

۹۶- اگر $f \circ g(x) = -8x^3 + 12x^2 - 8x + 2$ و $g(x) = -2x + 1$ باشد، کدام گزینه در مورد تابع f درست است؟

- (۱) فقط از دو ناحیه مختصات عبور می کند. ✓
 (۲) ~~از سه ناحیه مختصات عبور می کند.~~
 (۳) ~~اکیداً نزولی است.~~
 (۴) ~~از سه ناحیه مختصات عبور می کند.~~

$$f(-2x+1) = (-2x+1)^3 - 2x+1$$

$$= 8x^3 + 12x^2 - 8x + 1 - 2x - 1$$

$$f(x) = x^3 + x$$



۹۷- کدام تابع در بازه داده شده وارون پذیر است؟

$y = \cos 3x; \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$

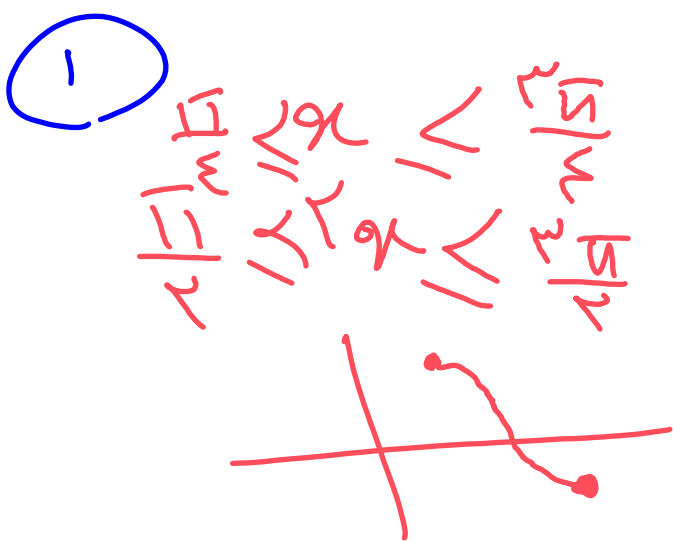
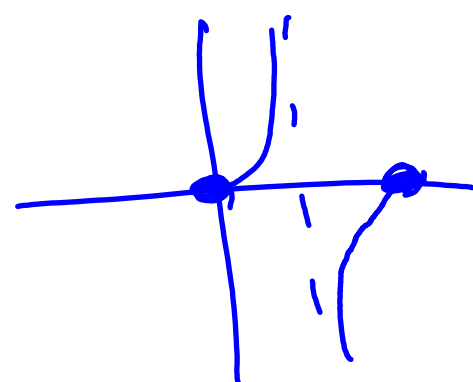
$y = \sin 2x; \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ ✓

$y = \tan \frac{x}{2}; \left(-\frac{\pi}{2}, 2\pi\right)$

$y = \tan 2x; \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ✗

Handwritten notes in green ink:
 $\frac{\pi}{2} < x < 2\pi$
 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$
 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

Handwritten notes in blue ink:
 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$
 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$



۹۸- نمودار تابع $y=f(x)$ رسم شده است. بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $g(x) = \frac{1}{2}f(-2x+a)+b$ در آن اکیداً صعودی می‌باشد

است. اگر وارون g^{-1} در این بازه و $g^{-1}(1) = -\frac{3}{2}$ باشد، $a+b$ کدام است؟

$[2, 5]$

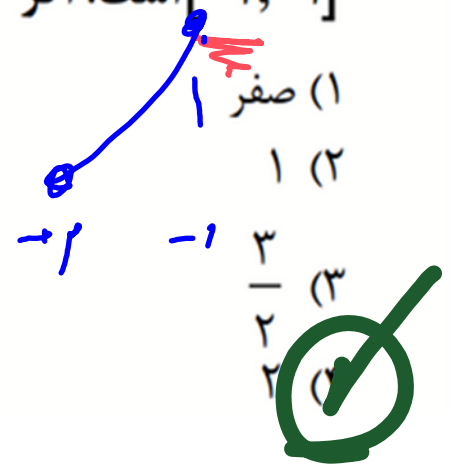
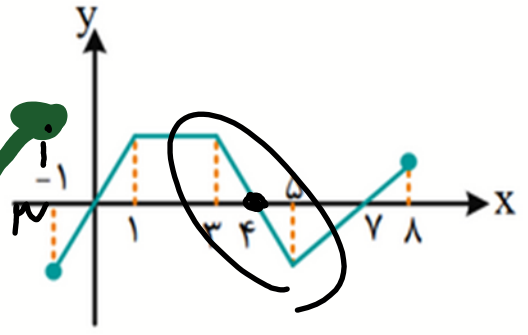
$f(a) = \text{Min}$

$$\frac{1}{2}f(a) + b = \text{Min}$$

$$a=1$$

$$\frac{1}{2}f(-2x+1)+b=1$$

$$\frac{1}{2}f(1)+b=1 \rightarrow \boxed{1}$$



۹۹- اگر زاویه‌ای حاده و $\tan \alpha = \frac{\cos 10^\circ}{1 - \sin 10^\circ}$ باشد، حاصل $\tan 3\alpha$ کدام است؟

