

۳۰ دقیقه

ریاضی (۱)

مجموعه، الگو و دنباله /  
مثلثات / توان‌های گویا و  
عبارت‌های جبری  
فصل ۱، فصل ۲ و فصل ۳ تا

۱- دو بازه  $A = (a-2, b]$  و  $B = [a, 2b-3)$  مفروض هستند. اگر  $A \cup B = (c, d)$  باشد،  $a-3b$  کدام

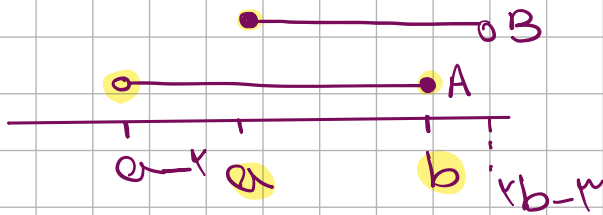
می‌تواند باشد؟

$-7$  (۱)

$-6$  (۳)

$7$  (۲)

$6$  (۱)



$a \geq b \rightarrow$

$a - b \leq 0$

$2b - 3 > b \rightarrow b > 3$

$-2b < -9 \rightarrow b < 4.5$

$a - 3b < -9$

پایان ریشه و توان  
صفحه‌های ۱ تا ۵۳

۲- اگر بدانیم که A یک مجموعه متناهی و B و C نیز دو مجموعه نامتناهی هستند، چه تعداد از مجموعه‌های زیر الزاماً نامتناهی خواهند بود؟ (در نظر بگیرید که مجموعه مرجع هر سه مجموعه A، B و C مجموعه اعداد صحیح می‌باشد.)

$B - A$  (ب)  
 $B \cap A'$  (ج)

$(A \cup B) - C$  (ب)

$B \cap C$  (الف)

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۱)

صفر (۱)

$3 - 3$

- A
- B
- C
- U

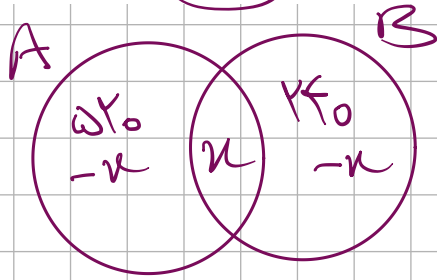
۳- یک فروشگاه لوازم یدکی ۸۰۰ قطعه دارد که ۶۰۰ عدد از آنها کد A یا B هستند. اگر ۵۲۰ عدد کد A و ۲۴۰ عدد کد B باشد، تعداد قطعاتی که حداقل یکی از کدهای A یا B را دارند چقدر از تعداد قطعاتی که دقیقاً یکی از کدهای A یا B را دارند بیشتر است؟

۱۶۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۲۸۰ (۲)

۴۴۰ (۱)



$A \cup B = 400$

$520 - x + x + 240 - x = 400 \rightarrow x = 140$

$520 - x + 240 - x = 440$

$400 - 440 = 140$

۴- در دنباله اعداد  $a_n : 7, 25, 259, 2051, \dots$  حاصل  $\frac{1}{63}(a_{12} - a_{10})$  کدام است؟

۲۳۵ (۴)

۲۲۹ (۳)

۲۲۴ (۲)

۲۲۰ (۱)

$v = 2^k + m$

$2^m = 2^0 + m$

$2^{29} = 2^1 + m$

$2^{101} = 2^{11} + m$

$2^m = 2^{m-1} + m$

$2^{29} = 2^{28} + m$

$2^{101} = 2^{100} + m$

$\rightarrow 2^{29} - 2^{28}$

$\frac{2^{29} - 2^{28}}{4m} = \frac{2^{28}(2 - 1)}{4m} = 2^{28}$

۵- در یک الگوی خطی داریم:  $a_{m+p} = 10, a_m = 4$ ، جمله چندم دنباله برابر با ۲۰۰ است؟

$$m=1 \quad \underbrace{196+m}_{197} \quad \underbrace{206+m}_{207} \quad \underbrace{204+m}_{205} \quad \underbrace{194+m}_{195}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 4 \\ a_n &= 10 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad 4d = 6 \quad \rightarrow \quad d = 1$$

$$a_n = 4 + (n-1) \times 1 = 4 + n - 1 = 3 + n = 200$$

$$n = 197$$

۶- حاصل جمع دو جمله اول یک دنباله هندسی با جمله عمومی  $a_n$ ، برابر ۳۲ و مجموع ۴ جمله اول آن ۹۶ می باشد. حاصل  $\frac{a_1 + a_3}{a_5}$  کدام است؟

