

۱- می خواهیم از شهر A به شهر D برویم (با عبور از B یا C)، سپس با عبور از یک شهر B یا C به شهر A برگردیم به طوری که کل مسیر رفت با کل مسیر برگشت متمایز نباشد. اگر این کار به ۱۳۲ حالت امکان پذیر باشد، بین شهر C و شهر D چند راه وجود دارد؟

۳ (۲)
۵ (۴)

۲ (۱)
۴ (۳) ✓

$$\begin{aligned}
 & A \xrightarrow{\text{۱}} B \xrightarrow{\text{۲}} D \xrightarrow{\text{۳}} B \xrightarrow{\text{۴}} A = 12 \\
 \downarrow & A \xrightarrow{\text{۱}} B \xrightarrow{\text{۲}} D \xrightarrow{\text{۳}} C \xrightarrow{\text{۴}} A = 12n \\
 & A \xrightarrow{\text{۱}} C \xrightarrow{\text{۲}} D \xrightarrow{\text{۳}} B \xrightarrow{\text{۴}} A = 12n \\
 & A \xrightarrow{\text{۱}} C \xrightarrow{\text{۲}} D \xrightarrow{\text{۳}} C \xrightarrow{\text{۴}} A = 2n(n-1)
 \end{aligned}$$

$$12n + 12 + 12n - 12 = 144$$

$$12n + 12n + 12 - 144 = 0$$

$$\frac{12n}{2} + \frac{12n}{2} - \frac{12}{2} = 0 \rightarrow \frac{n}{2} + 11n - 4 = 0$$

$$S: -11 \quad P: -4$$

$$n_1 = -12 \quad n_2 = 8$$

۲- حروف کلمه «موفقیت» را به چند طریق می توان جایگشت داد، به طوری که با حرف نقطه دار شروع و به حرف نقطه دار نیز ختم شود؟

مُفْقِدَة

بِحَرَارَة

۱۹۲ (۱)

۲۱۶ (۲) ✓

۲۴۰ (۳)

۱۶۸ (۴)

$$\frac{1}{f} \leftarrow \underline{m} \leftarrow \underline{l} \leftarrow \underline{w} = 4! \times 4! = 72$$

(=)

$$\frac{1}{f} \leftarrow \underline{e} \leftarrow \underline{r} \leftarrow \underline{l} \leftarrow \underline{w} = 2 \times 2! = 4$$

(=)

$$\frac{1}{f} \leftarrow \underline{e} \leftarrow \underline{r} \leftarrow \underline{l} \leftarrow \underline{w} = 2 \times 2! = 4$$

(=)

$$\frac{1}{f} \leftarrow \underline{e} \leftarrow \underline{r} \leftarrow \underline{l} \leftarrow \underline{w} = 2 \times 2! = 4$$

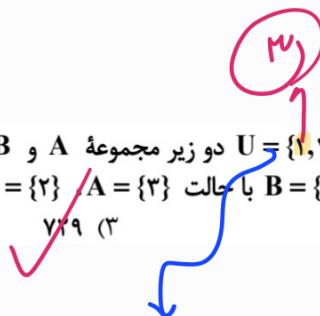
(=)

۳- با ارقام ۱,۹,۳,۲,۸ چند عدد چهار رقمی فرد با دون تکرار ارقام می توان نوشت که مجموع رقم یکان و دهگان بزرگتر از ۱۲ باشد؟

$$\underline{\underline{1}} \quad \underline{\underline{9}} \quad \underline{\underline{3}} \quad \underline{\underline{2}} \quad \underline{\underline{8}} = 4$$

۴- به چند طریق می توان از مجموعه $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ دو زیر مجموعه A و B را تشکیل داد به طوری که $A \cap B = \emptyset$ باشد؟ (تذکر: A و B می توانند تهی هم باشند؛ و حالت $B = \emptyset$ باحالت $A = \{2\}$ ، $A = \{3\}$ ، $B = \{2\}$ ، $A = \{2\}$ ، $B = \{3\}$ ، $A = \{2, 3\}$ ، $B = \{4, 5, 6\}$ متمایز است.)

