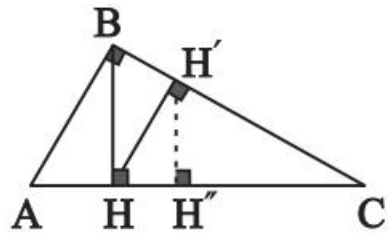


۶۱- در شکل روبه‌رو  $AB = 3$  و  $BC = 4$  است. نسبت  $\frac{H'H''}{BH}$  کدام است؟



۰/۳۲ (۲)

۰/۱۶ (۱)

۰/۶۴ (۴)

۰/۴۸ (۳)

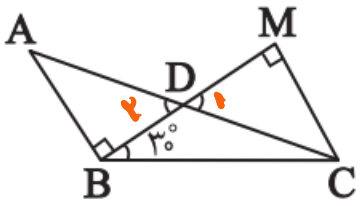
$$AB = 3, BC = 4 \Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC = 5$$

$$AB^2 = AH \times AC \Rightarrow 9 = 5 \times AH \Rightarrow AH = 1,8$$

$$AC = AH + HC \Rightarrow 5 = 1,8 + HC \Rightarrow HC = 3,2$$

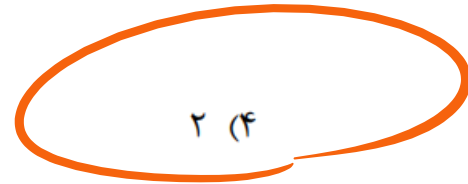
$$\triangle ABC \cong \triangle HH''C \Rightarrow \frac{HH''}{BH} = \frac{HC}{AC} = \frac{3,2}{5} = \frac{45}{100} = 0,45$$

۶۲- در شکل زیر، اگر  $AB = CD = 1$ ، مقدار  $AD \times BC$  کدام است؟



۱ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)



۲ (۴)

$\sqrt{3}$  (۳)

$$AB = CD = 1 \Rightarrow \begin{cases} \angle M = \angle B \\ \angle D_1 = \angle D_2 \end{cases} \Rightarrow ABD \cong DMC$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{MC} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{1}{MC} = \frac{AD}{1} \Rightarrow MC \times AD = 1$$

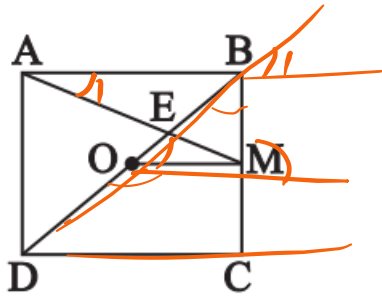
$$MC = BC \sin r = \frac{1}{2} BC$$

$$\frac{1}{2} BC \times AD = 1$$


---


$$AD \times BC = 2$$

۶۳- در شکل زیر طول ضلع مربع ABCD برابر ۵ است. نقطه O مرکز مربع و BM = MC است. طول OE کدام است؟



$$\frac{5\sqrt{2}}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{BO}{BD} = \frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow OM \parallel DC \Rightarrow OM = \frac{1}{2} DC$$

دو ضلع متساوی الساقین  
دور

$$\begin{cases} B_1 = O_1 \\ A_1 = A_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle ABE \cong \triangle MOE \Rightarrow$$

$$\frac{OM}{AB} = \frac{OE}{BE} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{تربیع}} \frac{OE}{OB} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{OE}{\frac{5\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow OE = \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

۶۴- در صورتی که داشته باشیم  $x + [y] = -5/3$ ،  $y + [x] = -5/7$ ، حاصل  $x + y$  کدام است؟

(۱) -۵

(۲) -۶

(۳) -۵/۴

(۴) -۵/۷

$$x + [y] = -5/3 \rightarrow x \rightarrow \text{✓}$$

$$y + [x] = -5/7 \Rightarrow y + x - 5/3 = -5/7 \Rightarrow y + x = -5$$

$$x = -5/3 - [y] \rightarrow [x] = [-5/3 - [y]] = -[y] - 4$$

$$y + x + [x] + [y] = -5/3 - 5/7 = -11 \Rightarrow [x] + [y] = -4 \rightarrow y + x - 4 = -11 \Rightarrow y + x = -5 \quad \checkmark$$

