

۳۰ دقیقه

**مجموعه، الگو و دنباله**

فصل ۱ مجموعه‌های متناهی و نامتناهی تا

پایان دنباله حسابی

صفحه‌های ۱ تا ۲۴

ریاضی (۱)

هدف‌گذاری قبل از شروع هر درس در دفترچه سؤال

لطفاً قبل از شروع پاسخ‌گویی به سؤال‌های درس ریاضی (۱)، هدف‌گذاری چند از ۱۰ خود را بنویسید: از هر ۱۰ سؤال به چند سؤال می‌توانید پاسخ صحیح بدهید؟ عملکرد شما در آزمون قبل چند از ۱۰ بوده است؟ هدف‌گذاری شما برای آزمون امروز چیست؟

چند از ۱۰ آزمون قبل	هدف‌گذاری چند از ۱۰ برای آزمون امروز

۱- اگر دو بازه  $(-6, 3-a)$  و  $(9, a-3)$  تنها در یک نقطه اشتراک داشته باشند، آنگاه برای  $a$  چند مقدار

طبیعی موجود است؟

۸ (۴)

۳ (۳)

۹ (۲)

۴ (۱)

$$3-a > -9 \rightarrow a < 12$$

$$|a-3| < 9 \rightarrow -9 < a-3 < 9$$

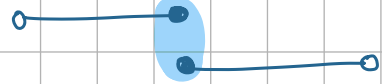
$$-6 < a < 12$$

$$|a-3| = 3-a$$

قانون

$$a-3 \leq 0 \rightarrow a \leq 3$$

$$-6 < a \leq 3 \rightarrow \text{اشتراک}$$



۱، ۲، ۳

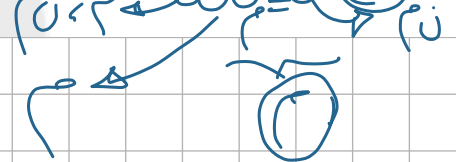
۲- اگر  $A$  مجموعه متناهی و  $B$  مجموعه نامتناهی باشد، کدام یک از مجموعه‌های زیر حتماً متناهی است؟

(۲)  $B \cup A'$

(۴)  $A \cup (A' \cap B)$

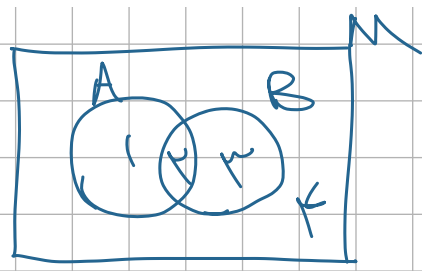
(۱)  $A \cup (B - A)$

(۳)  $A \cap (A \cap B)$



۳- متمم مجموعه  $(M-P)'$  کدام است؟ (M مجموعه مرجع است و  $P = (A-B) \cup (B-A)$ )

$(A' \cap B') - (A \cap B)$  (۲)  
 $(A' \cap B') \cup (A \cap B)$  (۴)

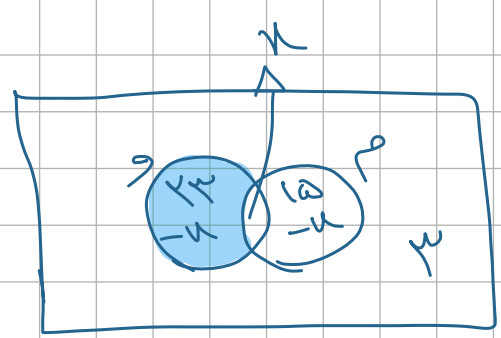


$(M-P) \leftrightarrow A' \cap B'$  (۱)  
 $(A \cup B)'$   
 $A' \cup B'$  (۳)  
 $(A \cap B)'$   
 $\{1, 2, 3, 4\} - \{1, 3, 4\}$   
 $= \{2\}$

۴- در یک کلاس (۳۰ نفری) ۲۳ نفر والیبال بازی می کنند و ۱۵ نفر معدل بالای ۱۷ دارند. اگر تنها ۳ نفر باشند که نه معدل بالای ۱۷ داشته و

