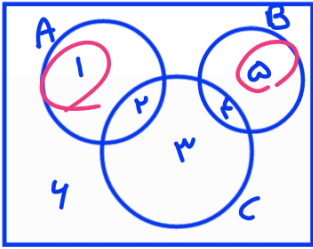


۱- پیشامدهای A و B و C از فضای نمونه S انتخاب شده‌اند. اگر $A \cap B = \emptyset$ و $A \cap C \neq \emptyset$ و $B \cap C \neq \emptyset$ باشد کدام گزینه درست است؟



~~$A \cup B = C$ (۱) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$~~

~~$A - C = A - B$ (۲) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$~~

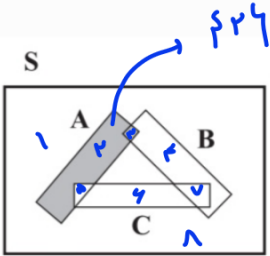
~~$(A \cap C) \cup B = A$ (۳)~~

$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$ (۳)

~~$\{1, 2, 3, 4, 5\} \neq \{1, 2, 3, 4, 5\}$~~

~~$\{1, 2, 3, 4, 5\} - \{3, 4, 5\}$~~

$\{1, 5\} = \{1, 4, 5\} - \{4, 5\}$
 $\{1, 5\}$



۲- اگر A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه S باشند، ناحیه رنگی کدام است؟

$\{2, 3, 4, 5, 6\}$

~~$(A - C) \cup (A - B)$ (۱)~~

$\{2, 3, 4, 5, 6\} = [C' - (B - A)] - A'$ (۲)

~~$[A \cap (B - C)] \cup [B' - C]$ (۳)~~

~~$A \cup B$ (۴)~~

~~$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$~~

$\{5, 6\} \cup \{1, 2, 3, 4\}$

$B' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{5, 6, 7, 8\}$

$C' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} - \{4, 5, 6, 7, 8\} = \{1, 2, 3\}$

$A' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{7, 8\}$

۳- اگر ماه‌های سال را فضای نمونه در نظر بگیریم و به تصادف یک ماه انتخاب کنیم، با توجه به پیشامدهای زیر کدام گزینه نادرست است؟

(الف) پیشامد A اینکه دومین ماه یکی از فصل‌ها انتخاب شده باشد.

(ب) پیشامد B اینکه یکی از ۳ ماه فصل بهار یا آخرین ماه سال انتخاب شده باشد.

(ج) پیشامد C اینکه یکی از دو ماه اول تابستان یا یکی از دو ماه آخر فصل پاییز انتخاب شده باشد.

(۱) پیشامدهای B و C ناسازگارند. *درسته*

(۲) پیشامدهای A و C سازگارند. *درسته*

(۳) پیشامد A-B دو عضو دارد. *درسته*

(۴) پیشامد AUC، ۶ عضو دارد. *درسته*

$A - B = A$
 ۴ عضو

$A = \{ \text{بهمن, آبان, مرداد, اردیبهشت} \}$

$B = \{ \text{اسفند, خرداد, اردیبهشت, فروردین} \}$

$C = \{ \text{آذر, آبان, مرداد, تیر} \}$

$A \cup C = \{ \text{آبان, خرداد, اردیبهشت, مرداد, تیر} \}$

انتخاب نمی

۴- خانواده ای دارای ۴ فرزند است. اگر A پیشامد حداقل ۳ فرزند خانواده دختر باشد، آنگاه پیشامد A با کدام یک از پیشامدهای زیر ناسازگار است؟

(۲) همگی دختر باشند.

(۴) هم جنس باشند.

(۱) حداقل یک فرزند پسر باشد.