۶۵- تابع  $f(x) = (a+1)x^2 + (5a-1)x + 7$  به ازای  $m \leq a \leq n$  در بازه  $(-4, 3)$  یک به یک است. بیشترین مقدار  $n - m$  کدام است؟

$a = -1$

$$\Rightarrow x = \frac{-2a+1}{2a+2} \leq -r \Rightarrow \frac{-2a+1 + \lambda a + \lambda}{2a+2} \leq 0 \Rightarrow \frac{r a + 9}{2a+2} \leq 0$$

$\frac{36}{11}$  (۴)                      ۲ (۳)                       $\frac{6}{11}$  (۲)                       $\frac{28}{11}$  (۱)

$$\frac{-2a+1}{2a+2} \geq r \Rightarrow \frac{-2a+1 - 4a - 4}{2a+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{-11a-3}{2a+2} \geq 0$$

$-r \leq a \leq -1$

$-1 \leq a \leq -\frac{3}{11} \Rightarrow -r \leq a \leq -\frac{3}{11} \Rightarrow -\frac{3}{11} + r = \frac{r}{11}$

۶۶- اگر  $f^{-1}(x) = \frac{3}{4}x + 3$  باشد، آن گاه  $f(x) = ax + b$  است. مقدار  $f(\frac{b}{a})$  کدام است؟

۳ (۴)

صفر (۳)

-۳ (۲)

-۸ (۱)

$$f(x) = y \Rightarrow y = ax + b \Rightarrow \frac{y-b}{a} = x \Rightarrow y^{-1} = \frac{x-b}{a} = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a} = \frac{3}{4}x + 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a} = 3 \Rightarrow b = -12$$

$$f(x) = \frac{4}{3}x - 12 \quad \frac{f(\frac{b}{a})}{f(-3)} = \frac{\frac{4}{3}(-3) - 12}{-12} = -1$$

۶۷- در تابع خطی  $f$  با دامنه  $\mathbb{R}$ ،  $f^{-1}(11) = 4$  و  $f^{-1}(1) = 4$ ،  $f(2) + f^{-1}(7) = 0$  است. حال  $f(2) + f^{-1}(7)$  کدام است؟

۶ (۴)

۳ (صفر)

۲ (-۶)

۱ (۳)

