

مجموعه  $A = \{x^2 + y^2 \mid x, y \in \mathbb{W}, \log_{0.5}(x+4y) \geq -3\}$  چند عضو دارد؟ -1  
 ۱۵ (۴)      ۱۴ (۳)      ۱۳ (۲)      ۱۲ (۱) ✓

$$\log_b a > c \begin{cases} b > 1 \rightarrow a > b^c \\ b < 1 \rightarrow a < b^c \end{cases} \quad \left. \begin{aligned} x+4y &\leq (0.5)^{-3} = 8 \\ x+4y &> 0 \end{aligned} \right\}$$

$$1 \leq x+4y \leq 8$$

$y=0 \rightarrow x=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$   
 $y=1 \rightarrow x=0, 1, 2, 3, 4$   
 $y=2 \rightarrow x=0$

$x^2 + y^2$   
 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64  
 1, 2, 5, 10, 17  
 4

اگر مجموعه  $[m, m^2]$  شامل ۴۳ عضو صحیح باشد، مجموعه  $(\frac{m}{4}, 9m)$  شامل چند عدد صحیح است؟  $(m \in \mathbb{Z})$  -2  
 ۶۰ (۴)      ۵۹ (۳) ✓      ۶۱ (۲)      ۵۸ (۱)

$$m \in \mathbb{Z} \rightarrow m^2 \in \mathbb{Z}$$

$$m^2 - m = 42 \begin{cases} m = 7 \rightarrow (3, 5, 6, 3) \\ m = -6 \rightarrow (-3, -5, 4) \end{cases}$$

$(3, 5, 6, 3) \rightarrow 4, \dots, 6, 2$   
 $6^2 - 4 + 1 = 59$

بزرگ‌ترین جمله دنباله  $a_n = -2n^2 + 17n + 3$  کدام است؟ -3  
 ۴۱ (۴)      ۴۰ (۳)      ۳۹ (۲) ✓      ۳۹/۱۲۵ (۱)

$$\frac{-17}{-2(2)} = \frac{17}{4} = 4.25$$

$$4 < 4.25 < 5$$

$$a_4 > a_5 \rightarrow a_4 = -32 + 68 + 3 = 39$$

دنباله  $\left\{ \sin(n\pi - \frac{\pi}{4}) \tan(n\pi + \frac{\pi}{4}) \right\}$  با کدام یک از دنباله‌های زیر برابر است؟ -4  
 ~~$\left\{ \cos \frac{n\pi}{4} \right\}$  (۴)~~       ~~$\left\{ \sin \frac{n\pi}{4} \right\}$  (۳)~~       $\{(-1)^{n+1}\}$  (۲) ✓       ~~$\{\cos n\pi\}$  (۱)~~

$$n = 0, 1, 2$$

مقدار  $\sin \frac{\pi}{2} \tan \frac{\pi}{4} \mid \sin \frac{\pi}{2} \tan \frac{5\pi}{4} \mid \sin -\frac{\pi}{2} \tan \frac{\pi}{4}$   
 -1    +1    -1

$d_1 + 4$   
 $\{5, 9, 13, 17, \dots\}$   
 $\{9, 15, 21, 27, \dots\}$   
 $d_2 + 6$

۵- دنباله های حسابی روبه رو چند جمله مشترک کمتر از ۵۰۰ دارند؟

۴۲ (۴)      ۴۰ (۳)      ۳۹ (۲)      ۴۱ (۱)

$d_3 = [d_1, d_2] = [4, 6] = 12$

$a_n = 12n - 3 \rightarrow a_n < 500 \rightarrow 12n - 3 < 500$   
 $n < \frac{503}{12} \approx 41, \dots$   
 $n \leq 41$

۶- در یک دنباله هندسی، جملات دوم، دو برابر جمله پنجم و جمله هشتم تشکیل یک دنباله حسابی می دهند. نسبت بزرگ ترین این اعداد به کوچک ترین آن ها کدام است؟

$7 + 4\sqrt{3}$  (۴) ✓       $4 + 7\sqrt{3}$  (۳)       $17 + 4\sqrt{3}$  (۲)       $3 + 4\sqrt{3}$  (۱)

