

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$S = \frac{(a+b)(b-a+d)}{2d}$$

عدد اول $\rightarrow a$
عدد آخر $\rightarrow b$

۱- مجموع اعداد طبیعی سه رقمی مضرب ۷ کدام است؟

$$70326 \quad (2)$$

$$a = 91 + 7 + 7 = 105$$

$$70343 \quad (1)$$

$$70322 \quad (4)$$

$$b = 700 + 280 + 7 + 7 = 994$$

$$70329 \quad (3)$$

$$S = \frac{(105+994)(994-105+7)}{14} = \frac{1099 \times 896}{14} = \frac{64 \times 448 \times 1099}{14} = 64 \times 1099$$

۲- در یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۲، مجموع سی جمله اول را S_1 و مجموع سی جمله دوم را S_2 می‌نامیم. $S_2 = S_1$ کدام است؟

$$S_{60} = S'_{30} + S_{30} \quad \left| \quad S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d) \right.$$

$$1800 \quad (2)$$

$$1870 \quad (1)$$

$$S'_{30} = S_{60} - S_{30}$$

$$920 \quad (4)$$

$$2000 \quad (3)$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ S_2 & S_3 & S_1 \end{matrix}$$

$$= 30(59d - 29d) = 900d \xrightarrow{d=2} 1800$$

$$S_2 - S_1 = S_3 - 2S_1 \rightarrow 30(2a + 59d) - 30(2a + 29d)$$

۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، جواب‌های معادله $ax^2 + 3x + a^2 = 6$ قرینه معکوس یکدیگرند؟

α, β

$$\beta = \frac{-1}{\alpha}$$

$$\{-2, 3\} \quad (2)$$

$$a^2n^2 + 3an + a^2 - 6 = 0$$

$$P < 0 \implies \Delta > 0$$

$$\{2, -3\} \quad (1)$$

$$\rightarrow \alpha\beta = -1 = P = \frac{c}{a} \quad \{-3\} \quad (4)$$

$$\{3\} \quad (3)$$

$$\frac{a^2 - 6}{a} = -1 \rightarrow a^2 + a - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ a = 2 \end{cases}$$

۴- ریشه‌های معادله $ax^2 + ax + b = 0$ ، از دو برابر ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 5 = 0$ ، یک واحد بیشتر است. $a = b$ کدام است؟

$$\begin{matrix} -12 \\ -30 \\ +18 \end{matrix} \quad \left| \quad x^2 - S_n + P = 0 \right.$$

$$20 \quad (2) \quad S_n = 3 + 2\sqrt{6} + 3 - 2\sqrt{6} = 6 \quad 12 \quad (1)$$

$$22 \quad (4) \quad P_n = (3 + 2\sqrt{6})(3 - 2\sqrt{6}) = 9 - 24 = -15 \quad 18 \quad (3)$$

$$\Rightarrow \Delta = 4 - 4(5) = 24 \quad \left| \quad \begin{matrix} x^2 - 6x - 15 = 0 \\ \times 2 \rightarrow 2x^2 - 12x - 30 = 0 \end{matrix} \right.$$

$$\frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 1 \pm \sqrt{6} \xrightarrow{\times 2} 2 \pm 2\sqrt{6} \xrightarrow{+1} 3 \pm 2\sqrt{6}$$

۵- اگر $\alpha + 1$ و $\beta + 1$ ریشه‌های معادله $2x^2 + 5x + 1 = 0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله $2\alpha + 2\beta$ و $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ هستند؟

2S
P/S

$$\alpha + 1 + \beta + 1 = \frac{-5}{2} = -2.5$$

$$\alpha + \beta = S = -4.5$$

$$\alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = 0.5$$

$$\alpha\beta = 4 \rightarrow P = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} -9, \frac{-4.5}{4} = \frac{-9}{8} \end{array} \right\}$$

