

ریاضی (۱)

۳۰ دقیقه

مثلثات/توان‌های گویا و

عبارت‌های جبری

فصل ۲ از ابتدای روابط بین

نسبت‌های مثلثاتی تا پایان

فصل و فصل ۳

صفحه‌های ۴۲ تا ۶۸

۱- اگر $\sin \theta + 4 \cos \theta = 3$ باشد، حاصل $15 \cos^2 \theta + 8 \cos \theta \sin \theta$ کدام است؟

۷ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

توان $\rightarrow \sin^2 \theta + 14 \cos^2 \theta + 8 \sin \theta \cos \theta = 9$

$\underbrace{\quad}_{1 - \cos^2 \theta}$

$$15 \cos^2 \theta + 8 \sin \theta \cos \theta = 1$$

۲- اگر مختصات انتهای زاویه θ در ناحیه دوم بر روی دایره مثلثاتی به صورت $P(-\frac{1}{4}, a)$ باشد، مقدار $\tan \theta + \cot \theta$ کدام است؟

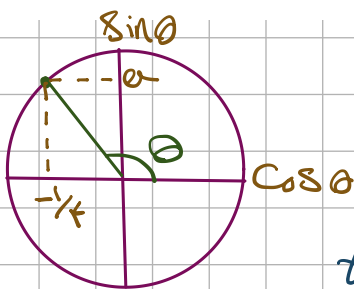
$\frac{14}{\sqrt{15}}$ (۴)

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$\frac{16}{\sqrt{15}}$ (۳)

$\frac{-14}{\sqrt{15}}$ (۲)

$\frac{-16}{\sqrt{15}}$ (۱)



$$a^2 + \frac{1}{16} = 1 \rightarrow a^2 = \frac{15}{16} \rightarrow a = \frac{\sqrt{15}}{4} = \sin \theta$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{4}$$

$$\tan \theta = \frac{\frac{\sqrt{15}}{4}}{-\frac{1}{4}} = -\sqrt{15}$$

$$\cot \theta = \frac{-1}{\sqrt{15}}$$

$$-\sqrt{15} - \frac{1}{\sqrt{15}} = \frac{-14}{\sqrt{15}}$$

۳- به ازای کدام مقدار p تساوی $\cot^4 \alpha - 1 = \frac{p}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^4 \alpha}$ یک اتحاد مثلثاتی است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow 0 = \frac{p}{1} + \frac{1}{1} = 2p + 1$$

$$2p = -1 \rightarrow p = -\frac{1}{2}$$

۴- اگر $A = \sin^2 x \cos^2 x$ باشد، مقدار عبارت $(1 + \tan^2 x)^3 + (1 + \cot^2 x)^3$ بر حسب A کدام است؟

$\frac{1-2A}{A^2}$ (۴)

$\frac{1-2A}{A^3}$ (۳)

$\frac{1+2A^2}{A^6}$ (۲)

$\frac{1-2A^2}{A^6}$ (۱)

$$\frac{1}{\cos^4 x} + \frac{1}{\sin^4 x} = \frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^4 x \cos^4 x} = \frac{1-2A}{A^2}$$

۵- ریشه دوم مثبت عدد a ، ۲ برابر اختلاف ریشه‌های چهارم آن عدد است. مجموع ارقام عدد a کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۱ (۳)

$$\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{a}$$

۹ (۲)

۷ (۱)

$$\sqrt{a} = 2 \times 2 \times \sqrt[4]{a} = 4 \sqrt[4]{a}$$

توان $\rightarrow a^2 = 4^4 \times a \rightarrow a = 4^4 = 256 \rightarrow$ (ارقام) = ۱۳