(۳) یکی در میان دختر و پسر باشند.

$$A = \left\{ (D > D > D) (D > D > S) (D > S > D) (D > S > S) (S > D > D) (S > D > S) (S > S > D) (S > S > S) \right\}$$

۵- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر رو ظاهر شود آنگاه تاس را می‌ریزیم و در غیر این صورت یکبار دیگر سکه می‌اندازیم. پیشامد آن که سکه رو و تاس عدد اول بیاید، چند عضو دارد؟

(۴) ۲

(۳) ۳ ✓

(۲) ۴

(۱) ۵



$$A = \left\{ (1, 2) (1, 4) (1, 6) \right\}$$

۶- سکه‌ای را به صورت متوالی پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که در بار ششم برای چهارمین بار «پشت» بیاید کدام است؟

(۴) $\frac{1}{64}$

(۳) $\frac{1}{32}$

(۲) $\frac{5}{32}$ ✓

(۱) $\frac{3}{64}$

ششم
پنجم
چهارم
سوم
دوم
تاس اول

$$n(A) = \binom{5}{3} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

$$P(A) = \frac{10}{64} = \frac{5}{32}$$

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰

۷- از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰، دو عدد به صورت تصادفی انتخاب می‌کنیم، با کدام احتمال حاصل ضرب این دو عدد مضرب ۱۰ است؟

$$n(S) = \binom{20}{2} = \frac{20 \times 19}{2 \times 1} = 190$$

(۳) $\frac{77}{19}$

$$n(A) = \binom{20}{2} - \binom{10}{2} = 190 - 45 = 145$$

$$n(A) = 37 + \binom{2}{1} \times \binom{1}{1} = 37 + 14 = 51$$

$$P(A) = \frac{51}{190}$$

۸- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار و $P(A) = \frac{4}{9}$ و $P(B-A) = \frac{3}{7}$ باشند. مقدار $P((A \cup B)')$ کدام است؟

$\frac{12}{63}$ (۴)

$\frac{51}{63}$ (۳)

$\frac{25}{63}$ (۲)

$\frac{8}{63}$ (۱) ✓

$A \cap B = \emptyset$

$P(A \cap B) = 0$

~~$P(B-A) = P(B) - P(A \cap B)$~~

~~$\frac{3}{7} = P(B) - 0$~~

~~$P(B) = \frac{3}{7}$~~

$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$

$P(A \cup B)' = 1 - \frac{55}{63} = \frac{43-55}{63} = \frac{1}{63}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $P(A \cup B) = \frac{4}{9} + \frac{3}{7} = \frac{28+27}{63} = \frac{55}{63}$

۹- سه نفر در یک شرکت کار می‌کنند، با کدام احتمال حداقل دو نفر از آن‌ها در یک ماه استخدام شده‌اند؟

$\frac{25}{144}$ (۴)

$\frac{19}{72}$ (۳)

$\frac{17}{72}$ (۲) ✓

$\frac{5}{26}$ (۱)

$P(\text{حداقل دو نفر در یک ماه}) = 1 - P(\text{هیچ‌کس در یک ماه}) = 1 - \frac{55}{72} = \frac{72-55}{72} = \frac{17}{72}$

$n(S) = \frac{12}{1} \times \frac{12}{1} \times \frac{12}{1} = 12^3$

$n(A') = \frac{12}{1} \times \frac{11}{1} \times \frac{10}{1}$
 $\rightarrow P(A') = \frac{12 \times 11 \times 10}{12^3} = \frac{11 \times 10}{12 \times 12} = \frac{55}{72}$

۱۰- از جعبه‌ای شامل ۴ مهره سبز، ۵ مهره آبی و ۳ مهره قرمز، به تصادف ۳ مهره انتخاب می‌کنیم، با کدام احتمال در میان مهره‌های انتخابی حداقل یک مهره آبی وجود دارد؟

$\frac{41}{44}$ (۴)

$\frac{39}{44}$ (۳)

$\frac{37}{44}$ (۲) ✓

$\frac{25}{44}$ (۱)

$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1}$

$\rightarrow P(A') = \frac{5 \times 4}{12 \times 11 \times 10} = \frac{5}{33}$

$n(A') = \binom{5}{3} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1}$

$P(A) = 1 - \frac{5}{33} = \frac{28}{33}$

۱۱- تابع f به هر عدد حقیقی x مجموع (دو برابر مربع عدد x ، سه برابر قرینه عدد x و عدد حقیقی a) را نسبت می‌دهد. اگر این تابع به $\sqrt{3}+1$ عدد ۳ را نسبت دهد، به ۳ چه عددی را نسبت می‌دهد؟

