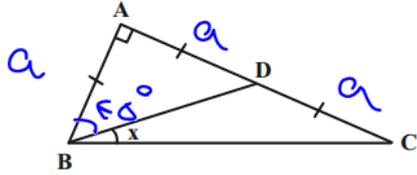


۱- در مثلث قائم الزاویه شکل زیر، $AB = AD = CD$ است. حاصل $\tan x$ کدام است؟

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$



$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2}{4} \quad (4)$$

$$\tan(45^\circ + \alpha) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{AC}{AB} = 2$$

$$\tan \nu y = \frac{\nu \tan y}{1 - \tan \nu y} = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

۲- اگر $\tan x = \frac{1}{2}$ و $\tan(\nu x + y) = -2$ باشد، مقدار $\tan \nu y$ کدام است؟

$$\tan y = \nu$$

$$\tan(\nu \alpha + \beta) = \frac{\tan \nu \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \nu \alpha \tan \beta}$$

$$\frac{\nu}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{\nu}{4} \quad (4)$$

$$\frac{\nu + \tan y}{1 - \frac{\nu}{\nu} \tan y} = -2$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\tan \nu \alpha = \frac{\nu \tan \alpha}{1 - \tan \nu \alpha} = \frac{1}{\frac{\nu}{\nu} - 1} = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

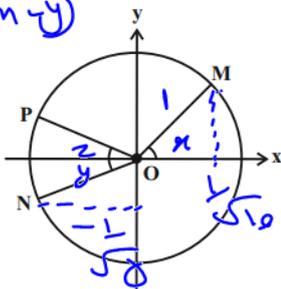
۳- در دایره مثلثاتی شکل زیر، طول نقطه M برابر $\frac{1}{\sqrt{10}}$ و عرض نقطه N برابر $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ است. اگر دو زاویه MOx و NOx برابر باشند، عرض نقطه P کدام است؟

$$\hat{z} = \alpha - \hat{y}$$

$$\hat{x} = \hat{y} + \hat{z}$$

باشند، عرض نقطه P کدام است؟

$$\sin \hat{z} = \sin(\hat{\alpha} - \hat{y})$$



$$\cos \hat{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \hat{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\sin \hat{y} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \hat{y} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{10} \quad (3)$$

$$\sin \alpha \cos y - \cos \alpha \sin y = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{10} \quad (4)$$

۲- اگر $\sin(\alpha + \beta) = 2 \sin(\alpha - \beta)$ و $\sin 2\alpha = \frac{20}{29}$ باشد، مقدار $\tan \beta$ کدام است؟

$$2 \sin \alpha \cos \beta + 2 \cos \alpha \sin \beta = 2 \sin \alpha \cos \beta - 2 \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha \cos \beta = -\cos \alpha \sin \beta \rightarrow \tan \alpha = -\tan \beta$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\frac{20}{29} = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \rightarrow \tan \alpha = \frac{10}{17}$$

۵- دو عبارت $A = \frac{\sqrt{2}}{4} + \sin 36^\circ \sin \alpha + \sin 18^\circ \cos 2\alpha$ و $B = \cos 36^\circ \cos \alpha + \cos 18^\circ \sin 2\alpha - \frac{\sqrt{2}}{4}$ برابر هستند. مقدار α کدام

$$A = \frac{\sqrt{2}}{4} + \sin 36^\circ \sin 90^\circ + \sin 18^\circ \cos 18^\circ$$

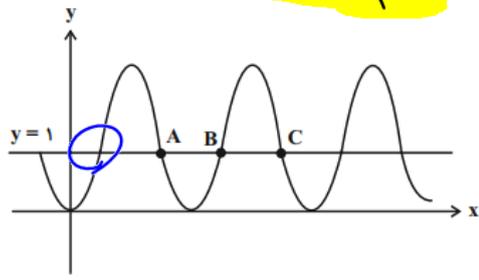
$$B = \cos 36^\circ \cos 90^\circ + \cos 18^\circ \sin 18^\circ - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 36^\circ \cos 90^\circ - \sin 36^\circ \sin 90^\circ = \cos(36^\circ + 90^\circ)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۶- خط $y=1$ و بخشی از نمودار تابع $f(x) = 2 \sin^2 \frac{\pi x}{3}$ در شکل زیر رسم شده است. طول پاره خط BC چند برابر طول پاره خط