$$f^{-1}(11) = 4 \rightarrow f(4) = 11$$

$$f(2) + f^{-1}(7) = 0 \Rightarrow (f(2) + 1)^2 = 0 \Rightarrow f(2) = -1$$

$$\begin{cases} \epsilon a + b = 11 \\ a + b = -1 \end{cases}$$

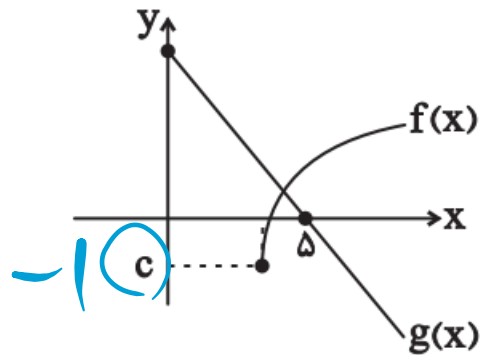
$$\epsilon a = 12$$

$$a = 4$$

$$b = -5$$

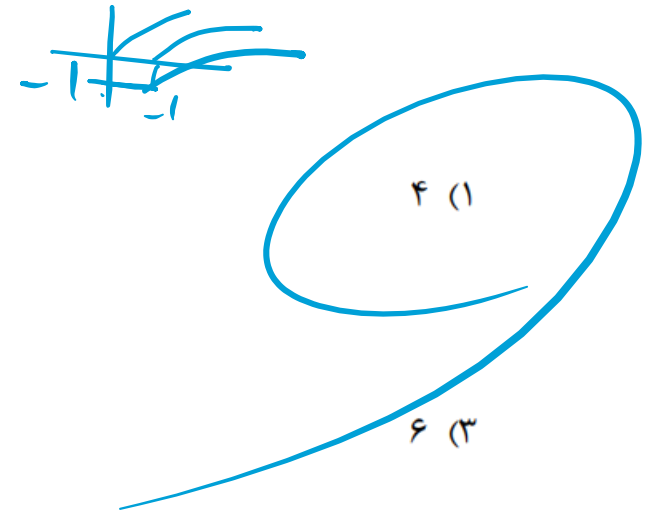
$$f(x) = \epsilon x - 5 = \begin{cases} f(x) = 2 \\ f^{-1}(y) = 2 \end{cases} \Rightarrow 2 + 2 = y$$

۲۳-۱  
 ۶۸- اگر نمودار توابع  $f(x) = \sqrt{x-2} - 1$  و  $g(x)$  به صورت زیر باشد و دامنه تابع  $\frac{g}{f}$  به صورت  $[a, +\infty) - \{b\}$  باشد، حاصل  $a+b+c$  کدام است؟



۵ (۲)

۷ (۴)



$$D_{\frac{g}{f}} = x \in D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\} = [2, +\infty) \cap [2, +\infty) - \{3\} = [2, +\infty)$$

$$\sqrt{x-2} - 1 \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x-2} \neq 1 \xrightarrow{\text{تربیع}} x-2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 3$$

$$D = [2, +\infty) - \{3\}$$

$$a = 2 \\ b = 3$$



۶۹- اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$  و  $g(x) = |x| - \frac{1}{\sqrt{x}}$  باشند، دامنه و برد تابع  $(g+f)(x)$  کدام است؟

$$R = [0, +\infty), D = (0, +\infty) \quad (۲)$$

$$R = D = [0, +\infty) \quad (۱)$$

$$R = (0, +\infty), D = [0, +\infty) \quad (۴)$$

$$R = D = (0, +\infty) \quad (۳)$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = (0, +\infty)$$

$$f(x)+g(x) = |x| - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x} = |x| - \frac{\sqrt{x}}{x} - \frac{\sqrt{x}}{x} = |x|$$

$$R = (0, +\infty)$$

$$\{(1, 5), (1, 1)\}$$

۷۰- اگر  $f = \{(-2, 4), (2, 0), (1, -2), (3, 1), (0, 3)\}$  باشد، آن گاه مجموع عضوهای برد تابع  $g(x) = \frac{(f^2(x))^{-1} + f(x)}{(f^{-1}(x))^2}$  کدام است؟

$$\{(0, 4), (1, 9)\}$$

$$\frac{49}{36} \quad (4) \quad \checkmark \checkmark$$

$$\frac{47}{36} \quad (3)$$

$$\frac{49}{37} \quad (2)$$

$$\frac{47}{37} \quad (1)$$

$$\textcircled{1} f^2 = \{(-2, 14), (2, 0), (1, 4), (3, 1), (0, 9)\}$$

$$\textcircled{2} (f^2)^{-1} = \{(14, -2), (0, 2), (4, 1), (1, 3), (9, 0)\} \quad \checkmark$$

