

۱- اگر جدول زیر، هزینه گاز مصرفی براساس طبقات میزان مصرف را نشان دهد، تابع مدل سازی محاسبه بهای گاز مصرفی کدام است؟

مترمکعب	$0 \leq x < 30$	$30 \leq x < 45$	$x \geq 45$
هزینه هر متر مکعب (ریال)	۱۰۰	۱۱۵	۱۴۰

$$f(x) = \begin{cases} 100x, & 0 \leq x < 30 \\ 115x, & 30 \leq x < 45 \quad (2) \\ 140x, & x \geq 45 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 100, & 0 \leq x < 30 \\ 115, & 30 \leq x < 45 \quad (1) \\ 140, & x \geq 45 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 100x, & 0 \leq x < 30 \\ 215x, & 30 \leq x < 45 \quad (4) \\ 355x, & x \geq 45 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 100, & 0 \leq x < 30 \\ 215, & 30 \leq x < 45 \quad (3) \\ 355, & x \geq 45 \end{cases}$$

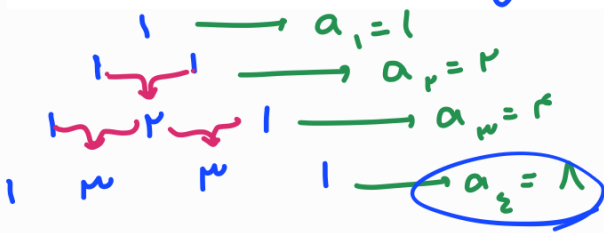
۲- دنباله حاصل از مجموع اعداد هر سطر در مثلث خیام، a_n است. اگر «مجموع اعداد سطر دهم = $k^2 - 17$ » باشد، حاصل a_{k+1} کدام است؟

۸ (۴)

۱۶ (۳)

۴ (۲)

۳۲ (۱)



$$2^{n-1} = \text{مجموع جداول}$$

$$2^{10-1} = k^2 - 17$$

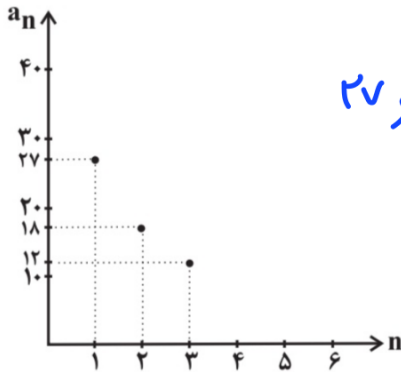
$$512 = k^2 - 17$$

$$529 = k^2$$

$$23 = k \rightarrow k = \pm 23$$

$$a_{\frac{k+1}{2}} = a_k$$

۳- اگر نمودار زیر مربوط به یک دنباله باشد، رابطه بازگشتی این دنباله کدام می‌تواند باشد؟



۲۷، ۱۸، ۱۲

$$18 = 27 \times \frac{2}{3}$$

$$12 = 18 \times \frac{2}{3}$$

$$a_{n-1} = \frac{1}{2} a_n \quad (1)$$

$$a_{n+1} = \frac{2}{3} a_n \quad (2)$$

$$a_n = \frac{3}{4} a_{n-1} \quad (3)$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n \quad (4)$$

۴- در دنباله‌ای داریم: $t_{n+1} = 2t_n - n + 1$ و جمله دهم این دنباله برابر ۱۰۰ است، جمله یازدهم چقدر از جمله نهم بزرگ‌تر است؟

۱۴۲ (۴)

۱۳۷ (۳)

۱۲۱ (۲)

