

-۹۶ با فرض  $\sqrt[3]{1-3a^3} = 3a^2 - 3a + 1$ ، دو عدد  $a$  و  $\sqrt[3]{1-3a^3}$  چقدر با یکدیگر اختلاف دارند؟

$\sqrt[3]{2}$  (۴)

$\sqrt{3}$  (۳)

۲ (۲)

~~$\sqrt[3]{1-3a^3} = 3a^2 - 3a + 1$~~   
 $\sqrt[3]{1-3a^3} = 1 - 3a + 3a^2 - a^3$

$\sqrt[3]{1-3a^3} = (1-a)$

$1 - \sqrt[3]{1-3a^3} = 1$

۹۷- اختلاف ریشه‌های مرتبه چهارم عدد ۴ برابر a است. اگر  $b = 2a^{-\frac{4}{9}}$  باشد، کدام عدد زیر گویا است؟

$\sqrt{3}b$  (۴)

$\sqrt{2}b$  (۳)

$\sqrt[3]{2}b$  (۲)

$\sqrt[4]{4}b$  (۱)

$a = 2\sqrt{2}$

$\sqrt[4]{4} - \sqrt[4]{2}$

$2 \times (2^{\frac{1}{2}})^{-\frac{4}{9}} = 2 \times 2^{-\frac{2}{9}} = 2^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 2$

۹۸- اگر  $x = \sqrt{2} - \sqrt{3}$  باشد، ساده شده عبارت  $A = (x + \frac{1}{x} - 1)(x + \frac{1}{x} + 1) - 1$  کدام عدد است؟

۴

۲ (۳)

$2\sqrt{2}$  (۲)

$2\sqrt{3}$

$4\sqrt{2}$  (۱)

$$2\sqrt{3} = 2\sqrt{4 \cdot \frac{3}{4}} = 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\left( \left( x + \frac{1}{x} \right)^2 - 1 \right) - 1$$

$$\left( x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - 2 \right) - 1 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} \rightarrow A$$

$$2 - \sqrt{3} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} =$$

$$\frac{2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1}{2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{2(2 - \sqrt{3})}{2(2 - \sqrt{3})} = 1$$

۹۹- ساده شده عبارت  $A = \frac{7\sqrt{3} + 12}{3 + \sqrt{12}} - (\sqrt{3} + 1)$  کدام است؟

۱۱

~~$\sqrt{3} + 2$~~

~~$2\sqrt{3}$~~

~~$\sqrt{3}$~~

$\sqrt{3} = 1, \sqrt{3}$

$\sqrt{2} = 1, 2$

۳, ۵ ↑

$$\frac{11, 9 + 12}{4, 4}$$

$$\frac{23, 9}{4, 4}$$

$2, \sqrt{3}$

$$\frac{3, 5}{4, 4}$$

۱۰۰- اگر  $(\frac{4}{a})^{2+\sqrt{2}} = 4$  باشد، حاصل  $a^{-\sqrt{2}}$  کدام است؟

~~$\frac{1}{4} \cdot 2^2$~~

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

۴ (۱)

$x^{2+\sqrt{2}} = x^2 \cdot x^{\sqrt{2}}$

$1 + \sqrt{2}$

$2 + \sqrt{2} = \sqrt{2} (\sqrt{2} + 1)$

$x = 0$

$x^{\sqrt{2}} = 0$

۱۰۱- اگر  $\frac{1}{1+a^3} + \frac{1}{1+b^3} = 1$  و  $a+b=4$  باشد، حاصل  $a^3+b^3$  کدام است؟

۴۸ (۳)

۵۲ (۲)

۵۶ (۱)

۴۲ (۴)

$$\frac{1}{1+a^3+b^3} = \frac{1}{1+a^3+a^3+b^3}$$

۱

$$a^3 b^3 = 1$$

$$ab = 1$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 14$$

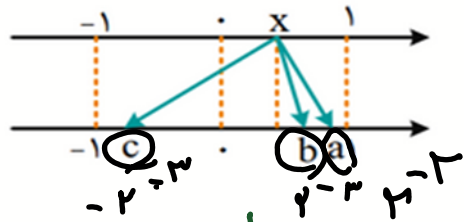
$$a^2 + b^2 = 14 - 2$$

$$a^2 + b^2 = 12$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab) = 4(12 - 1) = 44$$

۱۰۲- در شکل مقابل، نقطه  $x$  از محور بالا، به ریشه‌های مرتبه دوم و سوم خود روی محور پایین وصل شده است. اگر  $fab + c = 0$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

$2 - 2 - 2 = 0$



$2 - \frac{1}{2} = 2 \rightarrow 2 = 2$

باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$
- (۲)  $\sqrt[3]{2}$
- (۳)  $2$
- (۴)  $\sqrt[4]{2}$

اگر  $A = \sqrt{8 + 3\sqrt{7}}$  و  $B = \sqrt{8 - 3\sqrt{7}}$  باشد، حاصل  $(A+B)^3 \sqrt{2\sqrt{2}}$  کدام است؟