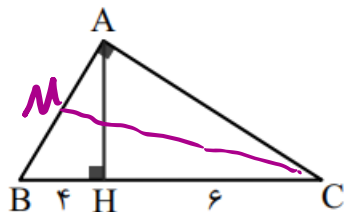
$$\textcircled{3} f^{-1} = \{(4, -2), (0, 2), (-2, 1), (1, 3), (3, 0)\}$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right\}$$

$$(f^{-1})^2 = \{(4, 4), (0, 4), (-2, 1), (1, 9), (3, 0)\}$$

$$= \frac{40 + 4}{36} = \frac{44}{36} \quad \checkmark$$

۷۱- در مثلث قائم‌الزاویه مقابل، اندازه بزرگ‌ترین میانه کدام است؟



$$\sqrt{65} \quad (2)$$

$$\sqrt{50} \quad (1)$$

$$\sqrt{75} \quad (4)$$

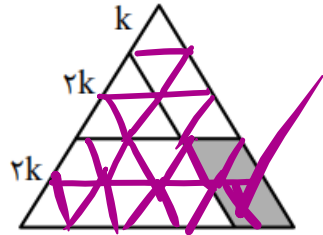
$$\sqrt{70} \quad (3)$$

سوال  
 بزرگ‌ترین میانه  
 میانه وارث کوچک‌ترین منتهی

$$\begin{cases} AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 4 \times 10 = 40 \Rightarrow AB = 2\sqrt{10} \\ AC^2 = CH \times BC \Rightarrow AC^2 = 6 \times 10 = 60 \Rightarrow AC = \sqrt{60} \\ AM = \frac{1}{2} AB = \sqrt{10} \end{cases}$$

$$CM^2 = AC^2 + AM^2 = 60 + 10 = 70 \Rightarrow CM = \sqrt{70}$$

۷۲- در شکل زیر، یک ضلع مثلث متساوی الاضلاع به نسبت‌های ۱، ۲ و ۲ تقسیم شده است. مساحت متوازی الاضلاع سایه زده، چند درصد مساحت مثلث اصلی است؟



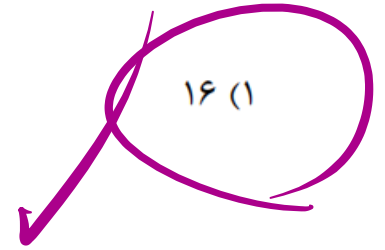
۲۴ (۴)

۲۰ (۳)

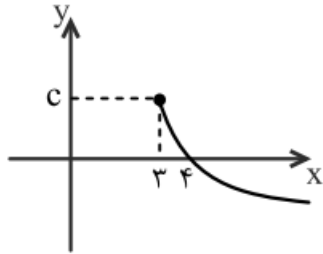
۱۸ (۲)

۱۶ (۱)

$$\frac{14}{100} = \frac{14}{100}$$



۷۳- اگر نمودار تابع  $f(x) = a - \sqrt{x+b}$  به صورت زیر باشد، کدام نقطه زیر روی نمودار تابع  $f$  قرار دارد؟



(19, -4) (1) ~~X~~

(28, -5) (1) ~~X~~

(12, -4) (4) ~~X~~

(39, -5) (3) ✓

$$x+b \geq 0 \Rightarrow x \geq -b$$

$$x \geq 3 \Rightarrow \textcircled{b = -3}$$

$$(4, 0) \Rightarrow a - 1 = 0 \Rightarrow \underline{a = 1}$$

$$f(x) = 1 - \sqrt{x-3} \quad \begin{matrix} x=39 \\ y=-5 \end{matrix} \quad \checkmark$$

۷۴- اگر  $f(x) = [x] + \left[\frac{x}{x+1}\right]$  مقدار  $f(-\sqrt{3})$  کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

(۴) -۲

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) صفر

$$f(-\sqrt{3}) = \left[ \underbrace{-\sqrt{3}}_{-2} \right] + \left[ \frac{-\sqrt{3}}{-\sqrt{3}+1} \right] = -2 + 2 = 0$$

$$\frac{-\sqrt{3}}{-\sqrt{3}+1} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \frac{+\sqrt{3}+3}{2}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2 \rightarrow 2 < \sqrt{3}+3 < 5 \rightarrow 2 < \frac{\sqrt{3}+3}{2} < 2.5$$

$$\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1} = x^2-x+1$$

۷۵- دو تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+1}{x+1} & ; x \neq -1 \\ b & ; x = -1 \end{cases}$  و  $g(x) = x^2 + ax + 1$  با هم مساوی‌اند. حاصل  $a+b$  کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