۱۱۵ (۱)

$$n=9 \rightarrow t_{10} = 2t_9 - 9 + 1 \rightarrow t_{10} = 2t_9 - 8 \rightarrow 100 = 2t_9 - 8 \rightarrow t_9 = 54$$

$$n=10 \rightarrow t_{11} = 2t_{10} - 10 + 1 \rightarrow t_{11} = 2(54) - 9 = 108 - 9 = 99 \rightarrow t_{11} = 99$$

$$t_{11} - t_9 = 99 - 54 = 45$$

۵- با توجه به رابطه بازگشتی $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + k & n \text{ مضرب ۳ باشد} \\ \frac{a_n}{2} & n \text{ مضرب ۳ نباشد} \end{cases}$ اگر $a_1 = 2$ و $a_4 = \frac{3}{2}$ باشد، مقدار $\frac{ka_5}{2}$ کدام است؟

$\frac{3}{8}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۱)

$$n=4 \rightarrow a_4 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow \frac{1 \times \frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

$$n=1 \rightarrow a_1 = \frac{a_1}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$n=2 \rightarrow a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$n=3 \rightarrow a_3 = a_2 + k \Rightarrow$$

$$a_3 = 1 + k \rightarrow \frac{3}{2} = 1 + k$$

$1 = k$

طبقات مصرف (متر مکعب)	هزینه هر متر مکعب (هزار تومان)
$0 \leq x < 8$	$6/5$
$8 \leq x < 16$	$a - b$
$16 \leq x < 24$	$8b - 7$
$24 \leq x < 32$	$b + 5$
$x \geq 32$	$a + 3b$

۶- هزینه مصرفی آبهای یک منطقه طبق جدول مقابل محاسبه می شود. به این ترتیب

که هزینه ماهانه هر مشترک برابر با حاصل ضرب مصرف آن مشترک در ماه، در هزینه

هر متر مکعب در آن طبقه مصرفی است. مصرف مشترکی در ماه 30 متر مکعب است.

اگر او مصرف خود را 30 درصد کاهش دهد، هزینه آبهای او 6 هزار تومان کمتر از

نصف هزینه قبل می شود. در صورتی که مصرف خود را 50 درصد کاهش دهد، آبهای

او 168 هزار تومان کاهش می یابد. اگر مصرف این مشترک 10 متر مکعب افزایش یابد،

آبهای او چند هزار تومان می شود؟

۴۸۸ (۳)

۴۷۲ (۲)

۴۳۶ (۱)

$$\text{مصرف : } 3 \cdot (b + 5)$$

$$\text{مصرف : } 21(a - b)$$

$$21(a - b) = \frac{1}{2} \times 10(b + 5) - 4$$

$$10.5b - 147 = 5b + 7.5 - 4$$

$$4.5b = 117 \rightarrow b = \frac{117}{4.5} = 26$$

$$a + 3b = 4 + 3 \cdot 26 = 4 + 78 = 82$$

$$\text{هزینه : } 40 \cdot 82 = 3280$$

$$\text{مصرف : } 3 \cdot (b + 5) - 148$$

$$\text{مصرف : } 12(a - b)$$

$$12(a - b) = 3 \cdot (b + 5) - 148$$

$$12a - 12b = 3b + 15 - 148$$

$$12a = 9b - 133 \rightarrow a = 4$$

۷- با فرض اینکه جمله سوم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{r}(a_n + \frac{k}{a_n})$ ، $a_1 = k$ مقدار تقریبی \sqrt{k} را می دهد، مقدار تقریبی $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ برابر کدام گزینه است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{5}{6}$ (۳)

$\frac{6}{7}$ (۲) ✓

$\frac{3}{5}$ (۱)

$$\sqrt{4} \quad a_1 = 4 \quad k = 4$$

$$n=1 \rightarrow a_2 = \frac{1}{r} \left(4 + \frac{4}{4} \right) = \frac{5}{r}$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = \frac{1}{r} \left(a_2 + \frac{k}{a_2} \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{5}{r} + \frac{4}{\frac{5}{r}} \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{29}{r} + \frac{16}{5} \right) = \frac{29}{r^2} + \frac{16}{5r}$$

