

۱- مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+\sqrt{x}}-2}{1-\sqrt[3]{x}}$ کدام عدد است؟

$$\frac{2}{4} (1)$$

$$-\frac{2}{1} (3)$$

$$\frac{21}{4} (2)$$

$$-\frac{21}{1} (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-2}{1-1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}-2}{1-\sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}+2}{\sqrt{x+\sqrt{x}}+2} \times \frac{(1+\sqrt[3]{x}+(\sqrt[3]{x})^2)}{(1+\sqrt[3]{x}+(\sqrt[3]{x})^2)} = \frac{(\sqrt{x+\sqrt{x}}-2)(1+\sqrt[3]{x}+(\sqrt[3]{x})^2)}{(1-x)(\sqrt{x+\sqrt{x}}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{-1} = -2$$

-۲ اگر $f(x) = \frac{1 - \cos^m 2x}{1 - \cos^2 mx}$ به طوری که $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$ مقدار m کدام است؟

$$-\frac{1}{2} (4)$$

$$-2 (3)$$

$$\frac{1}{2} (2)$$

$$2 (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 1 - \cos^m an = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{r} a^r n^r$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{m}{r} (\epsilon) n^r}{\frac{r}{r} m^r n^r} = \frac{r m}{m^r} = \frac{r}{m} = r \implies r = \epsilon m$$

$$m = \frac{r}{\epsilon} = \frac{1}{r}$$

۳- اگر $f(x) = \left[\frac{16}{x^2} \right] - k \left[\frac{x^4}{2} \right]$ در $x=2$ دارای حد باشد، مقدار k کدام است؟

۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

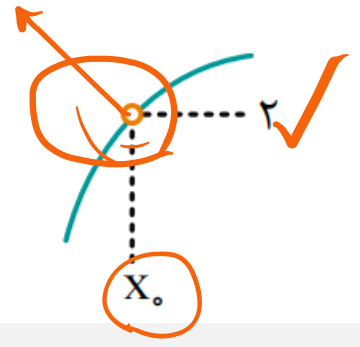
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left[\frac{14}{x^-} \right] - k \left[\frac{14^-}{2} \right] = \left[x^+ \right] - k \left[1^- \right] = 4 - vk$$

$$\Rightarrow 4 - vk = -k$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{14}{x^+} \right] - k \left[\frac{14^+}{2} \right] = \left[x^- \right] - k \left[1^+ \right] = 2 - vk$$

$$\Rightarrow k = -1$$

ریشه‌های معادله



$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = r$$

$$2 + (-1) = 1$$

۴- قسمتی از نمودار $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x + \sqrt{x+2}}$ به صورت شکل مقابل است. مقدار $a+b-x_0$ کدام است؟

$$\begin{matrix} 10(2) \\ 12(4) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 8(1) \\ 6(3) \end{matrix}$$

$$x + \sqrt{x+2} = 0 \Rightarrow \sqrt{x+2} = -x \Rightarrow x+2 = x^2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=2 \\ x=-1 \end{matrix}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + b}{x + \sqrt{x+2}} = 1 \quad | \quad a+b=0 \Rightarrow$$

$$\begin{matrix} \leftarrow x \rightarrow -1 \\ (2+1) \end{matrix}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + b}{x + \sqrt{x+2}} \cdot \frac{x - \sqrt{x+2}}{x - \sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+b)(x-\sqrt{x+2})}{x^2 - x - 2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x(b-1)}{x^2 - x - 2} = 1 \Rightarrow b-1 = 1 \Rightarrow b=2 \Rightarrow a = -2$$

۵- تابع $f(x) = |[x] - 4x + 2k|$ در $x=3$ دارای حد است. مقدار k چه عددی است؟

$$\frac{19}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{9} \text{ (۲)}$$

(۱) صفر

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} |x - 4x + 2k|$$

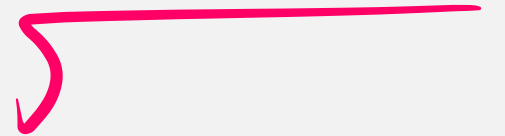
$$\lim_{x \rightarrow 3^-} |x - 4x + 2k|$$

$$\Rightarrow |2k - 9| = |2k - 1| \Rightarrow \cancel{2k - 9} = 2k - 1.$$

$$\Rightarrow 2k - 9 = -2k + 1.$$

$$4k = 10$$

$$k = \frac{10}{4}$$



۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+b}-a}{2x^2-3x+1} = \frac{a}{4}$ ، مقدار $\frac{a}{b+1}$ کددام است؟