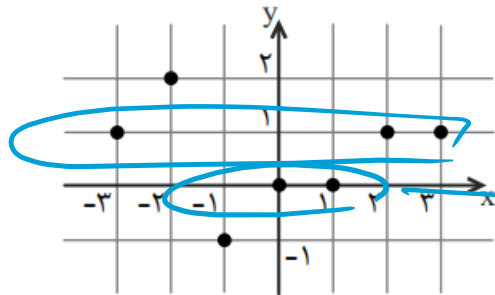
$$g(-1) = 1 - a + 1 = 2 - a = b$$

$$a = -1$$

$$\Rightarrow b = 3$$

$$a + b = 2$$

۷۶- با حذف حداقل چند نقطه در تابع زیر، یک تابع یک‌به‌یک به‌دست می‌آید؟

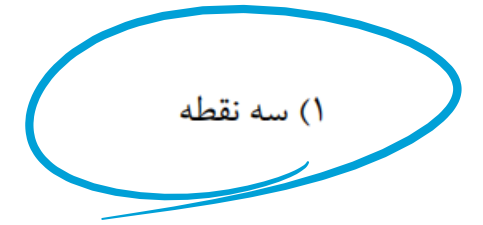


۳ تا حذف

۴ تا حذف

(۲) چهار نقطه

(۴) پنج نقطه



(۱) سه نقطه

(۳) دو نقطه



۷۷- اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $f = \{(x, -2x+7) | x \in A\}$  باشد، آنگاه حاصل  $f^{-1}(3) + f(1)$  کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

$$f = \{(1, 5), (2, 3), (3, 1), (4, -1)\}$$

$$f^{-1}(3) = 2$$

$$f(1) = 5$$

$$\Rightarrow f^{-1}(3) + f(1) = 7$$

۷۸-  $f$  و  $g$  دو تابع خطی غیر ثابت و  $\frac{f}{g}$  تابعی یک‌به‌یک است. کدام تابع زیر قطعاً یک‌به‌یک نیست؟ ✓ ✓

$$f \times g \quad (۴)$$

$$f - g \quad (۳)$$

$$f + g \quad (۲)$$

$$\frac{g}{f} \quad (۱)$$

صحیح و تناقض ۲ تابع خطی غیر ثابت و هم‌ارزیب تابع خطی است در صورتی که  $f$  و  $g$  نسبتاً اول باشند. و  $f \times g$  و  $\frac{g}{f}$  دو تابع خطی غیر ثابت، هر شود در صورتی که  $f$  و  $g$  نسبتاً اول باشند.

۷۹- اگر  $f = \{(1, 4), (2, 3), (3, 4)\}$  و  $f - g = \{(1, -4), (3, 1)\}$  باشد، آن گاه  $g(1) - 2g(3)$  کدام است؟

$$f - g = \{(1, 4), (2, 3), (3, 4)\} - \{(1, -4), (3, 1)\} = \{(1, -4), (2, 3)\}$$

۴ (۴)                      ۳ (۳)                      ۲ (۲)                      ۱ (۱)

$$f(3) = 4$$
$$g(1) = 8 \Rightarrow 1 - 2(3) = 2$$

۸۰- برای رسم نمودار تابع  $g(x) = 1 + |2x - 4|$  از روی نمودار تابع  $f(x) = |x|$  کافی است نمودار تابع  $f$  را ابتدا ..... انتقال داده و سپس عرض هر

$$1 + 2|x - 2|$$

نقطه را ..... برابر کرده و در انتها ..... انتقال دهیم.

~~(۲) ۴ واحد به راست، ۲، یک واحد به بالا~~

(۱) ۲ واحد به راست، ۲، یک واحد به بالا

~~(۴) ۲ واحد به چپ، ۲، یک واحد به بالا~~

(۳) ۲ واحد به چپ، ۲، یک واحد به پایین