$a_2, 2a_5, a_8$   
 $4a_5 = a_2 + a_8$   
 $4aq^4 = aq + aq^7 \xrightarrow{\div aq} 4q^3 = 1 + q^6$   
 $q^3 = t \rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3} = q^3$   
 $q > 1 \rightarrow \frac{a_8}{a_2} = q^6 = (q^3)^2 = (2 + \sqrt{3})^2$   
 $q^6 = 7 + 4\sqrt{3}$

۷- حاصل  $A = (1+x+x^2+\dots+x^8)(1-x+x^2-\dots+x^8)$  به ازای  $x = \sqrt{2}$  کدام است؟

۵۱۶ (۴)      ۵۱۲ (۳)      ۵۱۱ (۲) ✓      ۵۰۷ (۱)

$A(x+1)(x-1) = (x-1)(x^8 + x^7 + \dots + 1)(x+1)(x^8 - x^7 + \dots - x + 1)$   
 $A(x^2-1) = (x^9-1)(x^2+1) = x^{18}-1$   
 $\rightarrow A = \frac{x^{18}-1}{x^2-1} \xrightarrow{x=\sqrt{2}} \frac{512-1}{2-1} = A = 511$

۸- اگر برای عدد حقیقی  $a = \frac{2m-1}{m+1}$  داشته باشیم:  $\sqrt{-a+a} > 0$ ، حدود تغییرات  $m$  کدام است؟

$m < -1$  (۴)       $-1 < m < \frac{1}{2}$  (۳) ✓       $1 < m < \frac{1}{2}$  (۲)       $-1 < m < 0$  (۱)

$\sqrt{-a+a} > 0 \xrightarrow{-a} \sqrt{-a} > -a \xrightarrow{\div \sqrt{-a}} 1 > \frac{\sqrt{-a}\sqrt{-a}}{\sqrt{-a}}$   
 $a \leq 0$

$\sqrt{-a} < 1 \rightarrow a \in (-1, 0)$

$-1 < \frac{2m-1}{m+1} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} = 0 \rightarrow m = \frac{1}{2} \\ = -1 \rightarrow 2m-1 = -1-m \rightarrow m = 0 \end{cases} \quad (0, \frac{1}{2})$

اگر  $(a+\sqrt{b})^3 = c+54\sqrt{6}$ ، مقدار  $a^2 - b + c$  کدام است؟  $(a, b, c \in \mathbb{N})$  -9

۱۵۲ (۴)

۱۵۶ (۳)

۱۴۲ (۲)

۱۴۶ (۱) ✓

$$a^3 + 3a^2\sqrt{b} + 3ab + b\sqrt{b} = c + 54\sqrt{6}$$

$$\sqrt{b}(3a^2 + b) + a^3 + 3ab = 54\sqrt{6} + c$$

$$\begin{cases} b=6 \rightarrow c = 64 + 72 = 136 \\ 3a^2 + 6 = 54 \rightarrow 3a^2 = 48 \rightarrow a = 4 \end{cases} \quad | \quad 16 + 136 - 6 = 146$$

در تجزیه عبارت  $x^5 + 1 = (x+1) \cdot A(x)$ ، مجموع ضرایب  $A(x)$  کدام است؟ -10

-1 (۴)

۲ (۳)

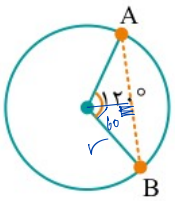
صفر (۲)

۱ (۱) ✓

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$$

$$P(1) = a_n + a_{n-1} + \dots + a_0$$

$$A(x) = \frac{x^5 + 1}{x + 1} \rightarrow A(1) = \frac{1^5 + 1}{1 + 1} = 1$$



در دایره روبه‌رو با شعاع  $r$ ، اختلاف طول کمان  $AB$  و وتر  $AB$ ،  $2$  واحد است. اگر  $\sqrt{3} = 1/7$  و  $\pi = 3/15$  باشد،  $r$  کدام است؟ -11

۶ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳) ✓

۸ (۴)

$$\overline{AB} = \frac{2\pi r \theta}{360} \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{AB} = \frac{6.3r \times 120}{360} = 2.1r \\ \overline{AB} = 2 \sin \frac{\theta}{2} \times r \end{array} \right.$$

$$\overline{AB} = 2 \sin \frac{\theta}{2} \times r \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{AB} = \sqrt{3}r = 1.7r \end{array} \right.$$

$$2.1r - 1.7r = 0.4r = 2 \rightarrow r = 5$$

اگر  $\frac{\pi}{6} < x \leq \frac{3\pi}{4}$  باشد و  $\cos 2x = \frac{1}{2^{m-1}}$ ، حدود  $m$  کدام است؟ -12