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

$-\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

~~$\sin 10^\circ$~~

$\cos 10^\circ$

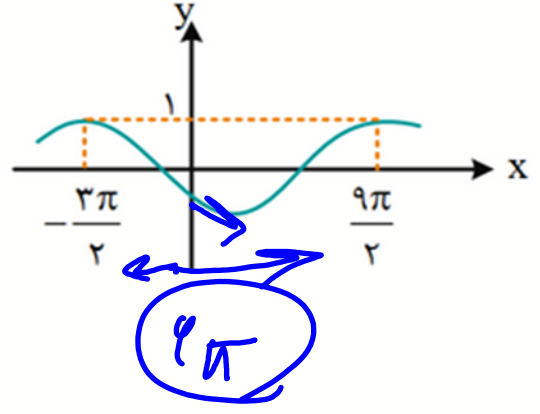
$1 - \sin 10^\circ$

~~$\frac{\sin 10^\circ \times \cos 10^\circ}{\sin 10^\circ}$~~

$= \cot 10^\circ = \boxed{\tan 80^\circ}$

$\tan 10^\circ \rightarrow -\tan 80^\circ$

۱۰۰- اگر $f(x) = \sin x$ و $g(x) = ax$ و $h(x) = b^x - 1$ و نمودار $y = ho(fog)(x)$ به صورت مقابل باشد، برد تابع $y = go(hof)(x)$



$$h(\sin ax)$$

$$b^x \sin ax - 1$$

کدام است؟

(۱) $[-1, \frac{1}{3}]$

(۲) $[-\frac{1}{3}, 1]$ ✓

(۳) $[-\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}]$

(۴) $[\frac{1}{3}, \frac{5}{3}]$

$$b^1 - 1 = 1 \Rightarrow b^1 = 2$$

$$y = g(2 \sin ax - 1) \rightarrow \frac{2}{3} \sin ax + \frac{1}{3}$$

(۱) max
(۲) min

۱۰۱- مجموع جواب‌های معادله $\sin x - \cos x + \sin 2x - \cos 2x = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

4π (۴)

$$\frac{7\pi}{2}$$

3π (۳)

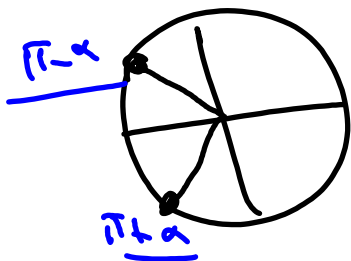
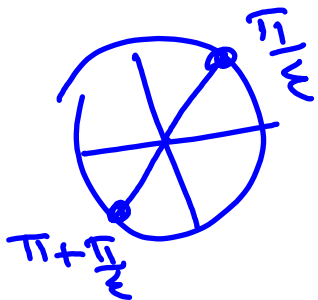
$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

$\sin^2 x + \cos^2 x$

$$\sin x - \cos x + \sqrt{\sin x \cos x} - \cos^2 x + \sin^2 x - \sin x - \cos x$$

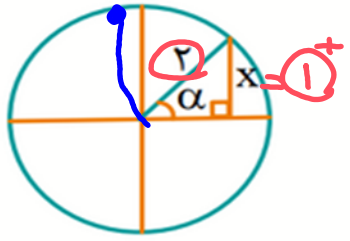
$$\sin x - \cos x + \sqrt{\cos x}(\sin x - \cos x) - \sqrt{\cos x}$$

$$(\sin x - \cos x)(\sqrt{\cos x} + 1) = 0$$



$$\pi + \frac{5\pi}{2} + \frac{7\pi}{2}$$

۱۰۲- با توجه به دایره مقابل، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin 2\alpha}{\cos 3\alpha}$ کدام است؟