$6 \times 4$

$2\sqrt{7} \quad (3)$

$\sqrt{11}$

$4\sqrt{7} \quad (2)$

$9 \quad (1)$

$$(A+B)^2 = 14 + 2\sqrt{11} = 11$$

$\sqrt{11}$  →  $\sqrt[3]{2} \times \sqrt{2} = 4$



۱۰۴ - اگر  $A = \sqrt[4]{24} \times \sqrt[3]{3^4 \sqrt{6}}$  باشد، حاصل  $A^{-1}$  کدام است؟

$$\sqrt[4]{24} \times \sqrt[3]{3^4 \sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow \left( \sqrt[4]{18} \right) \times \left( \sqrt[3]{12} \right)$$

$$\sqrt[4]{18} = \sqrt[4]{2 \times 3^2}$$

$$\sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{2^2 \times 3}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\sqrt[4]{18} \times \sqrt[3]{12}}$$

$$\sqrt[4]{18} = \sqrt[4]{2 \times 3^2}$$

$$\sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{2^2 \times 3}$$

۱۰۵- اگر  $A = \sqrt[4]{(1+3\sqrt{7})^{-1} \times \sqrt[4]{(3+\sqrt{7})^2}}$  ، کدام عدد یک عدد صحیح است؟

$\frac{3}{2^2} A$  (۴)

~~$\frac{3}{2^4} A$  (۳)~~

$\frac{2}{2^3} A$  (۲)

$\frac{1}{2^3} A$  (۱)

$$\sqrt[4]{\frac{14+4\sqrt{7}}{1+3\sqrt{7}}} = \sqrt[4]{\frac{2\sqrt{7}}{1}} \times \sqrt[4]{1} = \sqrt[4]{2} = 2$$

۱۰۶- اگر  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2-x}} - k}$  به طوری که  $D_f = [1, 2)$  مقدار  $k$  کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (۴)$$

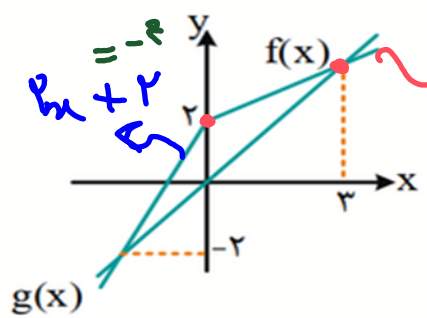
$$-1 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$k = 1$$

۱۰۷- اگر نمودار  $f$  و  $g$  در شکل روبه‌رو آمده باشد به طوری که  $g(x) = x$  و  $h(x) = g \circ f^{-1}(x)$  باشد، آنگاه مقدار  $h(-4) + h(5)$  چه عددی است؟

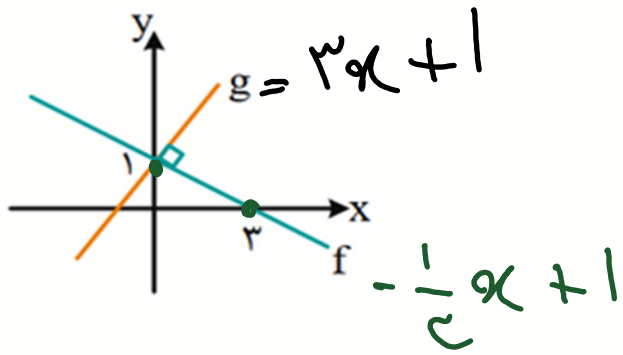


$h(x) = f^{-1}(x)$

$\frac{1}{2}x + 4 = x$

- $-\frac{7}{3}$  (۱)
- $-\frac{14}{3}$  (۲)
- $\frac{4}{3}$  (۳)
- $6$  (۴) ✓

۱۰۸- توابع خطی  $f$  و  $g$  در شکل مقابل آورده شده‌اند. وارون تابع  $y = \frac{f+g}{g-f}$  کدام است؟



$$y^{-1} = \frac{-\Delta x - 3}{4x} \quad (1)$$

$$y^{-1} = \frac{\Delta x - 3}{4x} \quad (2)$$

$$y^{-1} = \frac{-3}{\Delta x - 4} \quad (3)$$

$$y^{-1} = \frac{3}{\Delta x - 4} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\frac{\Delta x + 1}{\frac{1}{2}x} \quad \begin{matrix} x=2 \\ y=3 \end{matrix}$$

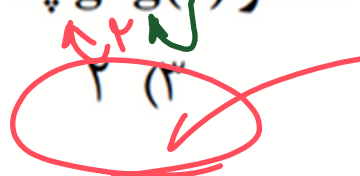
$$\frac{3x + 1}{2x}$$

$$\frac{3}{\Delta x - 4}$$

$$y^{-1} = \frac{-ax + b}{cx - a}$$

۱۰۹- اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + 4\sqrt{x-2}$  باشد، مقدار  $g(g(2))$  چه عددی است؟

(۴) صفر



۲ ۴ (۲)

۱ (۱)