$$S_n = -9(1 + \frac{1}{8}) = -\frac{81}{8} \text{ و } P_n = \frac{81}{8}$$

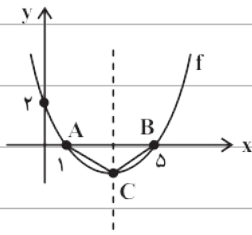
$$18x^2 - 40x + 11 = 0 \quad (2)$$

$$18x^2 + 10x + 11 = 0 \quad (1)$$

$$4x^2 - 10x + 11 = 0 \quad (4)$$

$$18x^2 + 11x + 11 = 0 \quad (3)$$

۶- در سهمی f، مساحت مثلث ABC کدام است؟



$$S_{\Delta} = \frac{|y_C| \times |AB|}{2} = 2|y_C| \quad (1)$$

$$S_{\Delta} = 1.6 \times 2 = 3.2 = \frac{16}{5}$$

$$\frac{16}{5} \quad (3)$$

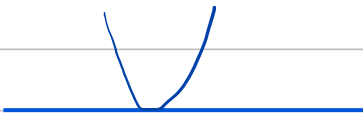
$$f(x) = A(x-1)(x-5)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \in f \rightarrow 2 = A(-1)(-5) \rightarrow A = 0.4 \end{array} \right\}$$

$$f(x) = 0.4(x^2 - 6x + 5)$$

$$y_C = f(3) = 0.4(-9 + 5) = -1.6$$

۷- کمترین مقدار سهمی $y = -(k-2)x^2 - kx + \frac{1}{4}$ برابر صفر است. مجموعه مقادیر k کدام است؟



$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0 \\ \Delta = 0 \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} -(k-2) > 0 \\ \rightarrow k < 2 \end{array}$$

$$\{-2\} \quad (2)$$

$$\{1\} \quad (1)$$

$$\{-2, 1\} \quad (4)$$

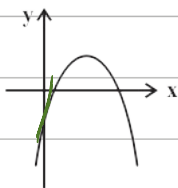
$$\emptyset \quad (3)$$

$$k^2 = 4 \times \frac{1}{4} (2-k) = 2-k$$

$$\rightarrow k^2 + k - 2 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} k=1 \rightarrow y = x^2 - x + \frac{1}{4} = (x - \frac{1}{2})^2 \\ k=-2 \rightarrow y = 4x^2 + 2x + \frac{1}{4} = (2x + \frac{1}{2})^2 \end{array} \right.$$

۸- اگر نمودار $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، علامت a، b، c به ترتیب ... ، ... ، ... است.

(۱) مثبت، منفی، مثبت



(۲) منفی، مثبت، منفی

(۳) مثبت، مثبت، مثبت

(۴) مثبت، مثبت، منفی

$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{array} \right.$$

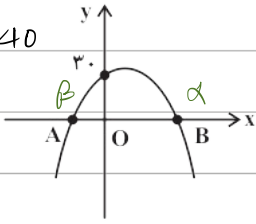
۹- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx + c$ به شکل زیر مفروض است. اگر $S(1, k)$ رأس سهمی بوده و $\Delta(OA) = 2(OB)$ باشد،

$$5|B| = 3\alpha \rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{-5}{3} \rightarrow \alpha = \frac{-5}{3}\beta$$

30

حاصل abc کدام است؟

$$-2 \times 4 \times 30 = -240$$



$$\beta = -3 \rightarrow \alpha = 5 \quad | \quad S = 2$$

$$P = -15$$

$$x^2 - 2x - 15$$

-600 (۴)

$$y = -2x^2 + 4x + 30$$

-۳۱۰ (۳)

$$\frac{-b}{2a} = 1 \rightarrow b = -2a$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-2a}{-a} = 2 = \alpha + \beta \rightarrow \beta + \frac{-5}{3}\beta = \frac{-2\beta}{3} = 2$$

$$\beta = -3$$

$$\frac{6n+3}{n+2} = \frac{6(n+2)-9}{n+2} = 6 - \frac{9}{n+2}$$

۱۰- ریشه معادله $\frac{2(\frac{2x+1}{x+2})+2}{2(\frac{3x+1}{x+2})+2} = 1$ کدام است؟

$$\frac{6n+2}{n+2} = 6 - \frac{10}{n+2}$$

$$\frac{-1}{n+2} = t \rightarrow \frac{8+9t}{9+10t} = 1$$

$$10t+9 = 9t+8 \rightarrow t = -1$$

$$t = -1 = \frac{-1}{n+2} \rightarrow n+2 = 1 \rightarrow n = -1$$

$$-1 (۳)$$

۱۱- تعداد جوابهای حقیقی متمایز معادله $\frac{(x^2+1)^2}{x} + \frac{(x^2-x+1)^2}{x} - 5 = 0$ کدام است؟

$$\left(n + \frac{1}{n}\right)^2 + \left(n - 1 + \frac{1}{n}\right)^2 - 5 = 0$$

$$n + \frac{1}{n} = t$$

$$t^2 + (t-1)^2 - 5 = 0 \rightarrow 2t^2 - 2t - 4 = 0 \xrightarrow{:2} t^2 - t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 & n + \frac{1}{n} = -1 \rightarrow \emptyset \\ t = 2 & n + \frac{1}{n} = 2 \rightarrow n = 1 \end{cases}$$