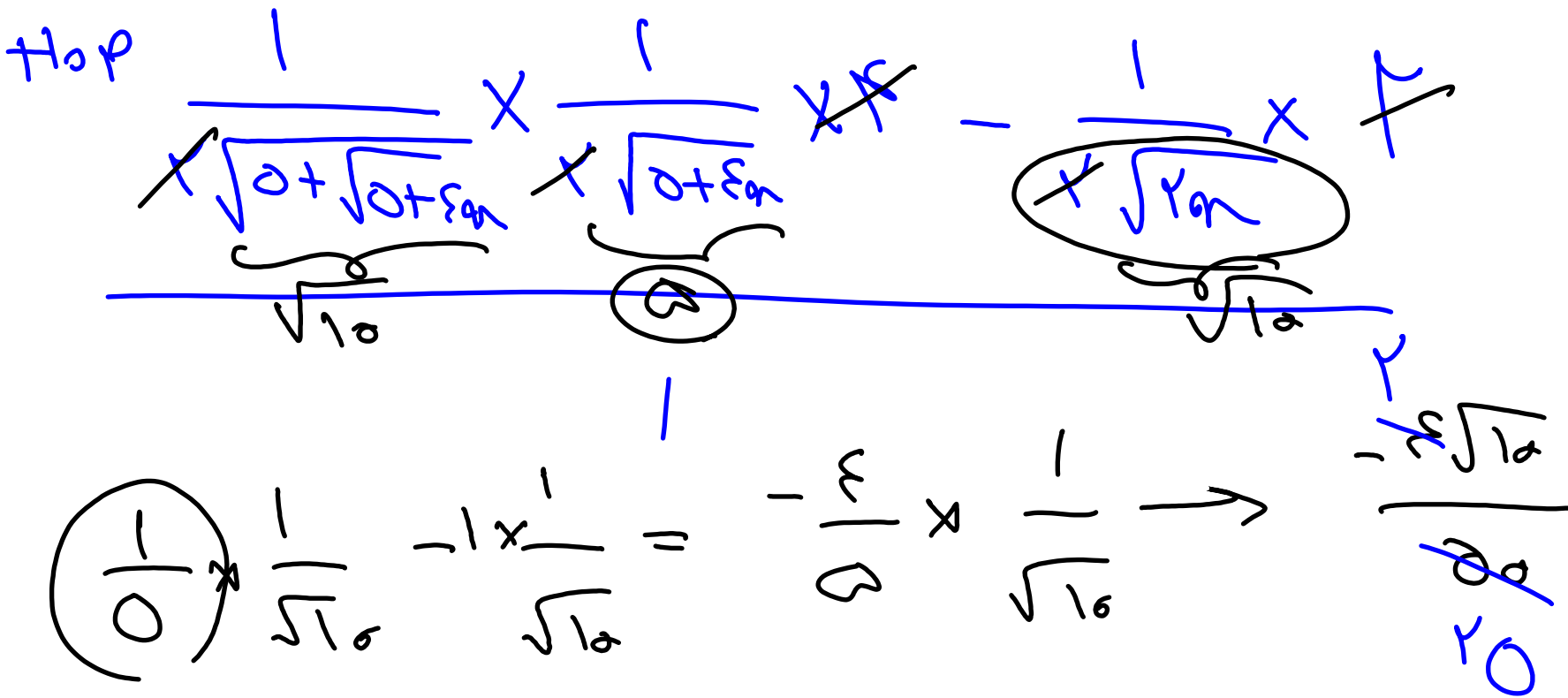
$\alpha \rightarrow 0^+$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \frac{\sin 2\alpha}{\cos 3\alpha} = \frac{+}{0^-} = -\infty$$

- (1) $+\infty$
- (2) $-\infty$
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 2

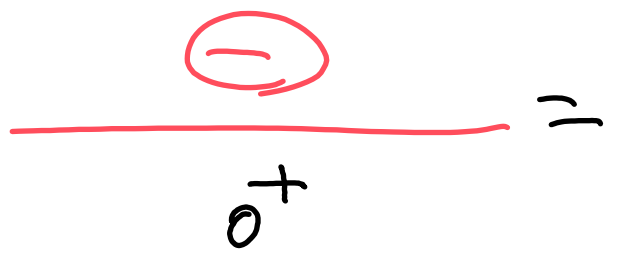
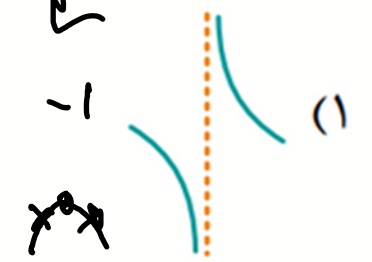
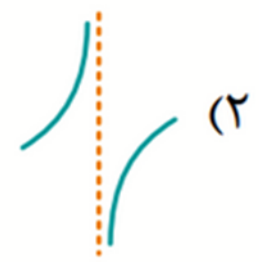
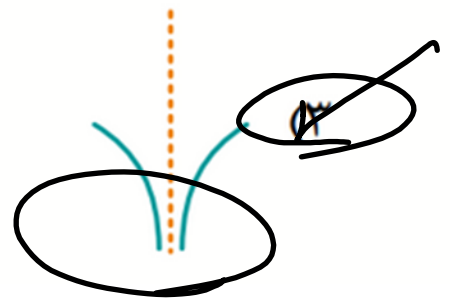
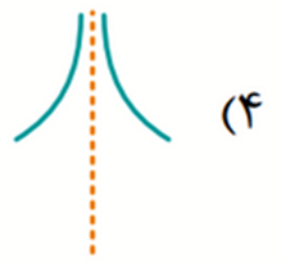
۱۰۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{5} + \sqrt{5+4x} - \sqrt{2x}}{x-5}$ کدام است؟