۱۱۰ تابع  $y = \sqrt{2x+5} - 1$  وارون خودش را در نقطه M قطع می کند. جمع مختصات نقطه M کدام است؟

۱ (۴)

$2\sqrt{2}$  (۳)

۴ (۲)

$4\sqrt{2}$  (۱)

$$\sqrt{2x+5} - 1 = x \rightarrow \sqrt{2x+5} = x + 1$$

$$\cancel{\sqrt{2x+5}} = \cancel{x} + 1 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

M / ۲

۱۱۱- وارون تابع  $f(x) = x - 2|x| + |x-1|$  در بزرگ‌ترین بازه‌ای که اکیداً نزولی است، کدام است؟

$$y = \frac{1-x}{2}; -1 \leq x \leq 1 \quad (2)$$

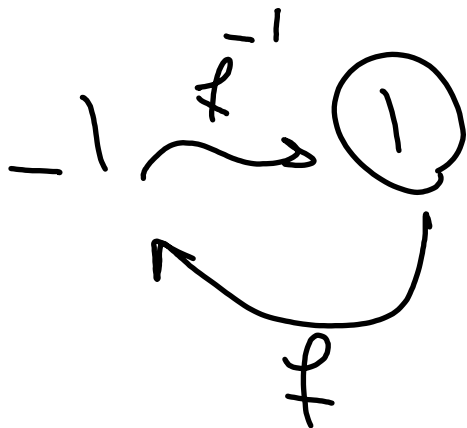
~~$$y = 1 - 2x; 0 \leq x \leq 1 \quad (1)$$~~

~~$$y = 1 - 2x; -1 \leq x \leq 1 \quad (4)$$~~

~~$$y = \frac{1-x}{2}; x \leq 1 \quad (3)$$~~

$$0 < x \leq 1$$

۱ → ۰  
۰ → ۱



$$1 - 2 + 0 = 1$$



۱۱۲ تابع  $f(x) = \frac{mx+6}{x+m+3}$  وارون خودش را در نقاطی به طول  $\alpha$  و  $\beta$  قطع می کند، مقدار  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  کدام است؟

$$\frac{m}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

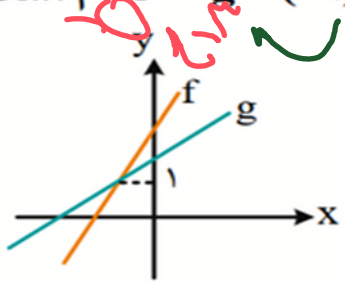
$$-\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{m} \quad (۱)$$

$$x^2 + mx + c = mx + 6 \rightarrow x^2 + cx - 6$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha \beta} = \frac{-c}{-6} = \left( \frac{1}{2} \right)$$

۱۱۳- نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت مقابل است. اگر تابع  $f - ۲g$  ثابت و تابع  $f - ۲g$  همانی باشد، مقدار  $f \circ g^{-1}(-۱)$  کدام است؟



- (۱) -۴
- (۲) -۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

$$f = \alpha x + A = 1$$

$$g(x) = \alpha x + B = 1$$

$$\alpha x + A - 2\alpha x - 2B = x$$

$\alpha = 1$

$$A - 2B = 0$$

$$A = 2B$$

$$\frac{1 - 2B}{\alpha} = 1 - B \rightarrow \boxed{B = ۲}$$

$$g(x) = x + ۲ = -۱$$

$$f(x) = ۳x + ۴$$

۱۱۴ - g تابعی وارون پذیر است، به طوری که  $1 + g(2-x) = f(3+2x)$ ، هرگاه  $f^{-1}(x) + 2g^{-1}(x-1) = k$  مقدار k کدام است؟

$$x = 1 + g(2)$$

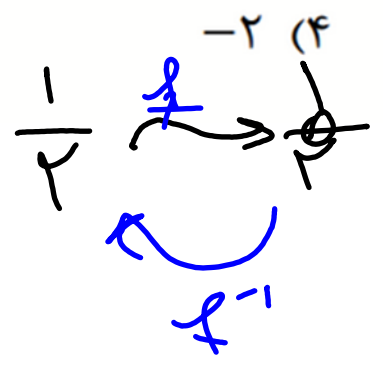
$$1 + g(2) = f(3)$$

$$x + 1 = 3$$

$$f^{-1}(1 + g(2)) = 3$$

3 ✓

۱۱۵- ضابطه وارون تابع  $f(x) = x + [x]$  به صورت  $f^{-1}(x) = x + m \left[ \frac{x}{n} \right]$  است. حاصل  $\frac{m}{n}$  کدام می تواند باشد؟



۲ (۳)

$$\cancel{\frac{1}{2}} + m \left[ \frac{1}{2n} \right] = \cancel{\frac{1}{2}}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} \checkmark$$

۱ (۱)

$$\frac{1}{2}$$

$$n = 1$$



۱ (۱)

$$2 + m \left[ 1 \right] = 1$$

$$\frac{1}{2} \rightarrow \left( \frac{1}{2} \right)$$