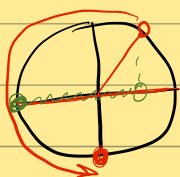
$\mathbb{R} - (0, \frac{3}{2}]$  (۴) ✓

$[0, \frac{4}{3}]$  (۳)

$[\frac{1}{2}, +\infty)$  (۲)

$(-\infty, 0]$  (۱)

$$x^2 \rightarrow \frac{\pi}{3} < 2x \leq \frac{3\pi}{2}$$



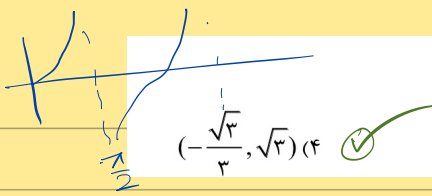
$$-1 < \cos 2x < \frac{1}{2}$$

$$-1 < \frac{1}{2^{m-1}} < \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow m = 0.5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2^{m-1}} = \frac{1}{2} \rightarrow m = 1.5 \\ = -1 \rightarrow \frac{1}{2^{m-1}} = -1 \rightarrow m = 0 \end{array} \right.$$

$$(-\infty, 0] \cup (1.5, +\infty) = \mathbb{R} - (0, \frac{3}{2}]$$



۱۳- اگر  $-\frac{4\pi}{9} < x < \frac{5\pi}{18}$  باشد، مقدار  $\tan 3x$  در کدام بازه است؟

$(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3})$  (۴) ✓

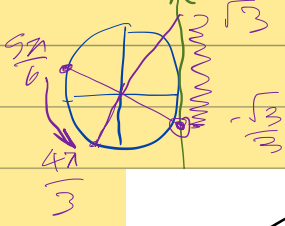
$(-\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$  (۳)

$(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$  (۲)

$(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$  (۱)

$\frac{5\pi}{6} < 3x < \frac{4\pi}{3}$

$\frac{5\pi}{6} < 3x < \frac{4\pi}{3}$



$-\frac{\sqrt{3}}{3} < \tan 3x < \sqrt{3}$

۱۴- اگر  $\tan 36^\circ = \frac{3}{4}$  باشد، حاصل  $\frac{2\sin 306^\circ + \cos 216^\circ}{\sin 54^\circ + 2\sin 324^\circ}$  کدام است؟

۶ (۴) ✓

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۴ (۱)

$$\frac{2\sin(270+36) + \cos(180+36)}{\sin(90-36) + 2\sin(360-36)} = \frac{-2\cos 36 - \cos 36}{\cos 36 - 2\sin 36} = \frac{3\cos 36}{2\sin 36 - \cos 36}$$

$$\div \cos 36^\circ \rightarrow \frac{3}{2\tan 36 - 1} = \frac{3}{1.5 - 1} = \frac{3}{0.5} = 6$$

۱۵- اگر  $\cot x = 3$  باشد، مقدار  $\sin^6 x + \cos^6 x$  کدام است؟

۰.۷۲ (۴)

۰.۶۷ (۳)

۰.۷۶ (۲)

۰.۷۳ (۱) ✓

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\rightarrow 1 - 3\left(\frac{1}{10}\right)\left(\frac{3}{10}\right) = 1 - \frac{27}{100} = \frac{73}{100} = 0.73$$

$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$   
 $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$

۱۶- باقی مانده تقسیم  $-7 - 6x^2 + 5x^3 - x^4$  بر  $x^2 + 1$  به صورت  $ax + b$  است. مقدار  $a^2 - b$  کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۹ (۳)

۳۷ (۲) ✓

۳۶ (۱)

$$f(x) = Q(x)P(x) + R(x) \quad | \quad x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1$$

$$Q(x) = 0 \quad | \quad (x^2)^2 - 5(x)(x^2) + 6x^2 - 7$$

$$\begin{cases} a=5 \\ b=-12 \end{cases} \quad | \quad a^2 - b = 25 + 12 = 37$$

$$= (-1)^2 - (-1)(5)(-1) + 6(-1) - 7$$

$$= 1 + 5 - 6 - 7 = 5x - 12$$

۱۷- اگر دوره تناوب توابع  $f(x) = \sin(ax) - |a|$  و  $g(x) = \cos \frac{fx}{a}$  یکسان باشند، حداقل مقدار  $f$  کدام است؟

