

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات، حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت: صفحه‌های ۱ تا ۵۸ / حسابان ۱: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱

۱- اگر چندجمله‌ای $p(x+2)$ بر $x-3$ بخش پذیر باشد، چندجمله‌ای $p(1-2x)$ بر کدام چندجمله‌ای بخش پذیر است؟

$$3-2x \quad (2)$$

$$x+2 \quad (4)$$

$$p(x) = 0$$

$$1-2x = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x+1 \quad (1)$$

$$5-2x \quad (3)$$

۲- نمودار تابع $y = \sqrt[3]{3x+1}$ را در راستای محور y ها انتقال می دهیم، به طوری که تابع جدید وارون خود را در نقطه ای با عرض ۳- قطع می کند.

تابع جدید را سه واحد به سمت راست انتقال داده و سپس نسبت به محور y ها قرینه می کنیم. مقدار تابع نهایی

$$-3 = \sqrt[3]{3x+1} \quad A/K$$

$$y = \sqrt[3]{3x+1} - 1$$

$$-2 + K = -3$$

$$K = -1$$

$$\textcircled{-2}$$

$$-\sqrt{2}-1 \quad (4)$$

به ازای $x = -\frac{7}{3}$ کدام است؟

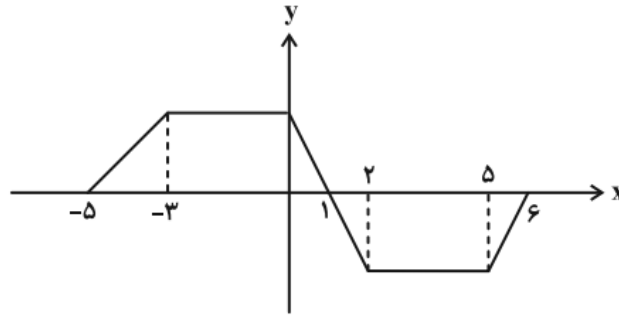
(۱) صفر

$$\sqrt[3]{-3x-1} - 1$$

(۳) -۱

۳- شکل زیر نمودار تابع f را نشان می‌دهد. اگر a و b به ترتیب طول بزرگ‌ترین بازه‌هایی باشند که تابع در آن‌ها صعودی و نزولی

است، حاصل $|a-b|$ برابر با کدام است؟



$$a = 8$$

$$b = 1$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

-۴ روی کدام بازه وضعیت یکنوایی $f \circ f$ و تابع مخالف یکدیگر است؟
 $f(x) = \begin{cases} 1-x & ; x < 1 \\ 2x-1 & ; x \geq 1 \end{cases}$

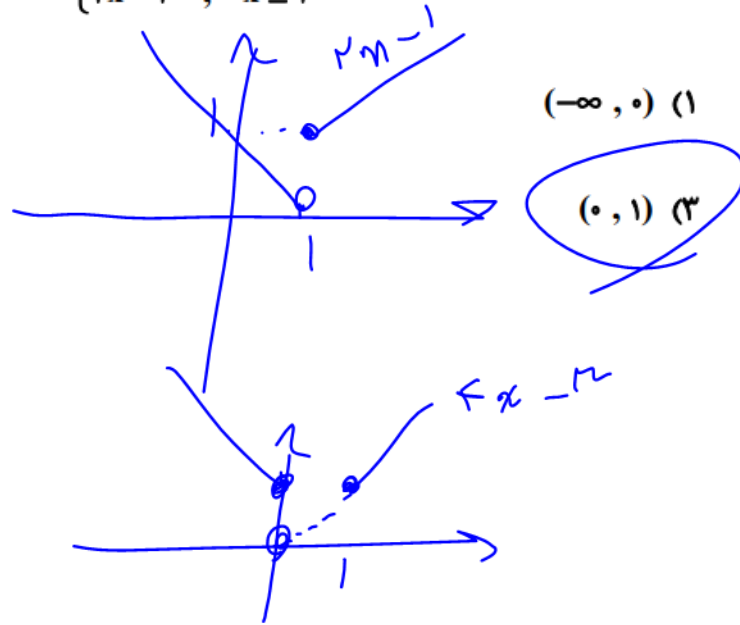
$$f \circ f = \begin{cases} 1-f(x) & 0 < x < 1 \\ 2f(x)-1 & (1, +\infty) \end{cases}$$

