

هدف‌گذاری قبل از شروع هر درس در دفترچه سؤال

لطفاً قبل از شروع پاسخ‌گویی به سؤال‌های درس حسابان (۱)، هدف‌گذاری چند از ۱۰ خود را بنویسید:

از هر ۱۰ سؤال به چند سؤال می‌توانید پاسخ صحیح بدهید؟

هدف‌گذاری شما برای آزمون امروز چیست؟

هدف‌گذاری چند از ۱۰ برای آزمون امروز

حسابان (۱)

جبر و معادله (کل فصل ۱)

تابع

(آشنایی بیش‌تر با تابع، انواع

تابع تا انتهای توابع رادیکالی)

صفحه‌های ۱ تا ۴۸

۱- در یک دنباله هندسی، مجموع ۶ جمله اول، ۳۱ برابر مجموع دو جمله اول است. در این صورت مجموع چهار جمله اول این دنباله چند برابر

$$\frac{S_{3n}}{S_n} = 4^{2n} + 4^n + 1$$

$$\frac{S_6}{S_2} = 31 = 4^4 + 4^2 + 1$$

مجموع دو جمله اول آن است؟ $4^4 + 4^2 - 30 = 0 \rightarrow 4^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2} \rightarrow 4^2 = 5$

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = 4^n + 1$$

۸ (۲)

۳۵ (۱)

$$\frac{S_4}{S_2} = 4^2 + 1 = 5 + 1 = 6$$

۲۴ (۴)

۶ (۳)

۲- اگر $A = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 1390^2$ و $B = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 1389^2$ باشد، $A - B$ بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر است؟

$$A - B = (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \dots$$

۱۳۹۰ (۲)

۱۳۸۹ (۱)

$$(2-1)(2+1) + (4-3)(4+3) + \dots$$

$$\rightarrow 2+1+4+3+6+5+\dots$$

۱۳۹۲ (۴)

۱۳۹۱ (۳)

$$+ 1390 + 1389 \rightarrow \frac{1390 \times 1391}{2} = 695 \times 1391$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1})$$

۳- عدد $(40^7 - 1)$ بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر است؟

$$40^7 - 1 = 39(K) = 39K = 3 \times 13 \times K = 13 \times 3K = 13 \times 4$$

۱۳ (۴)

۵ (۳)

۴- اگر سهمی $y = 4x^2 - 12x + 1$ محور xها را در α و β قطع کند، آنگاه حاصل $\alpha\sqrt{\beta} + \beta\sqrt{\alpha}$ کدام است؟

$$\sqrt{\alpha\beta} (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})$$

۲ (۲)

۱ (۱)

$$= \sqrt{P} (\sqrt{S+2\sqrt{P}})$$

۴ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$$P = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{2} (\sqrt{3+1}) = 1$$

$$S = 3$$

5- با توجه به نمودار سهمی مقابل، ضابطه سهمی کدام است؟

$$f(x) = A(x - 2)(x - 3)$$

$$\begin{aligned} -3A &= 2 \\ A &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

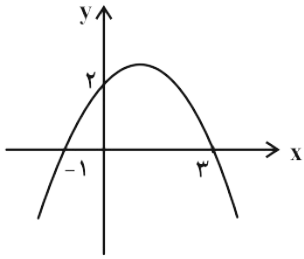
$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4x}{3} + 2$$

$$y = -\frac{4}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2 \quad (1)$$

$$y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2 \quad (2) \quad \checkmark$$

$$y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2 \quad (3)$$

$$y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2 \quad (4)$$



6- مجموع ریشه‌های معادله $x^2 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ کدام است؟

$$ax^n + bx^{n-1} + \dots = 0$$

$$S = \sum_{i=1}^n x_i = -\frac{b}{a}$$

8 (2)

$$\begin{aligned} b &= -6 \\ a &= 1 \rightarrow S = \frac{-b}{a} = 6 \end{aligned} \quad 10 (4)$$

9 (1)

6 (3)

7- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله $x^4 - 2mx^2 + 2m - 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟

$$x^2 = t$$

$$t^2 - 2mt + 2m - 1 = 0$$

$\mathbb{R} - \{1\}$ (2)

$$(-\infty, \frac{1}{2}) \cup \{1\} \quad (1)$$

$$(-\infty, 1) - \{\frac{1}{2}\} \quad (3)$$

$$t_1 > 0, t_2 < 0 \rightarrow P < 0$$

$$\rightarrow 2m - 1 < 0 \rightarrow m < \frac{1}{2} \quad (-\infty, \frac{1}{2}) \quad (4)$$

$$t_1 = t_2 > 0 \rightarrow \Delta = 0 \quad ab < 0$$

$$\begin{aligned} \Delta' = 0 \rightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \quad | \quad -2m < 0 \\ \rightarrow m = 1 \quad \leftarrow \\ m = 1 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$2 \quad (2)$$