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}$$



$$2 \sin^2 \frac{\pi x}{3} = \frac{2 - 2 \cos \frac{2\pi x}{3}}{2}$$

$$2 - 2 \cos \frac{2\pi x}{3}$$

$$2 - 2 \cos \frac{2\pi x}{3} = 1$$

$$\cos \frac{2\pi x}{3} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2\pi x}{3} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$x = \frac{3k \pm 1}{2} \quad k=0 \quad A \quad B \quad C$$

$\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{11}{2}, \frac{13}{2}, \dots$

$(0, \frac{\pi}{2}]$ ✓ $\cos \alpha \geq 0$ معادله $\cos x = \sqrt{\sin^2 x + \frac{1}{r^2}}$ در بازه $(0, \pi)$ چند جواب دارد؟
 $\cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \frac{1}{r^2}$ (1) صفر
 $r \cos^2 \alpha - 1 = \sin^2 \alpha$ (2) (3)

$r \cos^2 \alpha = 1 + \sin^2 \alpha$
 $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{r}$
 $\tan^2 \alpha = \frac{1}{r}$
 $\alpha \in (0, \pi)$

۸- اگر مجموع جواب‌های معادله $\sin(\pi - 2x) + \cot(\frac{2\pi}{r} - 2x) = 0$ در بازه $(0, \frac{2\pi}{r})$ برابر θ باشد، حاصل $\cos \frac{\theta}{9}$ کدام است؟

$\sin 2\alpha + \tan 2\alpha = 0$ (1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 2\alpha = r \sin \alpha \cos \alpha$
 $r \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = 0 \Rightarrow \sin 2\alpha \left(r \cos 2\alpha + \frac{1}{\cos 2\alpha} \right) = 0$

$\sin 2\alpha = 0 \Rightarrow 2\alpha = k\pi \Rightarrow \alpha = \frac{k\pi}{2}$
 $\alpha = \frac{\pi}{2}, \pi$ (crossed out)
 $\theta = \frac{\pi}{2}$
 $\cos \frac{\theta}{9} = \cos \frac{\pi}{9} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

۹- یکی از جواب‌های معادله $\tan(2x + \frac{\pi}{4}) \tan(m - x) = 1$ برابر $x = \frac{\pi}{6}$ است. مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

$$\tan\left(\frac{\sqrt{2}\pi}{12}\right) \cdot \tan\left(m - \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

(۱) $\frac{11\pi}{12}$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12}\right) = -\cot\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

(۳) $-\frac{11\pi}{12}$

$$= -\frac{1}{\tan\frac{\pi}{12}}$$



$$\frac{-\tan\left(m - \frac{\pi}{6}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)} = 1$$

$$\tan\left(m - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{12}\right)$$

$$m - \frac{\pi}{6} = k\pi - \frac{\pi}{12} \rightarrow m = k\pi + \frac{\pi}{12}$$

۱۰- معادله $\sin^2 x - \sin nx \cos^2 x = 1$ در بازه $(0, 2\pi)$ فقط چهار جواب دارد. چند مقدار طبیعی برای n پیدا می‌شود؟

~~$$1 - \sin^2 x + \sin nx \cos^2 x = 0$$~~

(۱) صفر

$$\cos^2 x (1 + \sin nx) = 0$$

(۴) ۲

$$nx = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

(۳) ۲

$$n = \frac{4k-1}{2n} \pi$$

$$n = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2}$

$$\frac{1}{2} < k < n + \frac{1}{2}$$

$$0 < \frac{4k-1}{2n} \pi < 2\pi$$

$29n$

$n=2$

$n=10$

11- جواب معادله $\sqrt{x} = \frac{x}{2} - 1$ در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

$x = \frac{x^2}{4} - 2x + 1 \rightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$

$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 \pm \sqrt{64-16}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{48}}{2}$

$\sqrt{48} \approx 6.9$

(1) $(8, 8/5)$

(2) $(7/5, 8)$

(3) $(7, 7/5)$

12- مجموعه اعدادی را که نصف مجذور آن‌ها از چهار برابر معکوس آن‌ها بزرگ‌تر است، به صورت $\mathbb{R} - [a, b]$ نمایش می‌دهیم. حاصل $b-a$ کدام است؟

$\frac{x^2}{2} > \frac{4}{x}$

$x^3 > 8$

$x > 2$

(1) 4

(2) $\frac{1}{2}$

عدد صحیح \rightarrow تن

عدد $\ominus > \oplus$

$(-\infty, 0)$

$(2, +\infty)$

$(n-1)(n+1)(x-1)(x^2+n+1)(x^2+1)(x-1)(n+1)$

13- مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{(x^2-1)(x^2-1)(x^2-1)}{x-|x|} \leq 0$ شامل چند عدد صحیح است؟