۱۲- محمد کاری را به تنهایی ۷ ساعت زودتر از علی انجام می دهد. اگر علی نصف کار را به تنهایی و نصف دیگر کار را به کمک محمد انجام دهد،

$$t' = t - 7$$

کار در ۲۰ ساعت تمام می شود. علی کار را به تنهایی در چند ساعت انجام می دهد؟

t	w	t''	w
$\frac{t}{2}$	$\frac{w}{2}$	$\frac{t''}{2}$	$\frac{w}{2}$

$t'' \rightarrow$ با هم کار کنند

$$\frac{1}{t''} = \frac{1}{t} + \frac{1}{t'} \rightarrow t'' = \frac{t t'}{t + t'}$$

$$\frac{t}{2} + \frac{t''}{2} = 20 \rightarrow t + t'' = 40$$

$$t + \frac{t(t-7)}{t+t-7} = t + \frac{t^2-7t}{2t-7} = 40 \quad \left| \frac{3t^2-14t}{2t-7} = 40 \right.$$

$$3t^2 - 94t + 280 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} 84, \frac{10}{3} \\ t = 3.33h \\ t = 28h \end{array} \right.$$

۱۳- اگر معادله $x - 4\sqrt{x-3} + m - 2 = 0$ دو جواب حقیقی متمایز داشته باشد، حدود m کدام است؟

$$x - 4\sqrt{x-3} + m - 2 = 0$$

$$m < 3 \quad (۲)$$

$$t^2 - 4t = 0 \begin{cases} t=0 \\ t=4 \end{cases}$$

$$-1 \leq m < 3 \quad (۱)$$

$$x-3 - 4\sqrt{x-3} + m+1 = 0$$

$$-1 < m < 3 \quad (۴)$$

$$m \geq 1 \quad (۳)$$

$$\sqrt{x-3} = t \geq 0$$

$$t^2 - 4t + m + 1 = 0$$

$$\Delta > 0$$

$$\Delta > 0 \rightarrow 16 - 4m - 4 > 0 \rightarrow 12 > 4m \rightarrow m < 3$$

$$S > 0 \quad \checkmark$$

$$P \geq 0 \quad m+1 \geq 0 \rightarrow m \geq -1 \rightarrow m \in [-1, 3)$$

۱۴- اگر $x = 8$ جواب معادله $\sqrt{-4x+4+x^2} = 2x-a$ باشد، ریشه دیگر معادله کدام است؟

$$۴ \quad (۲)$$

$$x^2 - 4x + 4$$

$$۲ \quad (۱)$$

ریشه دیگری ندارد. (۴) \checkmark

$$(x-2)^2$$

$$۶ \quad (۳)$$

$$2x - a = |x - 2| \quad x=8 \rightarrow 16 - a = 6 \rightarrow a = 10$$

$$2x - 10 = |x - 2| \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \rightarrow x = 8 \\ x < 2 \rightarrow 2x - 10 = 2 - x \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = 4 \end{cases}$$

$$2 \neq 2$$

۱۵- اگر $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3}$ کدام است؟

$$\begin{matrix} \equiv \\ -1 \quad (۲) \\ \text{A} \\ \text{2} \quad (۴) \end{matrix}$$

$$x = 3 \quad -2 \quad (۱)$$

$$1 \quad (۳)$$

$$A(2) = (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3})$$

$$2A = (x+1) - (x-3) = 4 \rightarrow A = 2$$

۱۶- جواب معادله $\sqrt{x+2} + 4\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2} - 4\sqrt{x-2} = 6$ در کدام بازه قرار دارد؟

$$(۳, ۶) \quad (۲)$$

$$(۰, ۳) \quad (۱)$$

$$(۱۰, ۱۳) \quad (۴)$$

$$(۷, ۱۰) \quad (۳)$$

$$2(x+2) + 2\sqrt{(x+2)^2 - 16(x-2)} = 36$$

$$x^2 + 4x + 4 - 16x + 32$$

$$x^2 - 12x + 36 = (x-6)^2$$

$$2(x+2) + 2|x-6| = 36$$

$$x + |x-6| = 16$$

$$x \geq 6 \rightarrow 2x = 22 \rightarrow x = 11$$

$$x < 6 \rightarrow -6 = 16 \quad \#$$

۱۷- اگر مجموعه جواب نامعادله $|2x-1| \leq x+5$ به صورت $[a, b]$ باشد، حاصل ab کدام است؟