$$a_3 = \sqrt{4} \approx \frac{2}{r}$$

$$\frac{29}{r^2} + \frac{16}{5r} = \frac{2}{r} \rightarrow \frac{29}{r} + \frac{16}{5} = 2 \rightarrow \frac{29}{r} = 2 - \frac{16}{5} = \frac{10-16}{5} = -\frac{6}{5} \rightarrow r = -\frac{29 \cdot 5}{6}$$

$$\sqrt{3} \quad a_1 = 3 \quad k = 3$$

$$n=1 \rightarrow a_2 = \frac{1}{r} \left(3 + \frac{3}{3} \right) = \frac{4}{r}$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = \frac{1}{r} \left(\frac{4}{r} + \frac{3}{\frac{4}{r}} \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{4}{r} + \frac{3r}{4} \right) = \frac{4}{r^2} + \frac{3r}{4}$$

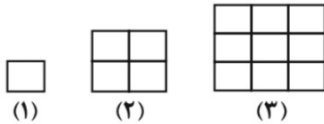
۸- در دنباله بازگشتی $a_1 = \sqrt{2}$ و $a_{n+1} = 2[a_n] + \left[\frac{n}{2}\right]$ مقدار $[a_7]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

$$n=1 \rightarrow a_1 = 2 \left[a_1 \right] + \left[\frac{1}{2} \right] = 2 + 0 = 2$$

$$n=2 \rightarrow a_2 = 2 \left[a_2 \right] + \left[\frac{2}{2} \right] = 2 \left[2 \right] + \left[1 \right] = 2 + 1 = 5$$

5 (✓)

۹- با توجه به الگوی شکل مقابل، مجموع تعداد مربع‌های کوچک (هم‌اندازه با مربع شکل (۱)) در مراحل چهارم و ششم کدام است؟



۵۴ (۲)

✓ ۵۲ (۱)

۶۱ (۴)

۴۱ (۳)

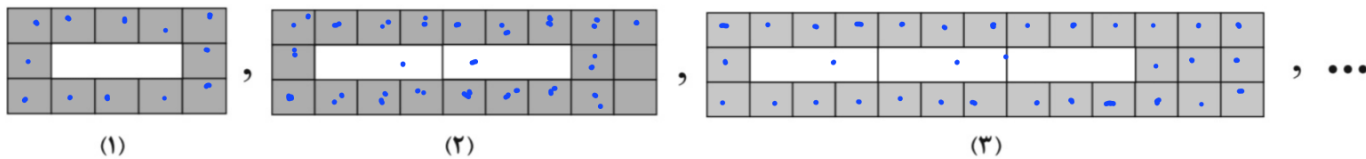
۱, ۴, ۹, ...

$$a_n = n^2$$

$$a_2 = 2^2 = 4 \rightarrow 4 + 14$$

$$a_4 = 4^2 = 16$$

۱۰- با توجه به الگوی مقابل، در شکل ۲۰ ام نسبت تعداد کاشی‌های رنگی به تعداد کاشی‌های سفید کدام است؟



$\frac{179}{20}$ (۴) $\frac{183}{20}$ (۳) ✓ $\frac{9}{2}$ (۲) ۹ (۱)

شماره شکل	۱	۲	۳
کاشی سفید	۱	۴	۹
کاشی رنگی	۸	۱۱	۱۶
تعداد کاشی	۹	۲۵	۴۹

کلی: $10n + 3$

سفید = n

رنگی: $10n + 3 - n = 9n + 3$

$\frac{9n + 3}{2}$

۱۱- اگر $g(x) = a(x-1)^2 + bx^2 + dx + c$ تابع همانی و $f(x) = \{(3, c+b), (4, \frac{1}{k}), (5, -2a)\}$ تابع ثابت باشد، حاصل $\frac{ac+b}{k}$ کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) ✓ $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