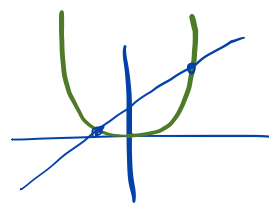
صفر (4)

8- معادله $x + 1 - x^4 = 0$ چند جواب دارد؟

$$x + 1 = x^4$$

3 (1)

1 (3)



9- معادله $\frac{a}{x^2 - 4} + \frac{6}{x + 2} = -\frac{3}{2}$ به ازای کدام مقدار a ریشه مضاعف دارد؟

-24 (2)

24 (1)

صفر (3)

$$\frac{x}{x^2 - 4} + 6(x - 2) = \frac{-3}{2}(x^2 - 4)$$

$$\rightarrow \frac{3}{2}x^2 + 6x - 18 + a = 0$$

$$\rightarrow 3x^2 + 12x + 2a - 36 = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow \Delta' = 0$$

$$36 = 3(2a - 36)$$

$$\rightarrow 2a = 48 \rightarrow a = 24$$

(4) چنین a ای وجود ندارد.

$$\rightarrow a = 24$$

$$3x^2 + 12x + 12 = 0$$

$$\rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow x = -2$$

۱۰- در استخری دو شیر آب A و B و یک دریچه تخلیه C وجود دارد. شیر آب A به تنهایی در x ساعت و شیر آب B به تنهایی در ۲x ساعت

ساعت استخر خالی را پر می کنند. دریچه تخلیه C هم در y ساعت استخر پر را تخلیه می کند. اگر شیر آب A و دریچه تخلیه C با هم باز

شوند، در یک ساعت $\frac{3}{10}$ استخر پر می شود. اگر شیر آب B و دریچه تخلیه C با هم باز شوند، استخر در ۲۰ ساعت پر می شود. $x+y$ کدام

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2x} - \frac{1}{y} &= \frac{3}{10} \\ \frac{1}{2x} + \frac{1}{y} &= \frac{-1}{20} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{2x} = \frac{1}{4} \rightarrow 2-1 = \frac{x}{2} \rightarrow x=2h$$

است؟

(۱) ۳/۵

(۲) ۷

(۳) ۱۴

(۴) ۶۴/۱۱

$$\rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{2} - \frac{3}{10} = \frac{1}{5} \rightarrow y=5h$$

(۷h)

۱۱- حاصل جمع صفرهای تابع $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} + x - \frac{1}{x} - \frac{43}{4}$ کدام است؟

$$f(x) = (x - \frac{1}{x})^2 + 2 + x - \frac{1}{x} - \frac{43}{4} = 0$$

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) -۶

(۴) ۶

$$S_1 = 2.5, S_2 = -3.5 \rightarrow S_1 + S_2 = S_{\text{sum}} = -1$$

$$\rightarrow t^2 + t - \frac{35}{4} = 0$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+35}}{2} = \frac{-1 \pm 6}{2} \rightarrow \begin{cases} 2.5 \\ -3.5 \end{cases}$$

۱۲- یکی از جواب های $\max = 1 - \sqrt{2-x}$ برابر $-\frac{1}{4}$ است. جواب دیگر آن کدام است؟

$$\frac{-m}{4} = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \rightarrow m=2$$

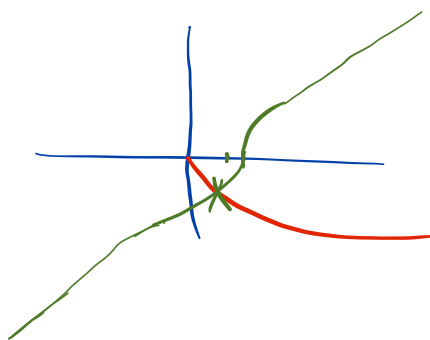
$$\rightarrow 2x = 1 - \sqrt{2-x}$$

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) جواب دیگری ندارد.



