی آن چگونه است؟



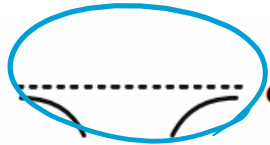
$$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{n^r}{n^r} = 1$$



$$f(n) - 1 = \frac{n^2 - n + 1}{n^2 + n - 1} - 1 = \frac{(n^2 - n + 1) - (n^2 + n - 1)}{n^2 + n - 1} = \frac{-2n + 2}{n^2 + n - 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2n}{n^2} = \frac{-2}{n} = -\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{-2n}{n^2} = \frac{-2}{n} = +\infty$$

۲۰- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{2x^2 + mx - 1}{x^2 - x + 2}$ در اطراف مجانب افقی آن به صورت  باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای m

کدام است؟

{۲} (۱)

{-۲} (۲)

[-۲, ۲] (۳)

(۰, ۲) (۴)

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

$$f(x) = \frac{2x^2 + mx - 1}{x^2 - x + 2} = 2 = \frac{2x^2 + mx - 1 - 2(x^2 - x + 2)}{x^2 - x + 2} = \frac{(m+2)x - 5}{x^2 - x + 2}$$

$$\Rightarrow m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2$$