

تحليل گسسته قلمچی ۳ آذر ۱۴۰۲ - مهندس حامد قاسمیان

۳۱- اگر A مجموعه اعداد صحیحی باشد که باقی مانده تقسیم چهار برابر آن‌ها بر عدد ۵، برابر باقی مانده تقسیم عدد ۱۷ بر ۵ باشد،

$$\begin{aligned}
 & 4n \equiv 17 \pmod{5} \\
 & 4n \equiv 12 \pmod{5} \quad (4 \times 3) = 12 \\
 & n \equiv 3 \pmod{5}
 \end{aligned}$$

آن‌گاه مجموعه A برابر کدام است؟

(۲) $13 \pmod{5}$

(۱) $14 \pmod{5}$

(۴) $11 \pmod{5}$

(۳) $12 \pmod{5}$

۳۲- اگر یازدهم تیرماه سالی روز سه‌شنبه باشد، سومین چهارشنبه دی ماه آن سال، چندمین روز این ماه است؟

$$\begin{aligned}
 & 20 + 2(31) + 3(30) + 1 = 173 \quad \text{(۲) شانزدهم} \\
 & 173 = 2 \times 86 + 1 \quad \text{(۴) هجدهم}
 \end{aligned}$$

(۱) پانزدهم

(۳) هفدهم

۳۳- اگر a عددی صحیح و معادله $ax \equiv 24 \pmod{90}$ در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب باشد، آن‌گاه کدام یک از معادلات زیر حتماً در

$$(a, 90) | 24 \rightarrow 24 \pmod{a}$$

مجموعه اعداد صحیح جواب دارد؟

(۲) $ax \equiv 3 \pmod{9}$

(۱) $ax \equiv 2 \pmod{6}$

(۴) $ax \equiv 5 \pmod{15}$

(۳) $ax \equiv 4 \pmod{8}$

۳۴- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی x، عدد $32x^2 - 19x + 1$ مضرب ۸ است؟

$$2 \mid 32x^2 - 19x + 1$$

(۲) 12

(۱) ۱۱

$$32x^2 - 19x + 1 \equiv 0 \pmod{2}$$

(۴) ۱۴

(۳) ۱۳

$$-19x + 1 \equiv 0 \pmod{2} \rightarrow 19x \equiv 1 \pmod{2}$$

$$\begin{aligned}
 32x & \equiv 1 \pmod{2} \\
 x & \equiv 1 \pmod{2}
 \end{aligned}$$

$$x = 1k + 1$$

$$10 \leq 1k + 1 < 100$$

$$1 < k < 13$$

۳۵- اگر باقی مانده تقسیم عدد $A = \overline{baba}$ بر اعداد ۹ و ۱۱ به ترتیب ۴ و ۸ باشد، مقدار a, b کدام است؟

$$A \equiv 4 \pmod{9} \equiv -1 \pmod{9} \quad 15 \text{ (2)}$$

$$A \equiv 11 \pmod{11} \equiv -1 \pmod{11} \quad 24 \text{ (4)}$$

$$(a+10b) + 100(a+10b) \equiv -1 \pmod{99} \quad 29$$

$$(a+10b)(101) \equiv -1 \pmod{99} \quad 99$$

$$\overline{ba} \equiv -1 \pmod{99} \equiv 92 \quad 29 \quad \overline{ba} = 92 \quad b=9 \quad a=2$$

۱۲ (۱)
۱۸ (۳)

۳۶- مجموع ارقام کوچکترین عدد طبیعی سه رقمی n که به ازای آن، دو عدد n^2+3n+1 و $8n+5$ دارای عامل اول مشترک باشند، کدام است؟

$$d | n^2+3n+1 \rightarrow d | 19n+1 \quad d | 11, d=11$$

$$d | 8n+5 \quad d | 11n+4 \quad 6 \text{ (2)}$$

$$8n+5 \equiv 0 \pmod{11} \quad 9 \text{ (4)}$$

$$11n \equiv 11 \pmod{11} \quad 7 \text{ (3)}$$

۵ (۱)

۳۷- مجموع ارقام بزرگترین عدد دو رقمی x که در معادله هم‌نهشتی $x^2+x+2 \equiv 0$ صدق می‌کند، کدام است؟

$$x^2 - m = x(x-1) \quad 15 \text{ (2)}$$

$$(x-1)x(x+1) = 59 \quad 17 \text{ (4)}$$

$$x^2 - m + 2m + 2 \equiv 0 \quad 2m \equiv -2 \rightarrow x \equiv -1$$

$$x = 10k - 1 \quad 9 \text{ (2)}$$

۱۴ (۱)
۱۶ (۳)

۲۸- اگر عدد $abpa$ بر ۹۹ بخش پذیر باشد چند عدد سه رقمی در رابطه $ax \equiv 1 \pmod{99}$ صدق می کند؟

$n = 3k + 2$

$1 + b + 9 + a + a \equiv 0 \pmod{9}$

$2a + b \equiv 4 \pmod{9}$

$300 \pmod{9} \equiv 3$

$1 - b + 9 - a + a \equiv 0 \pmod{99}$ (۱) ۲۹۹

$1 \equiv b \pmod{99}$ (۳) ۳۰۱

$a = 0$ (۲) ۳۰۲

$b = 9$ (۳) ۳۰۱

۳۹- مجموع ارقام بزرگ ترین عدد سه رقمی x که در رابطه $\sum_{k=0}^{1402} (2k)! x \equiv 1402 \pmod{1402}$ صدق می کند کدام است؟

$n > 1402$

$n! \equiv 0 \pmod{1402}$ (۲) ۲۵

$0! + 2! + 4! + 6! + \dots \pmod{1402}$ (۴) ۲۷

$1 + 2 + 0 + 0 + 2 + \dots \pmod{1402}$ (۳) ۲۶

$n \equiv -2 \pmod{1402}$

$n = 1402 - 2$

۹۹۱

۴۰- اگر معادله هم نهشتی $(n+30)x \equiv 2a+1 \pmod{2n-7}$ در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد و ضریب x و پیمانه معادله، نسبت به هم اول نباشند، چند عدد سه رقمی می توان به جای a قرار داد؟

$(n + 30, 2n - 7) = d$

$d | 30$ (۲) ۱۲

$d = 1$ (۱) ۱۰

$d = 30$ (۴) ۱۶

$30 | (2a + 1)$

$2a + 1 \equiv 0 \pmod{30}$

$a \equiv 15 \pmod{30}$

$a = 30k + 15$