درجی خط

$f(x) = 2x^2 + 3(-x) + a$ $f(x) = 2x^2 - 3x - 2 - \sqrt{3}$ $7 - 3\sqrt{3}$ (۲) $7 - \sqrt{3}$ (۱)
 $f(\sqrt{3}+1) = 3 \rightarrow 2(\sqrt{3}+1)^2 - 3(\sqrt{3}+1) + a = 3$
 $2(3 + 2\sqrt{3} + 1) - 3\sqrt{3} - 3 + a = 3$
 $4 + 4\sqrt{3} + 2 - 3\sqrt{3} - 3 + a = 3$
 $5 + \sqrt{3} + a = 3 \rightarrow a = -2 - \sqrt{3}$
 $f(3) = 2(3)^2 - 3(3) - 2 - \sqrt{3} = 18 - 9 - 2 - \sqrt{3} = 7 - \sqrt{3}$

۱۲- تابع $f(x) = (x^2 + 1)\sqrt{x-1}$ ، با دامنه $D_f = \{5, 2m\}$ و برد $R_f = \{0, \frac{5}{m}\}$ مفروض است. حاصل $\frac{n}{m}$ کدام است؟

$f(x) = (x^2 + 1)\sqrt{x-1} = 5x$
 $f(1) = (1+1)\sqrt{0} = 0$
 $R_f = \{0, \frac{5}{1}\}$
 $D_f: x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$
 $m = 1$
 $n = 1$
 $\frac{1}{1} = 1$

۱۳- به ازای چند مقدار صحیح k ، تابع خطی $f(x) = (\frac{12-3k}{5})x - 3 - k$ از ناحیه دوم مختصات نمی‌گذرد؟

$\frac{12-3k}{5} \geq 0 \rightarrow 12-3k \geq 0$
 $-\frac{3k}{5} \geq -\frac{12}{5}$
 $k \leq 4$
 $-3-k < 0$
 $-k < 3$
 $k > -3$
 $-3 < k \leq 4$
 $k = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

$$k\left(\frac{1}{2}\right) + 3 + k = -18$$

۱۴- تابع خطی $f(x) = mx + n$ با خط $3x - 6y = k$ برخوردی ندارد و تابع f از نقطه $(4, 5)$ می‌گذرد. مقدار $2m + n + k$ کدام یک از گزینه‌ها

موازی هستند
کاملاً موازی

$$-4y = -2m + k \Rightarrow y = \frac{1}{4}m - \frac{k}{4}$$

نمی‌تواند باشد؟

-۱۴ (۲) ✓

۱۴ (۳)

-۱۲ (۲)

۱۲ (۱)

$$f(k) = 0$$

$$0 = m(k) + n$$

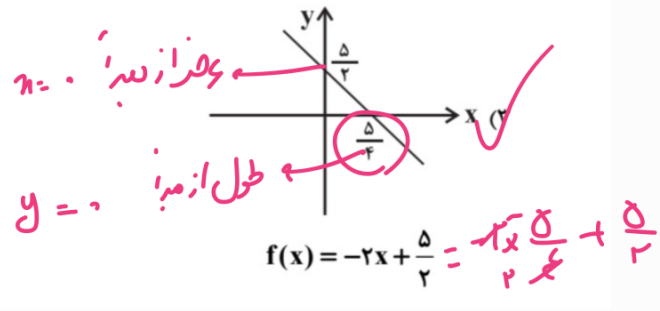
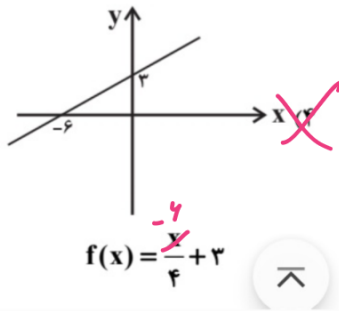
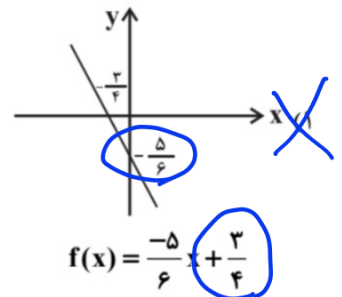
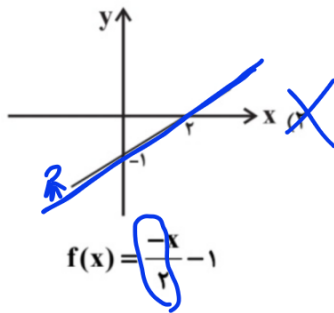
$$k \cdot \frac{1}{4} + n = 0 \rightarrow 2 + n = 0$$