۶- اگر θ زاویه‌ای در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد و داشته باشیم $a = \sin \theta$ ، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$0 < \theta < \pi$$

$$A = \sqrt{a + \sqrt{a - 2\sqrt{a^3}}} + \sqrt{a^4 + a^4 - 2a^6} + \sqrt{a^4 + a - 2a^2\sqrt{a}}$$

$$\downarrow$$

$$\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt[4]{a})^2} = |\sqrt{a} - \sqrt[4]{a}| = \sqrt{a} - \sqrt[4]{a}$$

$$\sqrt{a - a^4} \quad (2)$$

$$a^4 - \sqrt{a} \quad (1)$$

$$\sqrt{(a^4 - a^4)^2} = |a^4 - a^4| = a^4 - a^4$$

$$\rightarrow \sqrt{a} - a^4$$

$$\sqrt{(a^4 - \sqrt{a})^2} = |a^4 - \sqrt{a}| = \sqrt{a} - a^4$$

۷- اگر ریشه چهارم مثبت $(\frac{1}{27})^{x+2}$ برابر با ریشه سوم $(81)^{-2x}$ باشد، آنگاه مقدار x برابر با کدام است؟

\downarrow $\mu F - 12x$ \downarrow $\mu - 3x - 4$

$\frac{43}{23}$ (۴)

$\frac{21}{17}$ (۳)

$\frac{37}{18}$ (۲)

$\frac{23}{16}$ (۱)

$\mu \frac{-3x-4}{4} = \mu \frac{4-12x}{3}$

$\frac{-3x-4}{4} = \frac{4-12x}{3} \rightarrow -9x - 12 = 16 - 36x$
 $27x = 28$
 $\rightarrow x = \frac{28}{27}$

۸- اگر $x = \sqrt[5]{(256)^2}$ باشد، حاصل ریشه سوم عدد $\sqrt{x^4 + 16}$ ، کدام است؟

$\sqrt[5]{2}$ (۲)

\downarrow
 $\sqrt{14+14} = \sqrt{28}$

$\sqrt[5]{2}$ (۱)

$\sqrt[5]{2} \times \sqrt[5]{2}$ (۴)

$\sqrt[5]{2} \times \sqrt[5]{2}$ (۳)

$x = \sqrt[5]{2^{14}} = 2 \frac{14}{5}$

$\sqrt{14 \times 2} = 2\sqrt{7}$

$(2 \frac{14}{5})^{5/2} = 2^2$

$\sqrt[3]{\sqrt[4]{2} \times \sqrt[4]{2}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{2 \times 2}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{4}}$

$\rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[4]{2 \times 2}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} \times \sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}$

$= \sqrt[3]{\sqrt[4]{2^2}} \times \sqrt[3]{\sqrt[4]{2^2}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4}} = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2}$

۹- اگر $A = \sqrt[3]{16\sqrt{18} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{3}}}$ باشد، حاصل $\left(\frac{A}{4}\right)^{-\frac{2}{3}}$ کدام است؟

$$A = \sqrt[3]{\frac{16 \times 18^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{3}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 18^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{3}}}} = \sqrt[3]{\frac{2^4 \times (2 \times 3^2)^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}}}} = \sqrt[3]{\frac{2^4 \times 2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}}}} = \sqrt[3]{2^{\frac{11}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{11}{6}} \times 3^{\frac{1}{6}}$$

$$\left(\frac{A}{4}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(2^{\frac{11}{6}} \times 3^{\frac{1}{6}}\right)^{-\frac{2}{3}} = 2^{-\frac{11}{9}} \times 3^{-\frac{1}{9}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{11}{9}} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{9}} = \frac{1}{\sqrt[9]{2^{11} \times 3}} = \frac{1}{\sqrt[9]{2^{12} \times 2 \times 3}} = \frac{1}{\sqrt[9]{2^{12} \times 6}}$$

