

$$a = 37q + r \quad r = q^2 + 23$$

۳۱- چند عدد صحیح مانند  $a$  وجود دارد که در تقسیم بر ۳۷، باقی مانده تقسیم از مربع خارج قسمت، ۲۳ واحد بیشتر باشد؟

$$a = 37q + (q^2 + 23)$$

$$0 \leq q^2 + 23 < 37 \rightarrow -23 \leq q^2 < 14 \quad (1) \quad (2)$$

$$0 \leq q^2 < 14 \rightarrow \begin{matrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{matrix}$$

۳۲- باقی مانده تقسیم عدد صحیح  $a$  بر ۹۱ برابر با ۵۳ است. باقی مانده تقسیم  $a$  بر ۳۹ کدام عدد نمی تواند باشد؟

$$a \equiv 53 \pmod{91}$$

$$a \equiv 53 \pmod{39}$$

$$a \equiv 13 \pmod{39}$$

$$39q = 39 \times 13$$

$$a \equiv 13 \pmod{39} \rightarrow a \equiv 1 \pmod{39}$$

۳۳- اگر  $p$  و  $q$  دو عدد اول بزرگتر از ۳ باشند به طوری که  $p - q = 2$ ، آن گاه  $pq + 12$  همواره بر کدام عدد زیر بخش پذیر است؟

$$p = 5, q = 3 \rightarrow pq + 12 = 27$$

$$p = 7, q = 5 \rightarrow pq + 12 = 47$$

$$p = 11, q = 9 \rightarrow pq + 12 = 111$$

$$39 + 12 = 51$$

۳۴- باقی مانده تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر  $b$  برابر با ۱ و باقی مانده تقسیم عدد طبیعی  $b$  بر  $a$  برابر با ۷ است. رقم یکان کوچک ترین

$$\begin{aligned} b &\equiv 1 \\ a &\equiv 1 \\ b &\equiv 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 7 \end{aligned}$$

$$m \mid n$$

$$\frac{m}{a}$$

عدد ۳ رقمی  $a$  کدام است؟

۵ (۲)

$$b = 7 \quad \checkmark$$

$$6 (1)$$

۴ (۴)

$$a = 7k + 1 \quad \checkmark$$

۷ (۳)

$$7k + 1 \quad k = 18$$

$$1061$$

$$20a \equiv 28b$$

۳۵- از رابطه هم نهشتی  $20a \equiv 28b$  (پیمانه ۷۰) چند تا از نتیجه گیری های زیر نادرست است؟

۴

$$20a \equiv 28b$$

$$5a \equiv 7b \quad \text{(پیمانه ۸۰)}$$

$$20a$$

$$5a \equiv 42b \quad \text{(پیمانه ۳۵)}$$

$$b \equiv 0 \quad \text{(پیمانه ۷)}$$

$$20a \equiv 28b$$

$$a \equiv 0 \quad \text{(پیمانه ۷)}$$

$$20a \equiv 28b \rightarrow 20a \equiv 0$$

۱ (۲)

صفر (۱)

$$20a \equiv 28b \rightarrow 20a \equiv 28$$

۳ (۴)

۲ (۳)

۳۶- اگر  $a \equiv 2b$  و  $a \equiv 3$  ، آن گاه  $a$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$$8k + 1 \quad (2)$$

$$24k + 3 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} 24 \\ a &\equiv 2b \\ b &\equiv 3 \end{aligned}$$

$$24k + 5 \quad (4)$$

$$a \equiv 2b$$

$$8k + 7 \quad (3)$$

$$b \equiv 3$$

$$a \equiv 1$$

$$\begin{aligned} 24b &\equiv 2a \\ 24 \cdot 3 &\equiv 2a \\ 72 &\equiv 2a \\ 36 &\equiv a \end{aligned}$$

$$a = 8k + 1$$

۳۷- دو عدد ۱۴۸ و ۲۳۱ به یک کلاس هم‌نهشتی به پیمانه  $m$  تعلق دارند. باقی‌مانده تقسیم  $(m-2)!$  بر عدد ۸۲ کدام است؟

$231 \equiv 148 \pmod{m} \rightarrow m | 231 - 148 \quad m = 83 \rightarrow (81)$  (۱) صفر

$a \equiv b \pmod{c} \rightarrow c | a - b$  ۷۹ (۴)  $11! \equiv 0 \pmod{11}$  ۸۱ (۳)

۳۸- باقی‌مانده تقسیم  $3^{1403} + 11^{1403}$  بر ۴۰ برابر با کدام است؟

$11^2 = 121 \quad 11^2 \equiv 1 \pmod{40} \rightarrow (11^2)^{701} \equiv 1^{701} \equiv 1 \pmod{40}$  ۱ (۱)

$11 \times 11 \equiv 1 \pmod{40} \rightarrow (11^4)^{350} \equiv 1^{350} \equiv 1 \pmod{40}$  ۲۸ (۳)

$11 \times 11 \equiv 1 \pmod{40} \rightarrow (11^2)^{701} \equiv 1^{701} \equiv 1 \pmod{40}$  ۲۷ (۳)

$11 + 27 = 38$

۳۹- اگر  $5^k + 7$  بر ۱۱ بخش پذیر باشد، آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مانند  $k$  بر ۱۱ کدام است؟

$5^k + 7 \equiv 0 \pmod{11} \rightarrow 5^k \equiv 4 \pmod{11}$  ۲ (۲)  $(5^5) \equiv (1)^5 \equiv 1 \pmod{11}$  ۱ (۱)

$5^1 \equiv 5 \pmod{11}$  ۱۰ (۴)  $5^{10} \equiv 1 \pmod{11}$  ۹ (۳)  $5^9 \equiv 4 \pmod{11}$

$5^2 \equiv 3 \pmod{11}$  ۸ (۳)  $5^8 \equiv 3 \pmod{11}$

۴۰- مجموعه همه اعداد زوج متعلق به مجموعه  $\{1\}_3 \cap \{2\}_5$ ، با کدام مجموعه برابر است؟

$\{1\}_3 \cap \{2\}_5 = \{22\}_3$  ۲ (۲)  $\{1\}_3$  (۱)  $\{22\}_3$

$\{2\}_5 = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  ۳ (۳)  $\{2\}_3$

$[1]_3 \rightarrow x \equiv 1 \pmod{3} \equiv 4 \pmod{5} \equiv 19 \pmod{15}$  ۱۵

$[2]_5 \rightarrow x \equiv 2 \pmod{5} \equiv 7 \pmod{3} \equiv 19 \pmod{15}$  ۱۵

$x \equiv 0 \pmod{3} \equiv 11 \pmod{5} \equiv 11 \pmod{15}$  ۲۰

$x \equiv 1 \pmod{3} \equiv 16 \pmod{5} \equiv 16 \pmod{15}$  ۲۰

$[22]_{30}$