$\mathbb{R} \setminus (0, 1)$

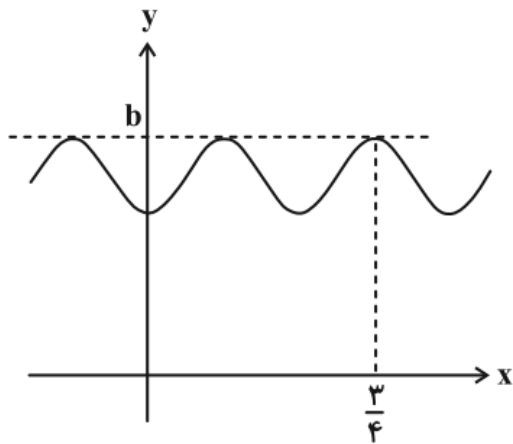
$n \leq 0$
 $n \geq 1$

$n \neq 1$
 $n \neq 0$

$n \neq 1$
 $n \neq 0$



۵- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2 - \cos^2 ax - \sin^4 ax$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f(\frac{b}{\pi})$ کدام است؟



$$1 + 1 - \cos^2 ax - \sin^4 ax \quad \frac{5}{4} (1)$$

$$1 + \sin^2 ax - \sin^4 ax \quad \frac{19}{16} (2)$$

$$1 + \sin^2 ax (1 - \sin^2 ax) \quad \frac{17}{16} (3)$$

$\cos^2 ax$

$$1 + \frac{1}{2} \sin^2 2ax \quad \frac{1}{2} (4)$$

$$1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \cos 4ax}{2} \right)$$

$$T = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} \cos 4ax$$

$$f\left(\frac{b}{\pi}\right) = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} \cos \frac{4\pi b}{\pi} = \frac{17}{16}$$

$$|a| = \pi$$

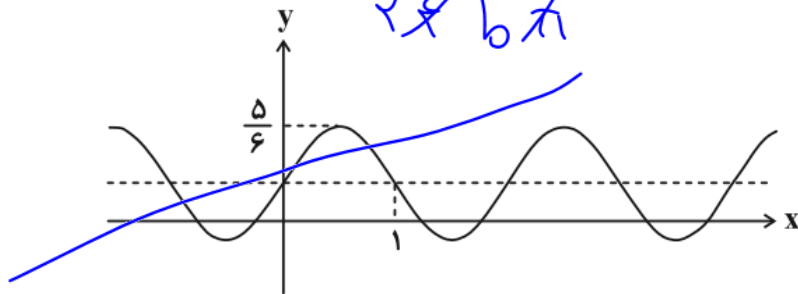
$$b = \frac{\pi}{4}$$

۶- بخشی از نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3} + 2a \sin 4b\pi x$ در شکل زیر رسم شده است. با فرض مثبت بودن a و b ، خط $y = a + bx$

$T = 2 \rightarrow$

$\frac{2\pi}{4b\pi} = 2$

نمودار تابع f را در چند نقطه قطع می‌کند؟



$b = \frac{1}{4}$

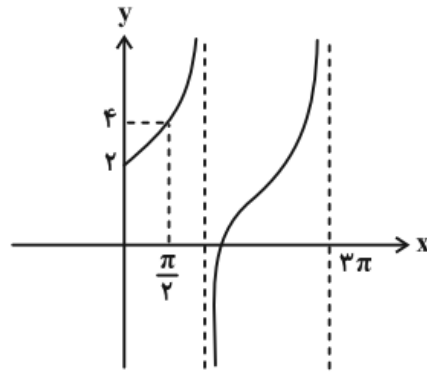
$\frac{1}{3} + 2a = \frac{2}{9} \rightarrow a = \frac{1}{6}$

- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

$f(x) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \sin \pi x$

$y = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} x$

۷- بخشی از نمودار تابع $y = a \tan bx + c$ به صورت زیر است. حاصل $a + b + c$ کدام می‌تواند باشد؟



$$c = 2$$
$$\frac{\pi}{|b|} = 2\pi$$
$$|b| = \frac{1}{2}$$
$$a = 2$$

- ۳ (۱)
- ۳/۵ (۲)
- ۴ (۳)
- ۴/۵ (۴)

۸- با توجه به اندازه‌های مشخص شده در شکل زیر، مقدار a کدام است؟

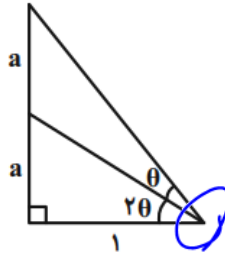
$$\tan \nu\theta = \nu a$$

$$= \frac{\tan \nu\theta + \tan \theta}{1 - \tan \nu\theta \tan \theta} \quad (\checkmark)$$

$$\tan \nu\theta = a$$

$$\tan \theta = \frac{a}{\nu a^2 + 1}$$

$$\tan \nu\theta = \frac{\nu \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} =$$



$$\leftarrow a^{\nu} - a^{\nu} - a = e \quad \left(\sqrt{\frac{\sqrt{17}+1}{8}} \right) \quad (1)$$

$$\leftarrow a^{\nu} - a^{\nu} - 1 = e \quad \frac{\sqrt{\sqrt{17}-1}}{2} \quad (2)$$

$$\leftarrow \sqrt{\frac{1+\sqrt{17}}{8}} \quad \sqrt{\frac{\sqrt{17}-1}{8}} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{\sqrt{17}+1}}{2} \quad (4)$$

$$\nu \left(\frac{a}{a^2+1} \right) = \frac{a}{1 - \left(\frac{a}{a^2+1} \right)^2} = a$$

$$\frac{x}{x+2} = \frac{2}{x-2} + 1$$

در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sin x + \cos x + 2} = \frac{2}{\sin 2x - 3} + 1 \quad \text{معادله ۹}$$

$$(x+2)(x-2) = 0$$

$2(2)$
 $2(1)$
 $5(4)$
 $4(3)$

$$\sin x + \cos x = 1$$

$$x_n = k\pi$$

$$\sin 2x_n = 0 \rightarrow$$

$$n = \frac{k\sqrt{2}}{2}$$

۱۰- مجموع جواب های معادله $\tan 2x + 1 - (\tan 2x - 1) \tan x = \frac{1}{\sqrt{2} \cos x \cos 2x}$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

$$\sin(\pi + \pi) + \cos(\pi + \pi) = \frac{61\pi}{36} \quad \text{و} \quad \frac{9\pi}{4} \quad (1)$$

$$\sin \pi + \cos \pi = \frac{67\pi}{36} \quad \text{و} \quad \sin(\pi + \frac{\pi}{2}) = \frac{7\pi}{4} \quad (2)$$

$$\sin(\pi + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}$$

$$\pi + \frac{\pi}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{2k-1}{2} \pi$$