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 96$$

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= 32 = a_1 + a_1 r = a_1(1+r) = 32 \\ a_3 + a_4 &= 48 = a_1 r^2 + a_1 r^3 = a_1 r^2(1+r) = 48 \end{aligned}$$

$$\frac{a_1}{a_5} + \frac{a_3}{a_5}$$

$$\begin{aligned} r^2 &= 2 \rightarrow r = \pm\sqrt{2} \\ r^4 &= 4 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{r^4} + \frac{1}{r^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

۷- اگر  $b-2$ ،  $a$  و  $2$ ، از چپ به راست سه جمله متوالی دنباله حسابی و همینطور  $b-2$ ،  $2a-2$  و  $4$ ، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله حسابی کدام می‌تواند باشد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

$$2a = b$$

$$(2a-2)^r = 4(b-2)$$

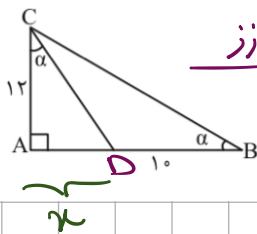
$$(b-2)^r = 4(b-2) \rightarrow b-2 = 4 \rightarrow b = 6 = 2a$$

$$a = 3$$

$2, 3, 4, \dots$

$d = 1$

۸- با توجه به شکل زیر، مساحت مثلث ABC کدام است؟



جی  $\rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ACD$

۹۶ (۱)

۱۰۴ (۲)

۱۰۸ (۳)

۱۱۲ (۴)

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{CD}$$

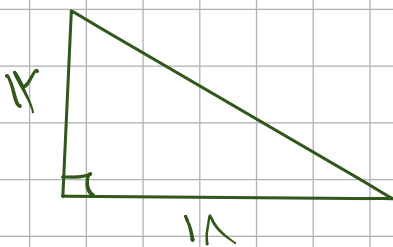
$$\frac{10+x}{12} = \frac{12}{x} \rightarrow x^2 + 10x - 144 = 0$$

$$(x+18)(x-8) = 0$$

$$x = 18 \text{ و } -18$$

✓          ✗

$$S = \frac{12 \times 18}{2} = 4 \times 18 = 108$$



۹- اگر  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$  باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

(رابع)  $-1 < \sin \alpha < 0$

$$\frac{+}{|\sin^3 \alpha - \sqrt[3]{\sin \alpha}|} - \frac{-}{|\sin \alpha - \sin^3 \alpha|} - \frac{+}{|\sin \alpha - \sqrt[3]{\sin \alpha}|}$$

(۴)  $-2 \sin^3 \alpha$       (۳)  $-2 \sqrt[3]{\sin \alpha}$

(۲) صفر

(۱)  $2 \sin \alpha$

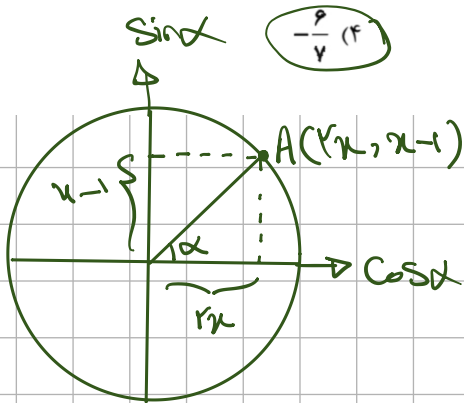
$$\Rightarrow \sin^3 \alpha > \sin \alpha > \sqrt[3]{\sin \alpha} > -1$$

$$\cancel{\sin^3 \alpha} - \sqrt[3]{\cancel{\sin \alpha}} + \cancel{\sin \alpha} - \cancel{\sin^3 \alpha} - \cancel{\sin \alpha} + \sqrt[3]{\cancel{\sin \alpha}}$$

صفر  $\rightarrow$

۱۰- نقطه  $A(x, x-1)$ ، نقطه انتهایی زاویه  $\alpha$  در حالت استاندارد و روی دایره مثلثاتی قرار دارد. اگر  $\alpha$  زاویه بین جهت مثبت محور طول‌ها و

پاره خط  $OA$  باشد، حاصل  $\frac{x}{\sin \alpha - \cos \alpha}$  کدام است؟ ( $x \neq 0$  و نقطه  $O$  مرکز دایره مثلثاتی است).