۲۰۴۸ (۴)



$$P^9 = V P^9$$

$$A = \{1, 4\}$$

$$B = \{2, 5\}$$



۵- یک مجموعه n عضوی دارای ۲۸ زیرمجموعه -۲ عضو دیگر اضافه کنیم، مجموعه جدید چند زیرمجموعه 3 عضوی دارد؟

۱۷۵ (۴)

۱۶۵ (۳)

۸۴ (۲)

۱۲۰ (۱)

$$\binom{n}{n-2} = 28$$

$$\frac{n!}{(n-2)! \cdot (n-(n-2))!} = 28$$

$$\frac{n(n-1)}{n!} \cdot \frac{(n-2)!}{(n-2)!} = 28$$

$$\binom{10}{2} = \frac{1 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3 \times 1} = 120$$

$$\binom{n}{n-1} = 28$$

۹

۶- یک تیم فوتسال شامل ۵ بازیکن اصلی و ۲ بازیکن ذخیره به همراه مربی و سرپرست تیم خود قرار است راهی یک اردوی ورزشی نموند. اگر برای رفتن از یک خودرو با ۵ سرنشین استفاده کنند (۵ نفر به اردو می‌روند). احتمال آن که مربی و سرپرست تیم حق رانندگی داشته باشند و ۲ بازیکن ذخیره هم زمان با هم به اردو نموند، جقدر است؟

۱۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۵ (۲)

۳۷ (۱)

$$n(S) = \binom{9}{5} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2 \times 9 \times 7$$

$$n(A) = \binom{2}{2} \binom{2}{1} \binom{2}{1} + \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} + \binom{2}{1} \binom{2}{1} + \binom{2}{1} \binom{2}{1}$$

۲۶ ۲۰ ۱۰ ۱۰

۲۰٪ از زن دفرزه
۲۰٪ اصل از زن دفرزه
۲۰٪ از زن دفرزه

$$n(A) = 10.$$
$$P(A) = \frac{10}{2 \times 9 \times 7}$$

۷- کدامیک از موارد زیر صحیح نیست؟

- الف) گامهای چرخه آمار مستقل از یکدیگرند و بر خروجی یکدیگر تأثیر نمی‌گذارند.
- ب) در نقد شاخص‌های گزارش شده، نیازی به بیان دلیل گزارش شدن یا نشدن شاخص‌های مرکزی نداریم.
- ج) تردید در مورد چگونگی نمونه‌گیری می‌تواند اهمیت بالایی داشته باشد.
- ۴) همه موارد
- ۳) ب - ج
- ۲) الف - ب
- ۱) الف - ج

۸- یک تاس و دو سکه را با هم پرتاب می‌کیم؛ با کدام احتمال تاس عددی اول است و حداقل یکی از سکه‌ها «رو» را نشان می‌دهد؟



$$A : \left\{ \begin{array}{l} (1, \text{ر}, \text{ر}) (1, \text{ر}, \text{ب}) (1, \text{ب}, \text{ر}) \\ (1, \text{ب}, \text{ب}) (2, \text{ر}, \text{ر}) (2, \text{ر}, \text{ب}) (2, \text{ب}, \text{ر}) \\ (2, \text{ب}, \text{ب}) (3, \text{ر}, \text{ر}) (3, \text{ر}, \text{ب}) (3, \text{ب}, \text{ر}) \\ (3, \text{ب}, \text{ب}) (4, \text{ر}, \text{ر}) (4, \text{ر}, \text{ب}) (4, \text{ب}, \text{ر}) \\ (4, \text{ب}, \text{ب}) \end{array} \right\}$$

$$n(\Omega) = 4 \times 2^3 = 24$$

$$n(A) = 9$$

$$P(A) = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

۹- کیسه‌ای دارای ۲ مهره سفید، ۳ مهره سیاه و ۵ مهره آبی است. می‌خواهیم به تصادف ۵ مهره از این کیسه خارج کنیم. احتمال اینکه مهره سفید حتماً از کیسه خارج شده باشد و ۲ مهره آبی با هم از کیسه خارج نشوند، کدام است؟