۶ (۲)

-۶ (۱)

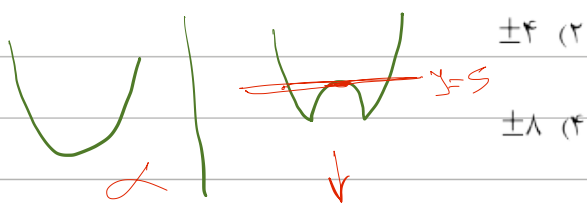
۸ (۴)

-۸ (۳) ✓

$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} & 2x-1 \leq x+5 \rightarrow x \leq 6 \rightarrow \left[\frac{1}{2}, 6\right] * \\ x < \frac{1}{2} & 1-2x \leq x+5 \rightarrow 3x \geq -4 \rightarrow x \geq -\frac{4}{3} \rightarrow \left[-\frac{4}{3}, \frac{1}{2}\right] ** \end{cases}$$

$$(*) \cup (**) = \left[-\frac{4}{3}, 6\right] \rightarrow -\frac{24}{3} = -8$$

۱۸- به ازای کدام مقدار a ، معادله $|3x^2 + ax - 2| = 5$ دقیقاً سه جواب متمایز دارد؟



±۴ (۲)

$$y_s = -5$$

±۲ (۱)

±۸ (۴)

$$\frac{-\Delta}{4a} = -5 \rightarrow \Delta = 20a$$

±۶ (۳)

$$\Delta = 60$$



$$a^2 - 12(-2) = 60$$

$$a^2 = 60 - 24 = 36 \rightarrow a = \pm 6$$

۱۹- اگر x از بازه $(a, +\infty)$ انتخاب شود، آنگاه نسبت فاصله x از عدد ۲ به فاصله x از عدد -۱ کمتر از واحد خواهد بود. کمترین مقدار a

کدام است؟

$$\frac{|x-2|}{|x+1|} < 1$$

$$\frac{1}{2} (۲)$$

$\frac{1}{3}$ (۱)

۱ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$$\rightarrow \left| \frac{x-2}{x+1} \right| < 1$$

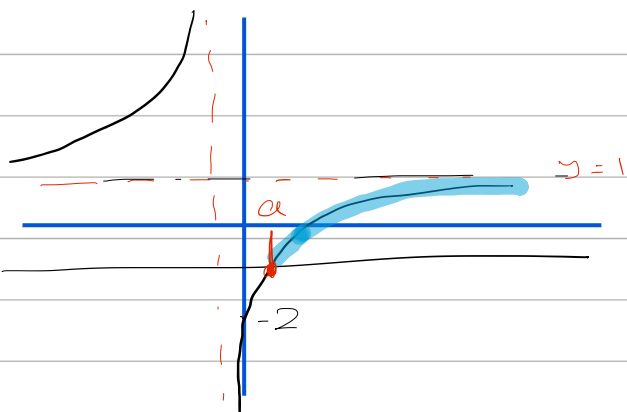
$$\rightarrow -1 < \frac{x-2}{x+1} < 1$$

$$\frac{x-2}{x+1} = -1$$

$$\rightarrow x-2 = -1-x$$

$$2x = 1$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{2} = a$$



$x = -1$

۲۰- اگر بیشترین مقدار $\frac{24}{|x-4| + |x+a|}$ برابر ۴ باشد، کمترین مقدار a ، کدام است؟

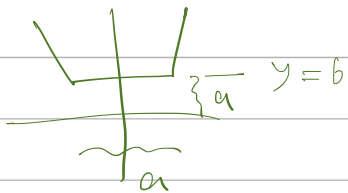
$$14 (2)$$

$$10 (4)$$

$$-10 (1)$$

$$-14 (3)$$

$$\text{Min} (|x-4| + |x+a|) = \frac{24}{4} = 6$$



$$\begin{array}{ccc} & -6 & +6 \\ & \swarrow & \searrow \\ -2 & 4 & 10 \\ \boxed{a = +2} & & \boxed{a = -10} \end{array}$$