$\frac{-2\sqrt{10}}{25}$ (۲)
 $\frac{-\sqrt{10}}{25}$ (۳)
 $\frac{2\sqrt{10}}{25}$ (۲)
 $\frac{\sqrt{10}}{25}$ (۱)



۱۰۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{3-x}{1+\cos x}$ در همسایگی $x = \pi$ چگونه است؟

۲، ۱۴



۱۰۵- در تابع $f(x) = a\sqrt{x+1} + b$ رابطه $f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x)$ برقرار است. اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{f \circ f^{-1}(x) - 3} = k$ باشد، عدد حقیقی k کدام

است؟

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8}$$

$D_f = x \geq -1$

$D_{f^{-1}} = D_f^{-1} = x \geq b$

$b = -1$

$\lim_{x \rightarrow c} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x - 3} \stackrel{0/0}{=} \text{Hop} \rightsquigarrow$

$a = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}x \left(\frac{1}{\sqrt{x+1} + 1} \right)$

$= \frac{1}{2}$

۱۰۶- اگر $(a, 2-a) \cup (1-3a, 4-4a) = (a, 4-4a)$ باشد، محدوده a کدام است؟

~~$(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}]$~~ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}]$

✓

~~$(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$~~ $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

✓

~~$(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}]$~~ $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}]$

✓

~~$(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$~~ $(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$

✓

~~$(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$~~ $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \cup (0, \dots) = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

۱۰۷- اگر A مجموعه‌ای متناهی و $A \cup B$ نامتناهی باشد، کدام نتیجه‌گیری ممکن است نادرست باشد؟

(۱) $A \cup B'$ متناهی است.

(۲) $A' \cup B'$ نامتناهی است.

(۳) $A' \cap B$ نامتناهی است.

(۴) $B - A'$ متناهی است.

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = (2, +\infty)$$

A'

$$(-\infty, 2)$$



۱۰۸- در یک کلاس ۲۵ نفره، ۴ نفر عضو هر دو گروه A و B بوده و ۶ نفر عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند. تعداد اعضای A یک واحد بیشتر از B است. ۲ نفر از اعضای مشترک، گروه B را ترک کرده و یک نفر از افرادی که فقط عضو B است به A نیز می پیوندد. اکنون، چند نفر فقط عضو A هستند؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

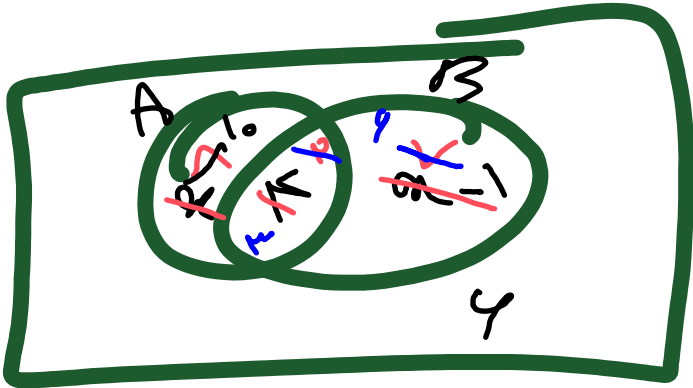
۹ (۲)

۸ (۱)

۱۹

$$12 + 20 = 32$$

$$32 - 14 = 18$$



۱۰۹- با توجه به الگوی مقابل اگر تعداد مثلثها در شکل n ام را با a_n نمایش دهیم، حاصل $a_5 - a_{11} + a_{12}$ کدام است؟



(1)



(2)



(3)

1 1+3 1+3+9

$(1 \times 1) + 3$

$(1 + 3 + 9 + 27 + 81)$

54

$3094 + 54$

3094 (1)

~~3118 (2)~~

3166 (3)

3200 (4)