(۴)  $-\frac{p}{y}$       (۳)  $-1/2$       (۲)  $\frac{p}{y}$       (۱)  $1/2$

$$x^2 + x^2 - 2x + 1 = 1$$

$$2x^2 - 2x = 0$$

$$2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$\cos \alpha = x = 1$$

$$\sin \alpha = x - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$\frac{x \times \frac{p}{y}}{-x - \frac{p}{y}} = \frac{p}{-y}$$

۱۱- بیشترین مقدار  $A = \sin^2 x + \sin x + 3$  چقدر از کمترین مقدارش بیشتر است؟

$\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{9}{4}$  (۳)

$\frac{11}{4}$  (۲)

۵ (۱)

$$A = a \sin^2 u + b \sin u + c$$

$$\sin u = 1, -1$$

$$\sin u = \frac{-b}{2a}$$

$$3 - \frac{11}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\sin u = 1 \rightarrow \text{Max}$$

$$\sin u = -1 \rightarrow \text{Min}$$

$$\sin u = -\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 3 = 3 - \frac{1}{4} = \frac{11}{4} \text{ Min}$$

۱۲- به ازای هر مقدار دلخواه  $x$ ، حدود تغییرات  $A = \frac{\cos x}{4 + \cos x}$  کدام است؟

$-\frac{1}{3} \leq A \leq \frac{1}{5}$  (۳)

~~$-\frac{1}{3} \leq A \leq -\frac{1}{5}$  (۳)~~

~~$-\frac{1}{5} \leq A \leq \frac{1}{4}$  (۲)~~

~~$-1 \leq A \leq -\frac{1}{4}$  (۱)~~

$$\cos u = 1 \rightarrow \frac{1}{5}$$

$$\cos u = -1 \rightarrow -\frac{1}{3}$$

۱۳- خط  $y = mx - 4$  با قسمت مثبت محور  $x$  زاویه حاده  $\alpha$  را تشکیل می‌دهد. اگر  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 5$  باشد، آنگاه محیط مثلثی که از برخورد

$$\tan \alpha = m$$

این خط با محورهای مختصات به وجود می‌آید، کدام است؟

$$12 + 4\sqrt{5} \quad (4)$$

$$6 + 2\sqrt{5} \quad (3)$$

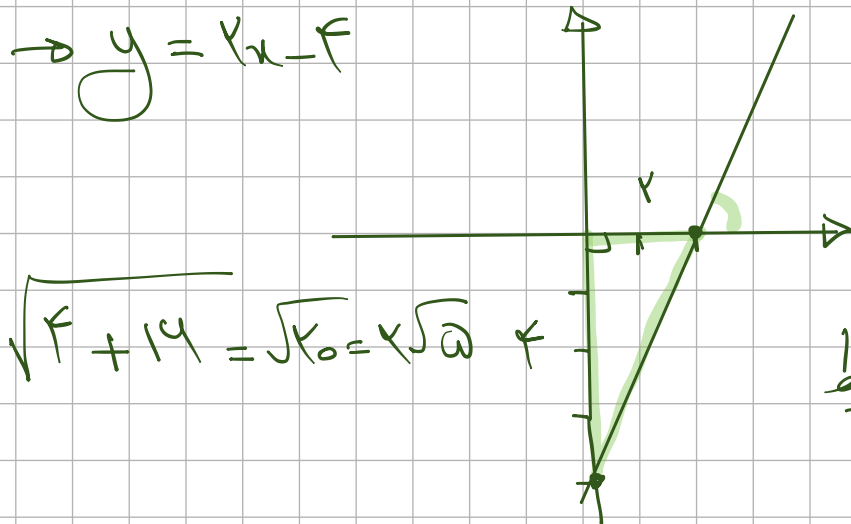
$$4 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 5 \rightarrow \tan^2 \alpha = 4 \rightarrow \tan \alpha = 2, -2$$

$$m = 2, -2$$

$$m = 2 \rightarrow y = 2x - 4$$



$$\sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 5$$

۱۴- در صورتی که داشته باشیم  $\tan x + \cot x = 3$  و زاویه‌ای در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد، حاصل  $\sin^3 x + \cos^3 x$  کدام است؟

$$\frac{4\sqrt{15}}{9} \quad (4)$$

$$2\sqrt{\frac{5}{3}} \quad (3)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{15}}{9} \quad (1)$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = 3 \rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} \rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{6}$$

$$\rightarrow (\sin x + \cos x) (\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x) = \frac{1}{6} \times (\sin x + \cos x)$$

$$A^2 = (\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \times \frac{1}{6} = \frac{4}{3} \rightarrow A = \sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{1}{6} \times \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{6 \times \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{9}$$