صفر (۴)

-۱ (۳)

-۳ (۲) ✓

-۲ (۱)

$$T_g = T_f = \frac{2\pi}{|\frac{4}{a}|} = \frac{2\pi}{|a|}$$

$$\rightarrow \frac{4}{|a|} = |a| \rightarrow |a| = 2 \rightarrow a = \pm 2$$

$$f = \sin ax$$

$$T_f = \frac{2\pi}{|a|}$$

$$\rightarrow f(x) = \sin(\pm 2x) - 2 \Rightarrow \min(f) = -1 - 2 = -3$$

۱۸- نمودار تابع  $f(x) = a \cos(bx) + d$  به شکل مقابل است. حاصل  $ad + b$  کدام می‌تواند باشد؟

۸ (۱)  
۲ (۲)  
-۲ (۳) ✓  
-۶ (۴)

$$2T = \pi \rightarrow T = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = 4$$

$$\cos \pi = \cos -\pi \rightarrow f(x) = a \cos(4x) + d$$

$$\begin{cases} -2(-1) \pm 4 = 2 \pm 4 \\ \downarrow \\ -2 \end{cases}$$

$$d = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{-3 + 1}{2} = -1 \quad | \quad f(x) = \pm 2 \cos 4x - 1$$

$$|a| = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{1 - (-3)}{2} = 2 \quad | \quad \begin{matrix} -\otimes \\ +\otimes \end{matrix} \rightarrow f(x) = \frac{-2}{a} \cos \frac{4x}{b} - \frac{1}{d}$$

۱۹- اگر نمودار تابع  $f(x) = a \sin(x - \frac{\pi}{4}) + b$  به شکل مقابل باشد، مقدار  $c$  کدام است؟

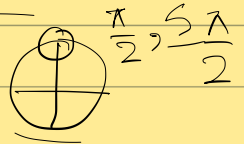
$\frac{11\pi}{4}$  (۲) ✓  
 $3\pi$  (۴)

$\frac{3\pi}{4}$  (۱)  
 $\frac{7\pi}{4}$  (۳)

$$f(c) = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = -\frac{\sqrt{2}a}{2} + b \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\sin(\frac{-\pi}{4}) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f(x) = -\sin(x - \frac{\pi}{4}) + 1 = 0 \rightarrow \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 1$$

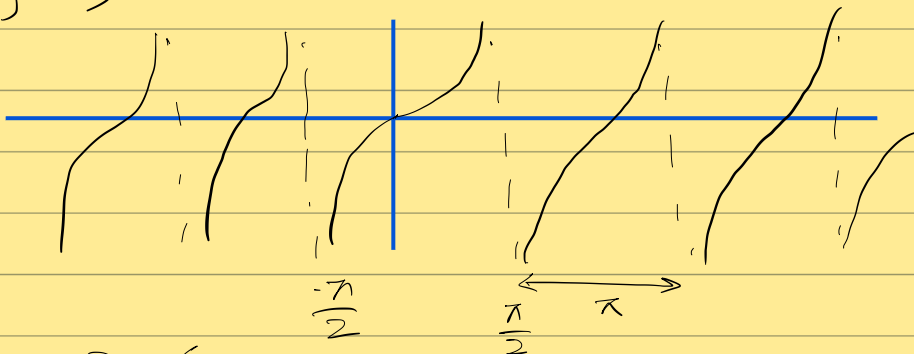


$$x - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{2} \rightarrow x = \frac{11\pi}{4}$$

۲۰- تابع  $y = \tan(2x - \frac{\pi}{3})$  در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

$(\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{6})$  ✓  
 $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$  (۲)  
 $(-\frac{\pi}{3}, 0)$  (۳)  
 $(0, \frac{\pi}{3})$  (۱)

$$\tan x = y$$



$$2x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{(2k+1)\pi}{2}$$

$$= k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$2x \neq k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

$$x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{12}$$

$$x \neq \frac{5\pi}{12} = \frac{2.5\pi}{6}$$

$$x \neq \frac{-\pi}{12} = \frac{-0.5\pi}{6}$$

$$D_{\tan} = \mathbb{R} - \left\{ x = \frac{(2k+1)\pi}{2} \right\}$$