$x < 0$

صفر (1)

2 (3)

1 (2)

3 (4)

14- اگر a, b و 1 سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با جملات مثبت باشند، مجموع معکوس‌های جواب‌های متمایز معادله $ax^2 + bx + 1 = 0$ کدام می‌تواند باشد؟

$b > \frac{1}{2}$

-2 (1)

-6 (3)

-4 (2)

-8 (4)

$(2b-1)x^2 + bx + 1 = 0$

$\Delta > 0$

$b > 4 + 2\sqrt{3}$

$b < 4 - 2\sqrt{3}$

$\frac{1}{2}, 4 - 2\sqrt{3} \cup (4 + 2\sqrt{3}, +\infty)$

$\frac{-b}{2b-1} = -\frac{b}{2b-1}$

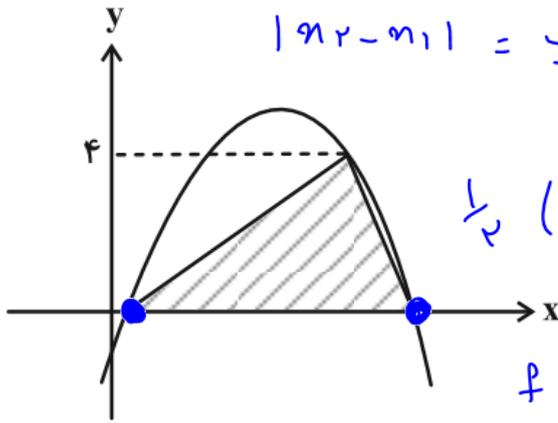
$\frac{1}{2b-1}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

$\sqrt{3} \approx 1.7$

۱۵- نمودار تابع $f(x) = ax^2 + 4x + c$ که $ac = 1$ است، در شکل زیر رسم شده است. اگر مساحت مثلث هاشورخورده برابر $8\sqrt{3}$ باشد، مجموع صفرهای تابع کدام است؟

✓



$$|x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{2\sqrt{3}}{|a|}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{2\sqrt{3}}{|a|} \right) (f) = 8\sqrt{3}$$

$$|a| = \frac{1}{2} \quad a = -\frac{1}{2} \quad c = -2$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 2$$

- ۲ (۱)
- ۸ (۲)
- ۴ (۳)
- ۱۰ (۴)

۱۶- اگر α^2 و β^2 ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 8 = 0$ و دو عدد $2\alpha + 3\beta$ و $\beta - 3$ ریشه‌های معادله $2x^2 + bx + c = 0$ باشند، حاصل $c - b$ کدام است؟

۶ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

$$S = 17 \quad P = -1$$

$$\alpha\beta^2 \text{ و } \alpha^2\beta \rightarrow P = \alpha^2\beta^2 = -1 \rightarrow \alpha\beta = -1$$

$$+ \rightarrow S = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -1 \rightarrow \alpha + \beta = -\frac{17}{-1} = 17$$

$$17\alpha + 2\beta = \alpha + 2(\alpha + \beta) = \alpha - 17 \quad \beta - 17 \quad S = -\frac{17}{2} \quad P = \frac{17}{2}$$

$$x^2 - 5x + 17 = 0 \rightarrow$$

۱۷- مجموع جواب‌های معادله $\frac{4x^2 + 15x + 17}{x^2 + 4x + 12} = \frac{5x^2 + 16x + 18}{2x^2 + 5x + 12}$ کدام است؟