$a_2 = 1 + 3 = 1 + (1) + (3 \times 1)$

$a_3 = 1 + 3 + 9 = 1 + (3) + (3 \times 3) + (3 \times 3)$

$a_n = 1 + 3 + \dots + (3 \times 3^{n-2})$

$a_{12} - a_{11} = 3 \times 3^{11}$

۱۱۰- a_n و b_n دو الگوی خطی هستند. اگر $a_{15} = b_{51}$ و $a_{39} = b_{39}$ باشد، a_{41} کدام است؟

b_{47} (۴)

b_{45} (۳)

b_{41} (۲)

b_{14} (۱)

$a_{92} = b_{29}$

$a_{10} = b_{51}$

$\sqrt{12}d = -12d' \rightarrow d = -\frac{1}{\sqrt{3}}d'$

$a_{41} = a_{10} + 34d \rightarrow b_{41} + \frac{1}{\sqrt{3}}(34d')$

$b_{41} - 34d' = b_{14}$

۱۱۱ - یک الگوی درجه دوم است. اگر $a_4 - a_3 = 11$ و $a_6 - a_5 = 19$ باشد، حاصل $a_7 - a_6$ کدام است؟

۲۷ (۴)

۲۵ (۳)

۲۳ (۲)

۲۱ (۱)

$$\begin{array}{cccc}
 a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\
 \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\
 11 & 11+d & 19 & ? \\
 & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \\
 & 10 & 11+4d &
 \end{array}$$

?

$$d = 8$$

$$19+d = 19+8 = 27$$

۱۱۲- دنباله جملات مشترک دو دنباله $a_n = 217, 213, 209, \dots$ و $b_n = 210, 201, 187, \dots$ می نامیم. c_n چند جمله مثبت دارد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۱۴ (✓)

۷ (۱)

۲۰۱ و ۱۴۵

$$-2n + 229 > 0 \rightarrow 2n < 229 \rightarrow n < \frac{229}{2}$$

$$n \leq 114$$

۱۱۳- در یک دنباله هندسی، جمله دهم برابر ۱ است. مکعب کدام جمله با جمله هفتم برابر است؟

(۱) سوم

(۲) پنجم

(۳) نهم

(۴) یازدهم

$$a q^9 = 1$$

$$a q^k = 1$$

$$a q^k = a q^r \rightarrow a q^k = a q^9$$

$$a q^{k-9} = 1$$

$$k-9 = 1 \Rightarrow k = 9$$

۱۱۴- سه جمله متوالی از دنباله حسابی ...، $\frac{9}{2}$ ، $\frac{15}{4}$ ، ۳ زوایای یک مثلث بر حسب درجه می باشند. مجموع شماره این سه جمله کدام است؟

۲۲۱ (۱)

۲۳۲ (۲)

۲۳۳ (۳)

۲۳۴ (۴)

$$\frac{9}{2} + \frac{15}{4} + 3$$

$$\frac{a_{k-2}}{k-1} + \frac{a_k}{k} + \frac{a_{k+d}}{k+1} \Rightarrow \frac{a_k}{k} = 1/2$$

$$\frac{9}{2}n + \frac{15}{4} = 4a \Rightarrow \frac{9n}{2} = 1/2$$

۱۱۵- تمامی جملات یک دنباله هندسی را با عدد a جمع می کنیم. دنباله حاصل یک دنباله حسابی است. اگر جمله دهم دنباله حسابی

برابر ۱۰ و جمله بیستم دنباله هندسی برابر ۲۰ باشد، اختلاف جملات پانزدهم دو دنباله کدام است؟

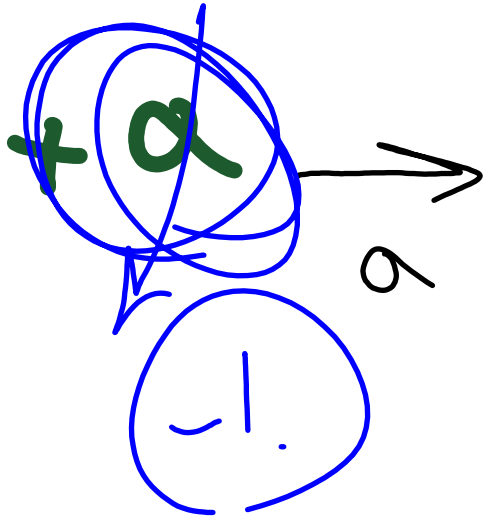
۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

$b_n = a_n$
 هندسی حسابی



$a_n =$ حسابی هندسی

$a_n = 10$ $b_n = 20$

$b_n = a_n + a \Rightarrow 10 = 10 + a$

-1