۱۳- معادله $\sqrt{x^3-2} + \sqrt{x} = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

$$\sqrt[3]{x^3-2} = -\sqrt{x}$$

$$x = \sqrt[3]{2}$$

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۴- نامعادله $|2x-3| < x$ معادل کدام نامعادله است؟

(۱) $|x-2| < 1$

(۲) $|x-1| < 2$

(۳) $0 < |x-2| < 1$

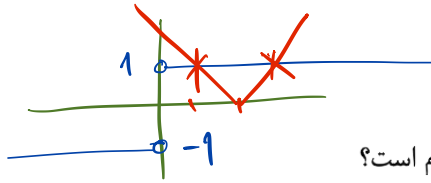
(۴) $0 < |x-1| < 1$

$$-x < 2x-3 < x \rightarrow \begin{cases} 2x-3 < x \rightarrow x < 3 \\ 2x-3 > -x \rightarrow x > 1 \end{cases} \rightarrow 1 < x < 3$$

$$\rightarrow -2 \rightarrow -1 < x-2 < 1 \rightarrow |x-2| < 1$$

$$|x-2| = \frac{|x|}{x} = \text{Sgn}(x)$$

۱۵- معادله $x|x-2| - |x| = 0$ چند جواب حقیقی مثبت دارد؟



۱ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

۱۶- نقاط $A(2, -1)$ و $B(3, 4)$ و $C(-1, 6)$ سه رأس یک مثلثاند. طول ارتفاع AH کدام است؟

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (8 + 18 + 1) - (-4 - 7 + 6) = 27 - 5 = 22$$

$$S = 11$$

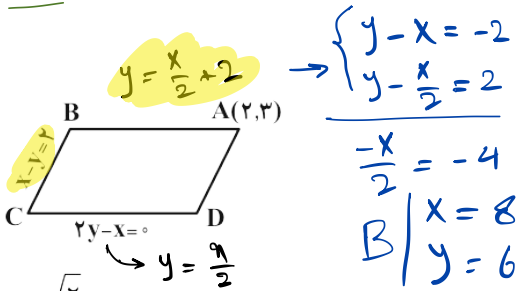
$$AH = \frac{2S}{BC} = \frac{22}{2\sqrt{5}} = \frac{11}{\sqrt{5}}$$

$$\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{11}{\sqrt{5}} \quad (1)$$

$$\frac{11}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

۱۷- در متوازی‌الاضلاع روبه‌رو طول ضلع AB کدام است؟ (خطوط فرضی اند.)



$$y = \frac{x}{2} + 2$$

$$\begin{cases} y - x = -2 \\ y - \frac{x}{2} = 2 \end{cases}$$

$$\frac{-x}{2} = -4$$

$$x = 8$$

$$y = 6$$

$$2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (4)$$

$$3\sqrt{5} \quad (3)$$

$$AB = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

۱۸- تابع $y = \sqrt{2}x^2 - (\sqrt{2}+1)x + 1$ در دو نقطه A و B محور x ها را قطع می‌کند. اگر $x_A < x_B$ باشد، فاصله نقطه A از نقطه $D(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ کدام است؟

$$A | \frac{\sqrt{2}}{2} \quad D | \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1 > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$y = (x-1)(\sqrt{2}x-1)$$

۳ (۲)

۴ (۱)

$$1 \quad (4)$$

۲ (۳)

$$AD = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{1} = 1$$

۱۹- نمودار تابع $f(x) = a + \sqrt{x-b}$ را از $x=6$ تا $x=22$ رسم کرده‌ایم. اگر برد تابع $f(x)$ برابر با $[1, 3]$ باشد، آنگاه $f(-5a-b)$ کدام است؟

$$f(6) = 1 \rightarrow \sqrt{6-b} = 1-a \quad | \quad f(x) = \sqrt{x+3} - 2 \quad | \quad f(10+3) = f(13)$$

$$f(22) = 3 \rightarrow \sqrt{22-b} = 3-a \quad | \quad f(13) = \sqrt{16} - 2 = 2$$

۲ (۴)

۴ (۳)

$$\rightarrow \sqrt{22-b} = \sqrt{6-b} + 2 \Rightarrow b = -3 \rightarrow a = -2$$

۲۰- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{4} - 3x + 9} + 2$ در بازه $[a, +\infty)$ روند افزایشی دارد. حداقل مقدار a کدام است؟

$$6 \quad (2)$$

$$\Delta = 9 - 9 = 0$$

۲ (۴)

۳ (۳)

$$f(x) = \sqrt{\left(\frac{x}{2} - 3\right)^2} + 2 \rightarrow$$

$$f(x) = \left|\frac{x}{2} - 3\right| + 2 = \frac{1}{2}|x-6| + 2$$