$$\frac{a(n)}{b(n)} = \frac{a(n) + c(n)}{b(n) + c(n)}$$

$$-\frac{14}{3} \quad C(n) = n^2 + n + 1$$

$$\frac{-11}{3} \quad (1)$$

۱۵

$$a(n)C(n) = b(n)C(n)$$

$$-\frac{14}{5} \quad (4) \quad \Delta_{C(x)} = -17 < 0$$

$$-\frac{11}{5} \quad (3)$$

۱۶

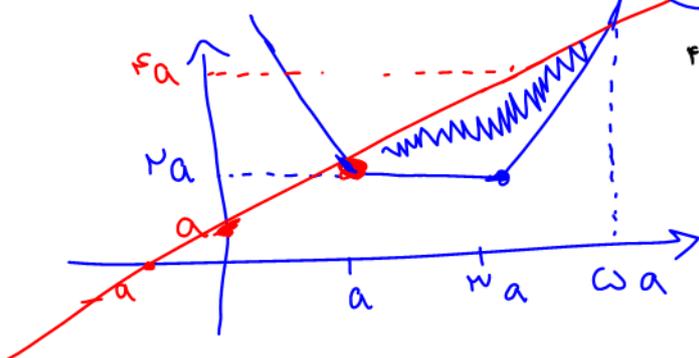
$$a(x) = b(x)$$

۱۸- به ازای کدام مقدار a ، مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $y = |x - a| + |x - 2a|$ و خط $y = x + a$ برابر ۳۶ است؟

$$2m^2 + 11m + a = 0$$

$$3 \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \quad (1)$$



مقداری

آب سرد و سرد

قد

$$\frac{1}{2} (2a)(4a) = 36$$

$$4a^2 = 36 \quad a = \pm 3$$

۱۹- نقطه A روی خط $y = 2x + 1$ به همراه نقاط $B(-1, 0)$ و $C(-11, 0)$ رئوس مثلث ABC را تشکیل می‌دهند. اگر این مثلث در

$$m_{AB} = \frac{2\alpha + 1}{\alpha + 1}$$

$$m_{AC} = \frac{2\alpha + 1}{\alpha + 11}$$

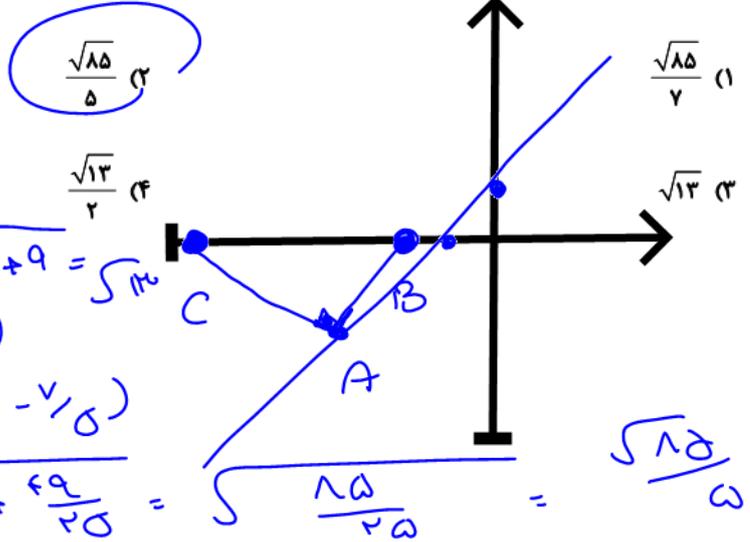
$$(\alpha + 2)(5\alpha + 3) = 0$$

$$\alpha = -2 \quad \alpha = -\frac{3}{5}$$

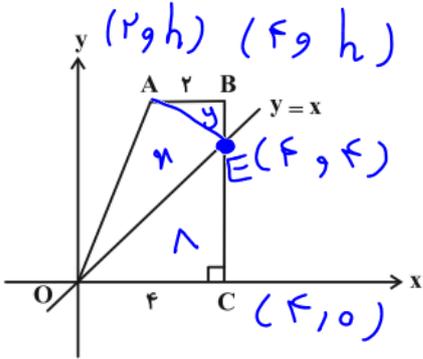
$$(-2, -3) \quad (-\frac{3}{5}, -\frac{1}{5})$$

$$\sqrt{\frac{36}{25} + \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{45}{25}} = \frac{\sqrt{45}}{5}$$

رأس A قائمه باشد، کمترین فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟



۲۰- مطابق شکل زیر، خط $y = x$ دوزنقه قائم‌الزاویه OABC را به دو قسمت هم‌مساحت تقسیم کرده است. اندازه ارتفاع دوزنقه



$$\frac{1}{2} (f)(f) = \wedge$$

$$\alpha + y = \wedge$$

ارتفاع α قائمه

$$\Rightarrow \wedge$$

$$3h - \wedge = \wedge \Rightarrow h = \frac{16}{3}$$

کدام است؟

۴ (۱)

$\frac{16}{3}$ (۲)

۵ (۳)

$\frac{16}{3}$ (۴)

$$+ \frac{1}{2} (2)(h - f)$$