$\frac{11}{21}$

$\frac{10}{21}$

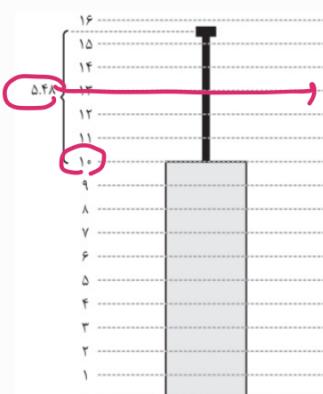
$\frac{3}{7}$

$\frac{1}{7}$

$n(S) = \binom{5}{2} = \binom{5}{3} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 20$
 $P(A) \leq \frac{11}{21}$

$n(A) = \binom{2}{1} \times \binom{1}{1} \binom{3}{2} + \binom{2}{2} \binom{1}{1} \binom{3}{1} + \binom{2}{1} \binom{3}{1} =$

$$\underbrace{\cancel{1} \times \cancel{1} \times 1}_{\{ } + \underbrace{1 \times \cancel{1} \times 3}_{1} + \underbrace{1 \times 1 \times 1}_{1} = 1 + 3 + 1 = 5$$



۱۰- با توجه به جدول مقابل اگر داده‌ها را ۳ برابر کنیم، سپس از هر داده ۳ واحد کم کنیم، آنگاه نسبت میانگین به واریانس داده‌های جدید کدام خواهد بود؟ $(5/48 = \sqrt{30})$

$s = \sigma/\sqrt{N} = \sqrt{30}$

$s' = (\sqrt{30})^3 = 30$

$\frac{1}{9}$

$0/1(1)$

$\frac{3}{(10+\sqrt{30})^2}$

$\frac{27}{263}(3)$

$\bar{x} = 10 \rightarrow \bar{x}_{new} = 10 - 3 = 7$

$\frac{PV}{PV_0}$

$s = \sigma \rightarrow s_{new} = 9 \times 10 = 90$

۱۱- تابع f ثابت است و داریم $2f(\alpha)f(\beta) = \Delta f(\beta) + 3$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$\frac{7}{2} \quad (1)$$

$$f(n) = k$$

$$rk \times k = \Delta k + r$$

$$rk - \Delta k - r = 0$$

$$f(rk) = -\frac{1}{r}$$

$$f(k) = +r$$

$$k^r - \Delta k - r = 0$$

$$k = -\frac{1}{r} \quad k = +\frac{r}{r} = r$$

۱۲- اگر f تابع همانی و زوج مرتب باشد، مقدار $f(\sqrt{k})$ کدام است؟

$$(k \neq 0)$$

$$\sqrt{6} \quad (5)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$y = -x$$

$$k^r - k^r \quad rk + k$$

$$(f(2k) - k^r, rk - f(k))$$

$$f(\sqrt{4}) = \sqrt{4}$$

$$rk + k = -rk + k^r$$

$$f(n) = n$$

$$rk = -rk + k^r$$

$$k^r - rk = 0 \quad k = -\sum x$$

$$k(k-4) = 0 \quad k = 4$$

۱۳- اگر نمودار تابع (x) f منطبق بر نیمساز ناحیه اول و سوم و نمودار تابع (x) g منطبق بر نیمساز ناحیه دوم و چهارم باشد و داشته باشیم:

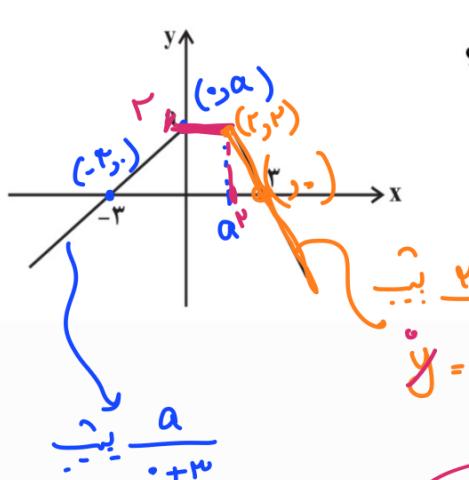
$$F(n) = n$$

$$n^2 - n - (-4n + 9) = 1$$

$$n^2 - n + 4n - 9 - 1 = 0$$

$$n^2 + 3n - 10 = 0$$

$$D : \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{9+4}}{|1|} = \frac{5}{1} = 5$$