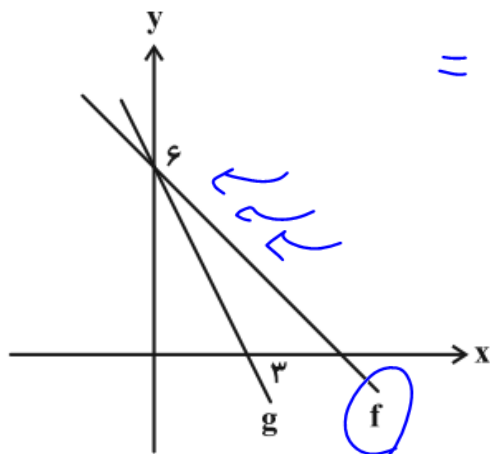
$$\frac{2k}{2} \pi$$

$$\pi + \frac{\pi}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{2k+1}{2} \pi$$

$$\frac{2k+1}{2} \pi$$

۱۱- با توجه به نمودار زیر، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4^+} [(g \circ f)(x)]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)



$$= \lim_{x \rightarrow 4^-} g(x)$$

$$x \rightarrow 4^-$$

$$g(x) = -2x + 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} -2x + 6 = -2$$

$$x \rightarrow 4^-$$

$$\lceil (-2)^+ \rceil = -2$$

-۵ (۱)

-۶ (۲)

-۷ (۳)

-۸ (۴)

$$\frac{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} \sqrt{x - 1}}$$

$\frac{1}{x}$
 $\frac{1}{x}$
 $\frac{1}{x}$

حاصل -۱۲ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x} - \sqrt{x}}$ کدام است؟ ^۲

$$= \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} (x + \sqrt{x} + 1)$$

صفر (۱)

۱

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{x+1} - x - 1}{x^2}$ کدام است؟

$$\left(\sqrt[3]{x+1} - 1 \right) - 2x \quad \left(1 + \sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{(x+1)^2} \right)$$

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{x+1} - x - 1}{x^2}$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{x+1} - x - 1}{x^2} \left(\frac{-\frac{2}{3}x}{+\infty} \right)$$

$(-\infty)$

$$\frac{((n+1) - 1) - 2(n)}{(n)^2}$$

$$= \frac{-2n}{n^2} = \frac{-2}{n}$$

$$\frac{2}{0}$$

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 + \cos 2x - \sin x}{\cos^2 x}$ کدام است؟

$$= \frac{2 + \cos^2 x - 1 - \sin x}{1 - \sin^2 x}$$

$$\frac{-2 \sin^2 x - \sin x + \frac{2}{2} (1)}{1 - \sin^2 x} \quad \frac{-\frac{5}{2} (1)}$$

⊖

$$\frac{(2 \sin x + 1)(\sin x - 1)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}$$

$$= \frac{2}{1 + \sin x}$$

۱۵- تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 - x - 2 & ; x < 1 \\ 2x - [3x] & ; x \geq 1 \end{cases}$ در $x=1$ پیوسته است. مقدار $f(b)$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax^2 - x - 2}{2x - [3x]} \Rightarrow \frac{a - 1 - 2}{2} = 0 \quad \text{a} = 1$$

$$\frac{ax^2 - x - 2}{2x - 2} = \frac{(x+2)(x-1)}{2(x-1)} = \frac{x+2}{2}$$

$$\frac{1 \cdot 1^2 - 1 - 2}{2 \cdot 1 - [3]} = \frac{1 - 1 - 2}{2 - 3} = \frac{-2}{-1} = 2$$

$\frac{1-1-2}{2-3} = \frac{-2}{-1} = 2$
 $b = -1, 0$
 $a + b = 0$
 $\frac{2}{3}$

۱۶- تابع $f(x) = a[2x] - [x]$ در بازه $(0, \frac{3}{2})$ فقط یک نقطه ناپیوستگی دارد. مقدار a کدام می تواند باشد؟

$\frac{1}{2}$ ۱

۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = a \quad f(1) = 2a - 1 = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$2a - 1 = a$$

۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-m[3x]}{x^2 - (m+1)x + m} = -\infty$ باشد، حدود m کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

$$\frac{1-3m}{(x-1)(1-m)}$$

$(\frac{1}{2}, 1)$ (۱)

$(-\infty, 1)$ (۴)

$(0, \frac{1}{2})$ (۳)