$$\frac{2}{3} \mid \frac{2}{3}$$

$$2(3)$$

$$\frac{2}{3} (2)$$

$$1(1)$$

$$\sqrt{r+b}-a=c \Rightarrow \sqrt{r+b}=a \quad (a>0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{rx+b}-\sqrt{r+b}}{(rx-1)(x-1)} \times \frac{\sqrt{rx+b}+\sqrt{r+b}}{\sqrt{rx+b}+\sqrt{r+b}} = \frac{(rx+b)-(r+b)}{(rx-1)(x-1)(\sqrt{rx+b}+\sqrt{r+b})}$$

$$= \frac{r}{1(r\sqrt{r+b})} = \frac{1}{\sqrt{r+b}} = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{a}{r} \Rightarrow ar = r \Rightarrow (a=r) \Rightarrow ar = r+b \Rightarrow r = r+b \Rightarrow (b=1)$$

۷- مقادیر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2+(-1)^{[x]}}{(x-2)^2}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(-1)^{[x]}}{4-x^2}$ به ترتیب کدام است؟

~~(۴) $-\infty$ و $+\infty$~~

(۳) $+\infty$ و $-\infty$

~~(۲) $+\infty$ و $+\infty$~~

(۱) $-\infty$ و $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(-1)^{[x^+]}}{4-(x^+)^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(-1)^{[x^-]}}{4-(x^-)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2+(-1)^{[x^+]}}{(x^+-2)^2} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2+(-1)^{[x^-]}}{(x^-2)^2} = \frac{2-1}{0^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۸- هرگاه $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a \sin \frac{\pi}{4} x}{3 + 2a + a \cos \frac{\pi}{2} x} = +\infty$ ، مقدار a کدام است؟

(۴) a یافت نمی شود.

(۳) -۱

(۲) -۳

(۱) ۳

$$3 + 2a + a \cos \frac{\pi}{2} x = 0 \Rightarrow 3 + 2a - a = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{3} \sin \frac{\pi}{4} x}{\cancel{3} - \cancel{3} \cos \frac{\pi}{2} x} = \frac{+1}{-1} = -1$$

$-3(1 + \cos \frac{\pi}{2} x)$

$$\frac{-4}{4}$$

مقدار $a + b$ کدام می تواند باشد؟

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - 2a(-1)^{[x]}}{2x^2 - 3x + b} = +\infty$$

اگر -9

-3 (3) -2 (2) -1 (1)

$$\lim_{n \rightarrow 2} \frac{3 - 2a(-1)^{[n]}}{(n+1)(n-2)}$$

$$n \rightarrow 2$$

$$n \rightarrow 2^+ \quad 3 - 2a(1) > 0 \rightarrow 3 > 2a \rightarrow \frac{3}{2} > a$$

$$n \rightarrow 2^- \quad 3 + 2a < 0 \rightarrow 3 < -2a \rightarrow -\frac{3}{2} > a$$

$$1 - 4 + b = 0$$

$$b = -2$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2} < \frac{3 - 2a(-1)^{[x]}}{2x^2 - 3x + b} < -\frac{3}{2} a$$

$$\lim_{x \rightarrow \cdot^+} f(x) = -\infty \text{ (۴)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \cdot^-} f(x) = +\infty \text{ (۳)}$$

۱۰- اگر $f(x) = \frac{|x|-1}{x+[-x]}$ ، کدام رابطه درست است؟

$$\lim_{x \rightarrow \cdot^-} f(x) = -\infty \text{ (۲)} \quad \lim_{x \rightarrow \cdot^+} f(x) = +\infty \text{ (۱)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot^+} \frac{n-1}{n+1} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot^-} \frac{-n-1}{n} = +\infty$$

۱۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+a}{x-b}$ را دو واحد به چپ انتقال داده، سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. ضابطه تابع حاصل به

صورت $g(x) = \frac{2x+3}{3-x}$ خواهد بود. حاصل $a+b$ کدام است؟

- ۴ (۴) ۶ (۳) ۱+۲=۳ ۲ (۲) ۳ (۱)

$$f(x) = \frac{2(x+2)+a}{(x+2)-b} = \frac{-2x-4-a}{x+2-b} = \frac{2x+3}{3-x}$$

$-f(x+2)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cancel{A(2x+2+a)} = \cancel{2x+3} \\ \cancel{-x-2+b} \quad \quad \quad \cancel{3-x} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} 2+a &= 3 \Rightarrow a=1 \\ -2+b &= 3 \Rightarrow +b=5 \Rightarrow b=7 \end{aligned}$$