۱۵- اگر  $(\tan x + \frac{1}{\tan x})(\tan x + \frac{1}{\cot x}) = A$  باشد، حاصل  $\frac{\cos^2 x}{r}$  کدام است؟

$$\frac{r}{A} \quad (۴)$$

$$A^{-1} \quad (۳)$$

$$\frac{A-r}{r} \quad (۲)$$

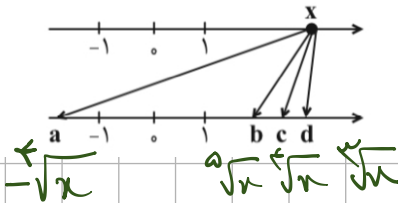
$$A \quad (۱)$$

$$r \tan^2 x + r = A \rightarrow \tan^2 x = \frac{A-r}{r}$$

$$(1 + \tan^2 x) = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x}$$

$$\frac{\cos^2 x}{r} = \frac{1}{r + r \tan^2 x} = \frac{1}{A} = A^{-1}$$

۱۶- در شکل زیر عدد  $x$  از محور بالا به ریشه‌های سوم و چهارم و پنجم خود از محور پایین وصل شده است. در صورتی که نسبت عدد  $x$  به



فاصله دو عدد  $a$  و  $c$  باشد،  $13/5$ ، اختلاف ریشه‌های دوم عدد  $x$  کدام است؟

$$12 \quad (۲)$$

$$20 \quad (۴)$$

$$8 \quad (۱)$$

$$18 \quad (۳)$$

$$\frac{x}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$x = \sqrt{x} \times \sqrt{x} \rightarrow x^{\frac{1}{2}} = (x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \times x$$

$$x^{\frac{1}{2}} = (x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \rightarrow x = x^{\frac{1}{2}} = 11$$

$$\pm \sqrt{11} \rightarrow \pm 4$$



۱۷- در صورتی که  $-1 < x < 0$  باشد، مجموعه  $(x, \frac{1}{x^2}) \cap (x^2, \frac{1}{x^2})$  کدام است؟

$(x^2, \frac{1}{x^2})$  (۱)

$(x^2, \frac{1}{x^2})$  (۲)

$(x, \frac{1}{x^2})$  (۳)

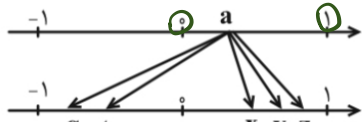
$(x, \frac{1}{x^2})$  (۴)

$\frac{1}{\frac{1}{14}} = 14$

$x = -\frac{1}{14}$

$(-\frac{1}{14}, 14) \cap (\frac{1}{14}, 14) = (\frac{1}{14}, 14)$

۱۸-  $a$  از محور بالا به ریشه‌های دوم، سوم و چهارم خود در پایین وصل شده است. کدام گزینه صحیح است؟



$a = \frac{1}{11}$

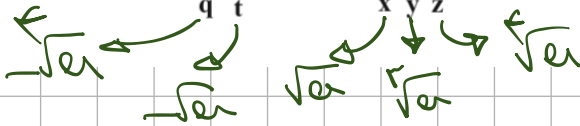
$\sqrt[3]{a} = \frac{1}{11}$   
 $\sqrt[4]{a} = \frac{1}{11}$

(۱) مربوط به ریشه سوم است.

(۲) مربوط به ریشه دوم است.

(۳) ریشه چهارم  $a$  که منفی است، از ریشه دوم منفی آن کمتر است.

(۴) مربوط به ریشه چهارم است.



$-\sqrt[3]{a} = -\frac{1}{11}$

$-\sqrt[4]{a} = -\frac{1}{11}$

۱۹- اگر  $a^2 + a < 0$  باشد، حاصل  $|a - a^3| + |a^3 + \sqrt[3]{a}| - |a - \sqrt[3]{a}|$  برابر با کدام گزینه است؟

(۴) صفر

(۳)  $-2a$

(۲)  $2a^3$

(۱)  $-2\sqrt[3]{a}$

$$-1 < \sqrt[3]{a} < a < a^3 < 0$$

$$-1 < a < 0$$

$$a^3 - a - a^3 - \sqrt[3]{a} - a + \sqrt[3]{a} = -2a$$

۲۰- اگر  $-\frac{m}{3}$  و  $m-6$  ریشه‌های نام عدد  $81m$  باشند، حاصل  $\sqrt[3]{mn+m+1}$  کدام است؟

(۴)  $\sqrt[3]{6}$

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

پس:  $n$

$$m-6 = \frac{m}{3} \xrightarrow{\times 3} 3m-18 = m \rightarrow m=9$$

$$n=4$$

$$11 \times 9 = 3^4 \times 3^4 = 3^8$$

$$\sqrt[8]{3^8} = 3$$

$$\sqrt[3]{4 \times 4 + 9 + 1} = \sqrt[3]{25 + 1} = \sqrt[3]{26} = 3$$