۱۰- اگر رابطه‌های $\frac{\sqrt{a+1}}{2} = \frac{\sqrt{2b-1}}{2}$ و $a + \frac{1}{a} = 3$ برقرار باشند، حاصل عبارت $\frac{a^2}{(2b-1)^2}$ کدام است؟

$$\frac{(a+1)^2}{(2b-1)^2} = \frac{1}{4} = \frac{(a+1)^2}{(2b-1)^2} = \frac{(a^2 + 2a + 1)^2}{(2b-1)^2}$$

$$= \frac{a^2 (a^2 + 2a + 1)^2}{(2b-1)^2} = \frac{a^2 \times a^2}{(2b-1)^2} = \frac{1}{4}$$

$$2aT = \frac{1}{4} \rightarrow T = \frac{1}{4 \times 2a} = \frac{1}{8a}$$

11- اگر $y^2 + 4xy + 3x^2 = 0$ و $xy \neq 0$ باشند، کمترین مقدار $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ کدام است؟ T

$$(y+3x)(y+x) = 0$$

$$-\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{10}{3} \quad (3)$$

$$y = -x \rightarrow T = -2$$

$$-\frac{10}{3} < -2$$

$$y = -\frac{3}{4}x \rightarrow T = -\frac{3}{4} - \frac{4}{3} = -\frac{10}{3}$$

12- با توجه به معادله $a^2 + 5b^2 + 10c^2 - 4ab + 6bc + 2c + 1 = 0$ حاصل $a^3 + b^3 + c^3$ کدام است؟

$$\downarrow \rightarrow 9c^2 + c^2$$

$$244 \quad (4)$$

$$242 \quad (3) \quad 5b^2 + b^2$$

$$192 \quad (2)$$

$$190 \quad (1)$$

$$(a^2 + 5b^2 - 4ab) + (b^2 + 9c^2 + 6bc) + (c^2 + 2c + 1) = 0$$

$$= (a - \frac{2}{5}b)^2 + (b + \frac{3}{5}c)^2 + (c+1)^2 = 0$$

$$\downarrow$$

$$0$$

$$a = 4$$

$$\downarrow$$

$$0$$

$$b = 3$$

$$\downarrow$$

$$0$$

$$\rightarrow c = -1$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 216 + 27 - 1 = 242$$

۱۳- حاصل $A = (\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x+1})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x+1})$ به ازای $x=2$ کدام است؟

$\sqrt[3]{16} - \sqrt{4} - 1$ (۲)

$\sqrt[3]{16} - \sqrt{4} + 1$ (۱)

$\sqrt[3]{16} + \sqrt{4} + 1$ (۴)

$\sqrt[3]{16} + \sqrt{4} - 1$ (۳)

$$A = (\sqrt[3]{x^2} + 1 - \sqrt{x}) (\sqrt[3]{x^2} + 1 + \sqrt{x})$$

$$A = (\sqrt[3]{x^2} + 1)^2 - (\sqrt{x})^2 = \sqrt[3]{x^2} + 1 + 2\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}$$

$$= \sqrt[3]{x^2} + 1 + \sqrt[3]{x^2}$$

$$x=2 \rightarrow \sqrt[3]{4} + 1 + \sqrt[3]{4}$$

۱۴- اگر عبارت $(x-3)(x+2)(x+5)(x+10) + 400$ را به صورت $(ax^2 + bx + c)^2$ نمایش دهیم، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

-۸ (۴)

۱۰ (۳)

-۲ (۲)

۱۸ (۱)

$$(x-3)(x+2)(x+5)(x+10) + 400 = (ax^2 + bx + c)^2$$

$$(x^2 + 7x - 30)(x^2 + 15x + 10) = (ax^2 + bx + c - 30)(ax^2 + bx + c + 10)$$

$$\rightarrow a=1, b=7, c=-10$$

$$a+b+c = 1+7-10 = -2$$

۱۵- حاصل $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$ کدام است؟

$$A = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{3}}}_{\oplus} + \underbrace{\sqrt{2-\sqrt{3}}}_{\oplus} = 2 \quad (2) \quad -\sqrt{6} \quad (1)$$