$$n = -2$$

$$-\frac{k}{4} \neq \frac{3}{6}$$

$$-k = 18 \rightarrow k = -18$$

۱۵- در کدام گزینه ضابطه تابع خطی با نمودار رسم شده مطابقت دارد؟



۱۶- یک شرکت برای تولید x کالا طبق رابطه $C(x) = 400 + 20x$ بر حسب تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۶۰ تومان می‌فروشد، این شرکت حداقل

$$R(n) = 40n$$

هزینه

$$P(n) = R(n) - C(n) > 0$$

چه تعداد از این کالا را بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

$$40n - 400 - 20n > 0$$

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۱ (۱) ✓

$$40n - 400 - 20n > 0 \rightarrow 20n > 400 \rightarrow n > 20 \rightarrow n > 20$$

$$40n - 400 > 0$$

۱۷- اگر تابع خطی $f(x) = 2x + 3$ با دامنه $a \leq x \leq 7$ و برد $5 \leq y \leq 16 + a$ حاصل $f(a+b)$ کدام است؟

$$f(1+3) = f(4) = ?$$

$$f(4) = 2(4) + 3$$

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲) ✓

۱۰ (۱)

$$f(a) = 5$$

$$f(v) = 14 + a$$

$$2a + b = 5$$

$$\cancel{2(v)} + b = 14 + a \rightarrow a - b = 14 - 14$$

$$\begin{cases} 2a + b = 5 \\ a - b = -2 \end{cases} \rightarrow 3a = 3 \rightarrow a = 1$$

$$-b = -3 \rightarrow b = 3$$

۱۸- تابع خطی $f(x) = (m-1)x + n$ محور طولها را در نقطه‌ای به طول ۲ و محور عرضها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع می‌کند. $f(m) + f(n)$

$$f(2) = 0 \quad f(0) = 4$$

کدام است؟

$$f(x) = ax + b$$

$$\frac{1}{10} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{10} \text{ (۳)}$$

$$10 \text{ (۲)}$$

$$-10 \text{ (۱)}$$

$$a = \frac{-4 - 0}{0 - 2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$f(x) = 2x + b \rightarrow f(x) = 2x - 4$$

$$f(m) = f(2) = 2(2) - 4 = 0 \quad f(n) = (m-1)n + n \quad n = -4$$

$$f(n) = f(-4) = 2(-4) - 4 = -12$$

$$m-1 = 2 \rightarrow m = 3$$

۱۹- اگر تابع خطی $f(x) = -(2k+1)x - \frac{2k+3}{4}$ به ازای همه مقادیر k از نقطه (α, β) بگذرد، مقدار $\frac{(\beta+\alpha)^2}{2}$ کدام است؟

$$f(\alpha) = -\alpha - \frac{3}{2}$$

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$f(\alpha) = \beta$$

$$k=0 \rightarrow f(x) = -x - \frac{3}{4}$$

$$\beta + \alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{4} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{9}{32} \text{ (۲)}$$

$$\frac{16}{9} \text{ (۱)}$$

۲۰- در تابع خطی f ، اگر $2f(1) + f(-1) = 3$ و $f(2) = -7$ باشد، نمودار تابع از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

$$2(a+b) - a + b = 3$$

$$f(x) = -3x + 2$$

$$f(x) = ax + b$$

$$f(1) = a + b$$

$$2a + 2b - a + b = 3$$

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

$$f(-1) = -a + b$$

$$f(2) = 2a + b$$

$$a + 3b = 3$$

$$-3a - 9b = -9$$

$$3a + b = -3$$

$$-11b = -14 \rightarrow b = 2$$

$$a + 3(2) = 3$$

$$a = -3$$