$g(x) = a(x^2 - 2x + 1) + bx^2 + dx + c$

$g(x) = (a+b)x^2 + (-2a+d)x + a+c$

$-2a + d = 1$
 $-2a = -2$
 $a = 1$
 $b = -2$

$-2a + d = 1$
 $-2(1) + d = 1$
 $-2 + d = 1$
 $d = 3$

$a + c = 0$
 $1 + c = 0$
 $c = -1$

$\frac{1}{k} = -2$
 $k = -\frac{1}{2}$

۱۲- اگر $f = \{(3,5), (4,2), (7,5), (6,0)\}$ و تابع $g(x) = x^2 + 1$ با $D_g = \mathbb{R}$ باشد، تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟

- (۱) $\{(3,2), (4,7/5), (7,5), (6,-)\}$
 (۲) $\{(3,2), (4,8/5), (7,10)\}$
 (۳) $\{(3,2/5), (4,7/5), (7,7/5)\}$
 (۴) $\{(3,2/5), (4,8/5), (7,5), (6,0)\}$

$\frac{g}{f} = \left\{ \left(3, \frac{10}{5}\right), \left(4, \frac{17}{5}\right), \left(7, \frac{50}{5}\right), \left(6, \frac{37}{5}\right) \right\}$
 $D_{\frac{g}{f}} = \{3, 4, 7, 6\}$

۱۳- با توجه به ویژگی‌های تابع ثابت و همانی کدام گزینه درست نیست؟



(۱) نمودار تابع همانی با دامنه $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 2\}$ از مبدأ مختصات می‌گذرد.

(۲) در تابع همانی f با دامنه \mathbb{R} همواره رابطه $f(kx) = kf(x)$ برقرار است.

$kx = kn$

$a = 13$
 $b = 4$

(۳) اگر $f(x) = \left(\frac{a}{x} - 6\right)x^2 + \left(\frac{a}{x} - b\right)x - b$ تابعی ثابت باشد، حاصل $f(a-b)$ برابر ۴ است.

$f(x) = -4$

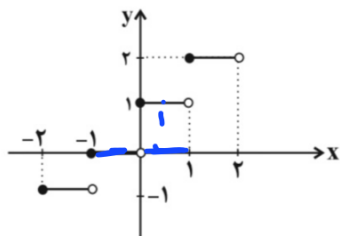


(۴) اگر f تابعی ثابت و g تابع همانی با دامنه \mathbb{R} باشند، محل تلاقی نمودار این دو تابع یک نقطه است.

۱۴- تابع f با دامنه \mathbb{R} و ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1+x}{1-x} - \frac{1+4}{2x-2}, & x > 0 \\ x^2 + bx, & x \leq 0 \end{cases}$ از نقاط $(2, 1)$ و $(-2, -3)$ می‌گذرد، حاصل $f(2) + \frac{1}{f(-4)}$ کدام است؟

$f(2) = 1 \rightarrow \frac{a+2}{a-2} - \frac{a+2}{2a-2} = 1 \rightarrow \frac{a+2}{a-2} = 1 + \frac{a+2}{2a-2}$
 $\frac{a+2}{a-2} = \frac{2a+2}{2a-2} \rightarrow 2a^2 - 2a + 2a - 2 = 2a^2 - 4a + 2a - 2$
 $-a^2 - 4a = 0 \rightarrow a = 0$
 $f(-2) = -3 \rightarrow b(-2) = -3 \rightarrow b = \frac{3}{2}$
 $f(3) = -1 + 9 = 8$

۱۵- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، حاصل $A = \frac{f(\sqrt{2}-1) + f(1-\sqrt{3})}{|\sqrt{-1}| + |2|}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