$$f(x) = \begin{cases} bx + c, & x \leq 0 \\ cx + d, & 0 < x < 1 \\ ex + f, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\frac{c+d}{ak} = \frac{4}{1} \quad \text{کدام است؟}$$

$$y = -rx + b \rightarrow b = 4$$

$$a = r$$

$$y = \frac{a}{r}x + a = rx + r$$

$$\frac{a}{r} = b \rightarrow b = \frac{r}{r}$$

$$y = -rx + 4$$

$$c = -r$$

$$d = 4$$

$$r_k = r$$

$$k = 1$$

۱ (۱)

۲ (۳)

۱۵- تابع $h(x)$ یک تابع ثابت و تابع $U(x)$ همانی است، اگر توابع $f(x)$ و $g(x)$ در هیچ نقطه‌ای یکدیگر را قطع نکنند، مقدار k کدام است؟ (f و g ثابت نیستند).

$\frac{1}{4}$ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$$f(n) + kn = C$$

$$f(n) = -kn + C$$

$$U(x) = x$$

$$3kn + g(n) - \Delta = x$$

$$g(n) = n - 3kn + \Delta$$

$$g(n) = (1 - 3k)x + \Delta$$

$$1 - 3k = -k$$

$$-3k + k = -1$$

$$-2k = -1 \rightarrow k = \frac{1}{2}$$

۱۶- اگر هزینه ورودی توقفگاه مجتمع تجاری در روزهای تعطیل براساس مدت زمان سپری شده از زمان بازگشایی مجتمع یعنی از ساعت ۷ صبح محاسبه

شود، که از تابع زیر پیروی می‌کند، مجموع درآمد حاصل از توقفگاه ۳ خودروی زیر با توجه به زمان ورورد آن‌ها چند تومان خواهد شد؟ (هر واحد $C(x)$)

معادل ۲۰۰۰ تومان است و زمان ورود ۳ خودرو ۷ صبح و خروج ۲ خودرو به ترتیب ساعت ۹ و ۱۰ صبح و خروج خودروی سوم ساعت ۱۶ است.

$$C(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 3 \\ x + \frac{1}{2}, & 3 \leq x < 8 \\ \frac{1}{2}, & 8 \leq x < 15 \end{cases}$$

۱۴۰۰۰ (۴)

۱۲۰۰۰ (۳)

۱۰۰۰ (۲)

۹۰۰۰ (۱)

$$9 - 7 = 2 \rightarrow C(2) = 1 \rightarrow 1 \times 2,000 = 2,000$$

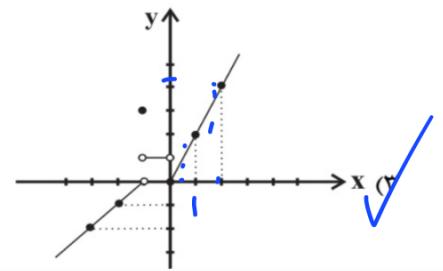
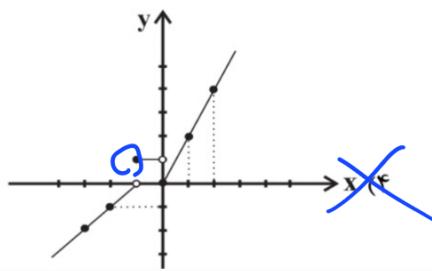
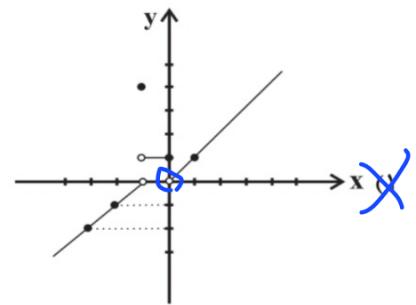
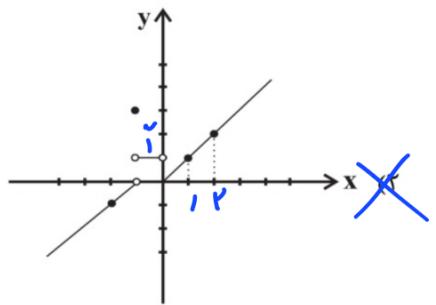
$$10 - 9 = 1 \rightarrow C(1) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ تبریل } x = \frac{3}{2} \dots$$

$$14 - 10 = 4 \rightarrow C(4) = \frac{1}{2}x \cdot 4 \dots = 7 \dots$$

۱۷- نمودار تابع چند ضابطه‌ای

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad x \geq 0 \\ 1 & , \quad -1 < x < 0 \\ 3 & , \quad x = -1 \\ x+1 & , \quad x < -1 \end{cases}$$