۱۲- نقطه $A(-3, 4)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ قرار دارد. اگر خط $y=3x+3$ از نقطه متناظر A بر روی نمودار تابع $y=a-2f(2a-x)$ عبور کند، مقدار a کدام است؟

-6 (۴)

6 (۳)

4 (۲)

-4 (۱)

$$x_A = -3 \rightarrow \frac{-3-2a}{-1} = 3+2a$$

$$\rightarrow (3+2a, a-1)$$

$$y_A = 4 \rightarrow a - 2 \times 4 = a - 8$$

$$y = 3x + 3 \Rightarrow a - 8 = 3(3 + 2a) + 3 \Rightarrow a - 8 = 9 + 6a + 3$$

$$-8a = 10 \Rightarrow a = -\frac{5}{4}$$

۱۳- به ازای چند مقدار m ، تابع $y = \frac{x+m}{|x-1|+|x-3|}$ در \mathbb{R} یکنواست؟

۴ هیچ

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$x < 1$
 $1 < x < 3$
 $x > 3$

$$\frac{x+m}{-x+1-x+3} = \frac{x+m}{-2x+4} \quad \text{⊖}$$

$$\frac{x+m}{x-1-x+3} = \frac{x+m}{2} \quad \text{⊖}$$

$$\frac{x+m}{x-1-x-3} = \frac{x+m}{-2x-2} \quad \text{⊕}$$

فرض

$$\frac{x+m}{2x-2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-m}{2}$$

$$\Rightarrow m = -1$$

۱۴- تابع $f(x) = ax - |3x - 6|$ غیر بکنواست. اگر مساحت ناحیه محدود به نمودار f و محور x ها در ناحیه اول برابر ۴ باشد، a کدام است؟ ($a > 0$)

$$r_n - 4 = 0$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$n = 2$$

$$\begin{cases} an - r_n + 4 & n \geq 2 \\ an + r_n - 4 & n < 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} (a - r)n + 4 = 0 \rightarrow n = \frac{-4}{a - r} \\ (a + r)n - 4 = 0 \rightarrow n = \frac{4}{a + r} \end{cases}$$



$$S_{\text{شaded}} = \frac{1}{2} \left(ra \left(\frac{4}{a+r} - \frac{4}{a-r} \right) \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{4ra^2}{a^2 - r^2} \right) \Rightarrow 9 - a^2 = r^2 \Rightarrow a^2 = 9 - r^2 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

۱۵- اگر $f(x)$ و $2x-1$ به ترتیب خارج قسمت و باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $g(x) = x^7 - 8x^6 + x^2 + ax + b$ بر $x^2 - 3x + 2$ باشند، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x+1$ کدام است؟

$$\begin{matrix} (n-1) & (n-2) \\ \downarrow & \downarrow \end{matrix}$$

$$4(4)$$

$$3(3)$$

$$\begin{matrix} \swarrow & 2(2) & & 1(1) \\ n+1 = 0 \\ n = -1 \end{matrix}$$

$$g(x) = (x^2 - 3x + 2) f(x) + 2x - 1$$

$$\begin{aligned} g(1) &= a + b - 4 = 1 \\ g(2) &= 2a + b + 4 = 2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 5 \\ 2a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow -a = 7 \Rightarrow \begin{matrix} a = -7 \\ b = 15 \end{matrix}$$

$$g(-1) = (1 + 3 + 2) f(-1) - 3$$

$$-4 + 1 + 1 + 15 = 4 f(-1) - 3 \Rightarrow 4 f(-1) = 18 \Rightarrow f(-1) = \frac{9}{2}$$

۱۶- از نظر عددی، ماکزیمم مقدار تابع $y = 3 - 2\cos\frac{x}{4}$ چقدر از دوره تناوب تابع $y = \frac{\tan 2\pi x}{1 - \tan 2\pi x}$ بیشتر است؟

۴/۷۵ (۴)

۴/۵ (۳)

۳/۷۵ (۲)