$A = \frac{1+0}{1+2} = \frac{1}{3}$

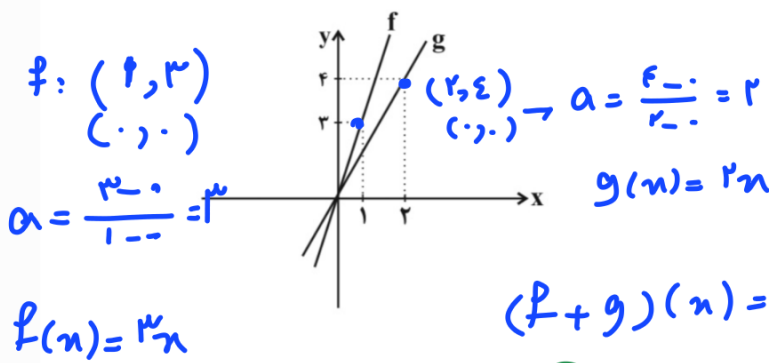
(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{2}{5}$

۱۹- در شکل مقابل دو تابع خطی f و g رسم شده‌اند، ضابطه تابع $h(x) = (f+g)(x)$ کدام است؟



$h(x) = x^2 + 4x$ (۱)

$h(x) = x^2 + x + 3$ (۲)

$h(x) = 5x$ (۳)

$h(x) = 3x$ (۴)

۲۰- اگر $f = \{(-1, 3), (4, 2), (c, -2)\}$ و $g = \{(-1, a), (b, 5), (2, 3)\}$ دو تابع باشند و $f-g = \{(-1, 5), (4, -3), (d, -3)\}$ باشد، چند مقدار ممکن برای d موجود است؟

$f(-1) - g(-1) = 5$
 $3 - a = 5$
 $-a = 2$
 $a = -2$

$f(4) - g(4) = -3$
 $2 - 5 = -3$
 $b = 5$
 $f(2) - g(2) = -3$
 $3 - 3 = 0$

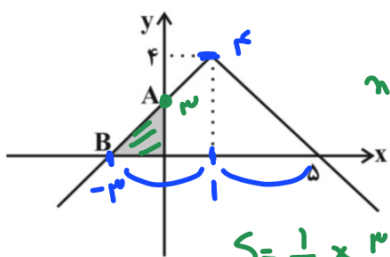
$2 - a = 3$

ممکن برای d موجود است؟

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)



$S = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

۱۶- نمودار $y = -|x - \frac{1}{4}| + \frac{1}{4}$ به صورت زیر است. مساحت قسمت رنگی چقدر است؟

$x=0 \rightarrow y = -|0 - \frac{1}{4}| + \frac{1}{4} = 0$

$y = -|x - \frac{1}{4}| + \frac{1}{4}$
 $x - \frac{1}{4} = 0$
 $x = \frac{1}{4}$

۲/۵ (۱)

۴/۵ (۳)

$\text{sign} \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

۱۷- در تابع علامت داریم: $\text{sign}(a) = 1$ و از طرفی معادله $x^2 - ax + a = 0$ دو ریشه یکسان دارد. مقدار $\text{sign}(-a^2 + 1) + \text{sign}(a - 4)$ کدام است؟

$\text{sign}(-16) + \text{sign}(-1)$

-۴ (۴)

$\Delta = 0 \rightarrow \Delta = a^2 - 4a = 0$
 $a = 0$ یا $a = 4$

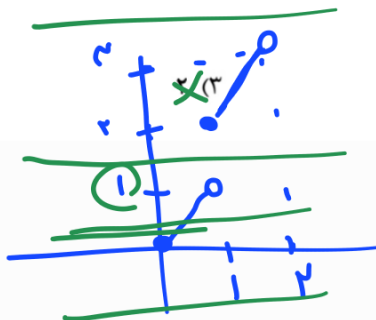
-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

۱۸- اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x + |x|$ و دامنه $0 \leq x < 2$ با خط $y = k$ هیچ برخوردی نداشته باشد، مقدار k کدام می‌تواند باشد؟

$f(n) = \begin{cases} n & 0 \leq n < 1 \\ n+1 & 1 \leq n < 2 \end{cases}$



1/2 (۲)

3/2 (۱)