کدام است؟

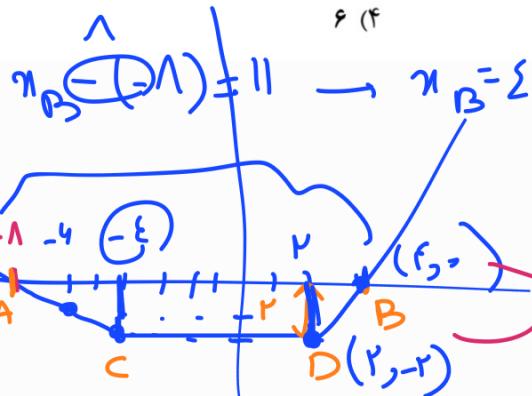


$f(x)$ ذوزنقه‌ای به مساحت ۱۲ واحد مربع با محور x ایجاد کند، حاصل کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{r}x - \varepsilon, & x \leq -4 \\ -2, & -4 < x < 2 \\ ax + b, & x \geq 2 \end{cases}$$

۱۸- اگر نمودار تابع y با x مساحت ۱۲ واحد مربع با محور x ایجاد کند، حاصل کدام است؟

✓ (۱)



$f(x)$

$$a = \frac{-2 - 0}{4 - \varepsilon} = \frac{-2}{4 - \varepsilon} > 1$$

$$y = 1x + b \quad 0 = 4 + b \rightarrow b = -4$$

$$\text{مذکور: } S = \frac{1}{2} \times (CD + AB) \times h \rightarrow IV = y_1 AB \rightarrow AB = 11$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times (CD + AB) \times h \rightarrow IV = y_1 AB \rightarrow AB = 11$$

-۱ -۳

۱۹- اگر $f(x) = \frac{ax^3 + 3x}{3x^3 + ax}$ یک تابع ثابت با برد منفی باشد، مقدار $f(\sqrt{3}) + a$ کدام است؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

-۴ (۰)

-۳ (۱)

$$\frac{an^r + mn}{n^r + an} = k \rightarrow an^r + mn = kn^r + ka$$

$\cancel{an^r} \cancel{+ mn} \quad \cancel{kn^r} \cancel{+ ka}$

$m = ka$

$k = \frac{m}{a}$

$k(m) = r$

$r = k^r$

$k = \pm 1 \rightarrow k = -1$

$$k^r = r$$

$$k = \pm 1 \rightarrow k = -1$$

۲۰- براساس نمودار مقابل، تابع g عدد ۳ را به چه عددی نظیر می‌کند؟

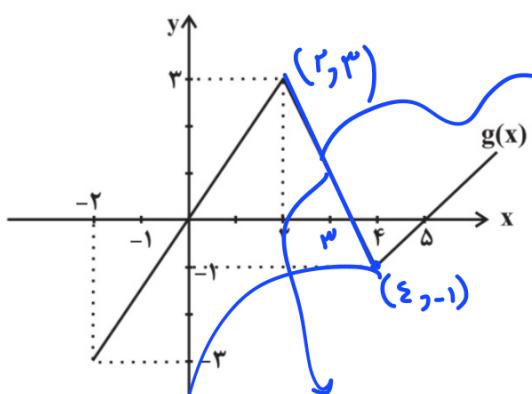
$$g(3) = ?$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (3) \quad \checkmark$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$



$$g(n) = -\frac{1}{2}n + V$$

$$a = \frac{V - (-1)}{2 - (-1)} = \frac{V + 1}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + b$$

$$-1 = -\frac{1}{2}(2) + b \rightarrow b = V$$