$\frac{+}{0^-} = -\infty$

$$\frac{1-3m}{1-m} > 0$$

$m > 1$
 $m < \frac{1}{2}$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$

$$\frac{1-3m}{(x-1)(1-m)}$$

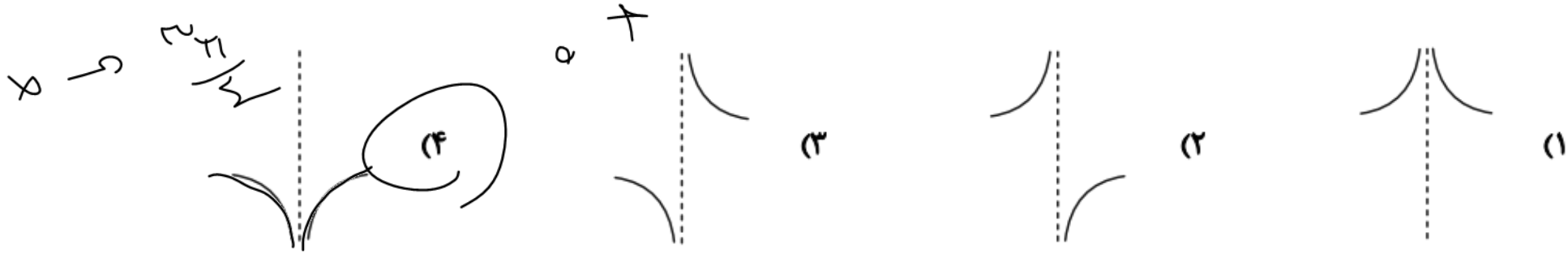
$$\frac{1-3m}{1-m} < 0$$

$\frac{-}{0^+} = -\infty$

$\frac{1}{2} < m < 1$

$\lim f(x) = -1$

 ۱۸- نمودار تابع $f(x) = \frac{\tan(\frac{\pi}{2} - x)}{\sin x + \cos x}$ در همسایگی $x = \frac{3\pi}{4}$ کدام است؟



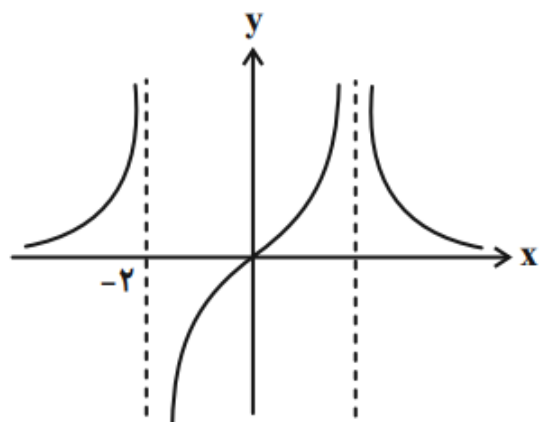
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$$

$$= \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}}$$

۱۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 + ax^2 + bx + c}$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $f(2) = \frac{1}{2}$ باشد، $f(-1)$ کدام می‌تواند باشد؟



$\frac{1}{2}$
 $-\frac{1}{16}$

m مگر
 -2 اول
 $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2-m} \right)^2 = \frac{1}{2}$
 $\left(\frac{1}{2-m} \right)^2 = 1$

$\frac{x}{(x+2)(x-m)^2}$

$-\frac{1}{8}$ (1)
 $-\frac{1}{2}$ (2)
 $-\frac{1}{16}$ (3)
 -1 (4)

$m=1$
 $m=2$

۲۰- به ازای چند مقدار صحیح a ، نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - ax + 4}$ مجانب قائم ندارد؟

$$a = 5$$

گزینه ۱

گزینه صحیح را در (۱) علامت بزنید

۵ (۱)

$$a = 4$$

$$a^2 - 14 < 0 \quad -4 < a < 4$$

۷ (۳)

$$(-4, 4) \cup \{5\}$$