$$\sqrt{6} \quad (4)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$

$$A^2 = \cancel{2+\sqrt{3}} + \cancel{2-\sqrt{3}} + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 4$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{4-3}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_2$

$$\rightarrow A = \sqrt{4}$$

$$(\pm 1, \pm 2)$$

$$a-2 \quad (4)$$

$$a^2+2a+4 \quad (3)$$

$$a+1 \quad (2)$$

$$a^2-2a+4 \quad (1)$$

۱۶- یکی از عوامل تجزیه عبارت $a^3 - 3a^2 + 6a - 4$ کدام است؟

$$a=1 \rightarrow 1-3+6-4=0$$

$$\begin{array}{r}
 a^3 - 3a^2 + 6a - 4 \quad | \quad a-1 \\
 -a^3 + a^2 \\
 \hline
 -2a^2 + 6a - 4 \\
 +2a^2 - 2a \\
 \hline
 4a - 4 \\
 -4a + 4 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

۱۷- حاصل عبارت $\sqrt[3]{(\sqrt{3}+2)^2} \times \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{3}+4\sqrt{3}}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}-2} \quad (4)$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}-4\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}+2} \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}+4\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt[3]{4+3+4\sqrt{3}} = \sqrt[3]{7+4\sqrt{3}}$$

۱۸- حاصل عبارت $\frac{-2}{2-\sqrt{5}} + 4(\sqrt{49}+\sqrt{5})^{-1}$ کدام است؟

$$\frac{6}{2-\sqrt{5}} \quad (4)$$

$$\frac{6}{\sqrt{5}-2} \quad (3)$$

$$2-\sqrt{5} \quad (2)$$

$$2(\sqrt{5}-2) \quad (1)$$

$$\frac{6}{\sqrt{5}+\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{5}} = \frac{6(\sqrt{5}-\sqrt{5})}{2} = 2\sqrt{5}-2\sqrt{5}$$

$$4 \times \frac{1}{\sqrt{49}+\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}+\sqrt{5}}$$

$$\frac{-2}{2-\sqrt{5}} \times \frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{-2(2+\sqrt{5})}{-1} = 2+2\sqrt{5}$$

$$\cancel{2+2\sqrt{5}} + 2\sqrt{5} - \cancel{2\sqrt{5}} = 2+2\sqrt{5} = 2(2+\sqrt{5}) \times \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2} = \frac{4}{\sqrt{5}-2}$$

۱۹- با توجه به رابطه $(y - \sqrt{48})^2 = (y - \sqrt{48})^2$ مقدار a برابر با کدام است؟

$$(y - \sqrt{3})(y + \sqrt{3}) = 2 - 3 = -1$$

$\leftarrow \sqrt{3}$
 $\rightarrow (y - \sqrt{3})^2$

$\frac{1}{1} \text{ (۴)}$ $\frac{1}{4} \text{ (۲)}$

$$(y + \sqrt{3}) = (y - \sqrt{3})^{-1}$$

$$(y - \sqrt{3})^{\frac{3}{2}} \times (y - \sqrt{3})^{-\frac{2}{2}} = (y - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} = (y - \sqrt{3})^{2a}$$

$$\frac{1}{2} = 2a \rightarrow a = \frac{1}{4}$$

۲۰- اگر $x = \sqrt[4]{4}$ باشد، مقدار عبارت $A = \frac{1}{x^4 + x^2 + \frac{x^6}{2}}$ کدام است؟

$$x = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2}$$

$\sqrt[4]{2} + 1$ (۴)

$\sqrt[4]{2} - 1$ (۳)

$\sqrt{2} - 1$ (۲)

$\sqrt{2} + 1$ (۱)

$$A = \frac{1}{\sqrt[4]{14} + \sqrt[4]{4} + 1} \times \frac{\sqrt[4]{4} - 1}{\sqrt[4]{4} - 1} = \frac{\sqrt[4]{4} - 1}{\sqrt[4]{14} - 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{1} = \sqrt{2} - 1$$