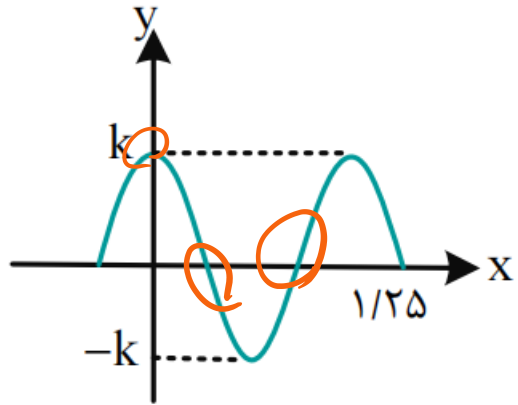
۳/۵ (۱)

$$\max \Rightarrow |r| + r = d$$

$$y = \frac{\tan^k \pi x}{1 - \tan^k \pi x} = \frac{1}{r} \tan^k \pi x \Rightarrow r = \frac{x}{\tan^k x} = \frac{1}{r}$$

$$d - r = 2,75$$

۱۷- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - 4 \sin^2(b\pi x)$ به صورت مقابل است. حاصل $a + k + |b|$ کدام است؟



$$2 + 2 + 1 = 5$$

$$T = \frac{1}{|b|}$$

- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

$$\sin^2(b\pi x) = 0 \Rightarrow y = a = k$$

$$\sin^2(b\pi x) = 1 \Rightarrow y = a - 4 = -k$$

$$\Rightarrow a = k = 2$$

$$T = 1 = \frac{1}{|b|} \Rightarrow |b| = 1$$

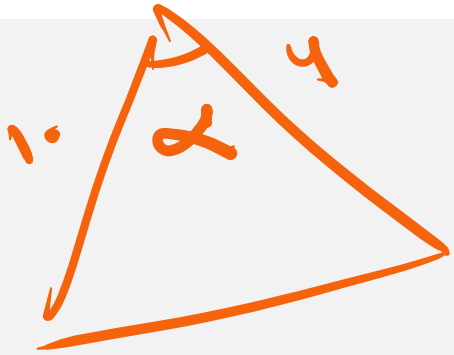
۱۸- مساحت یک مثلث برابر ۲۴ و زاویه بین دو ضلع با اندازه‌های ۱۰ و ۶ برابر α است. اگر اختلاف بیشترین و کمترین مقدار α برابر θ باشد، مقدار $\tan \theta$ کدام است؟

$$\frac{12}{7} \text{ (۴)}$$

$$\frac{12}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{24}{7} \text{ (۲)}$$

$$\frac{24}{5} \text{ (۱)}$$



$$S = \frac{1}{2} (6)(10) \sin \alpha = 24 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

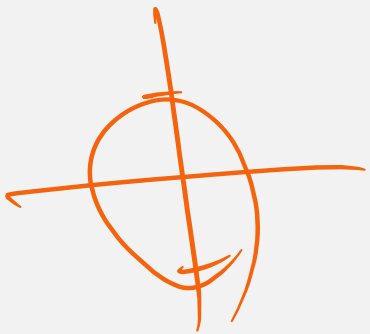
$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \pm \frac{4}{3}$$

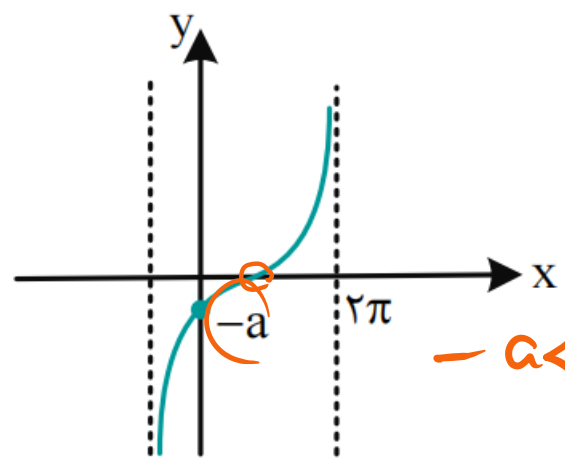
$$\alpha = t$$

$$\beta = \pi - t$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \tan(\pi - 2t) = -\tan 2t = \frac{-2 \tan t}{1 - \tan^2 t} = \frac{-\frac{8}{3}}{1 - \frac{16}{9}} = \frac{-8}{3} \cdot \frac{9}{-7} = \frac{24}{7}$$



۱۹- نمودار تابع $y = a \tan\left(\frac{x}{a} + b\pi\right)$ در یک دوره تناوب به صورت مقابل است. حاصل ab کدام است؟ ($0 < b < 1$)



$$\frac{1}{\mu} \rightarrow \frac{\mu}{\mu} = 1$$



$$-a < \dots \rightarrow a > 0$$

- ۱ ()
- ۲ (✓)
- ۳ ()
- ۴ ()

$$y(0) = -a \rightarrow -a = -a \tan b\pi \rightarrow \tan b\pi = -1 \Rightarrow b\pi = \frac{3\pi}{4}$$

$0 < b < 1$

$$b = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3\pi a}{\mu} = 2\pi \Rightarrow 3a = 2\mu \Rightarrow a = \frac{2}{3}\mu$$