نه والیبال بازی کنند، در این صورت چند نفر والیبال بازی می کنند و معدل بالای ۱۷ ندارند؟

- ۹ (۴)      ۱۰ (۳)      ۱۲ (۲)      ۱۱ (۱)



$23 - x + x + 15 - y + z = 30$   
 $z + 15 - y = 30$   
 $z = 15$

$23 - 11 = 12$

۵- در یک کارخانه ۷۰ کارگر مشغول به کار هستند. ۳۷ نفر در خط تولید A و ۳۲ نفر در خط تولید B مشغول به کار هستند و ۱۴ نفر در هیچکدام از این دو خط تولید کار نمیکنند. ۱۷ نفر از کار کردن در خط تولید A انصراف می دهند و تعداد افرادی که در هر دو خط تولید A و B کار می کنند به ۶ نفر می رسد. در حال حاضر چند نفر در این کارخانه در حداقل یکی از دو خط تولید A و B کار می کنند؟

۳۵ (۴)

۴۳ (۳)

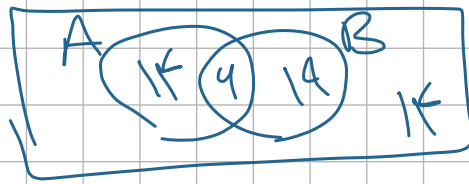
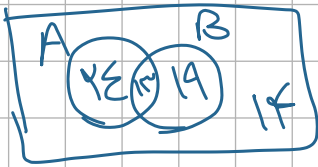
۴۶ (۲)

۳۹ (۱)



$$37 - n + n + 32 - n + 14 = 70$$

$$14 - n = 0 \rightarrow n = 14$$



$A \cup B$

$$14 + 19 - 4$$



۶- در دنباله‌ای با جمله عمومی  $a_n = 2a_{n-2} + a_{n-1}$ ، اگر داشته باشیم:  $a_1 = 4$  و  $a_2 = 8$ ، آنگاه حاصل  $a_8 - 2a_6$  کدام است؟

۳۲۴ (۴)

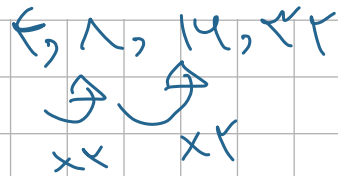
۲۵۶ (۳)

۲۱۶ (۲)

۱۲۸ (۱)

$$a_3 = 2a_1 + a_2 = 2 \times 4 + 8 = 16$$

$$a_4 = 2a_2 + a_3 = 2 \times 8 + 16 = 32$$



$$a_n - 2a_{n-2} = 2^n - 2 \times 2^{n-2}$$

$$a_n = 2 \times 2^n = 2^{n+1}$$

$$= 2^n - 2^n = (2^n)(2-1) = 2^n =$$

۷- جمله عمومی یک دنباله خطی برابر  $a_n = \frac{2n^2 - an + b}{n+1}$  می باشد و جمله چهارم نصف جمله دوم می باشد، آنگاه جمله ۵ ام این دنباله

برابر است با:

-۴ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

-۲ (۱)

$$\frac{(n+1)(kn+b)}{n+1} \Rightarrow an = kn + b$$

$$a_5 = 10 + b$$

$$10 - 1k = -2$$

$$a_k = \frac{ak}{k} \rightarrow k + b = \frac{k+b}{k}$$

$$14 + kb = k + b$$

$$b = -14$$

۸- اعداد طبیعی زوج را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات در هر دسته برابر شماره آن دسته باشد، مانند:

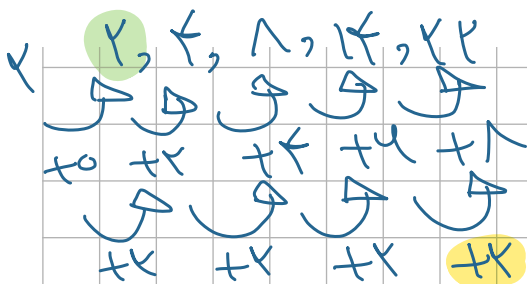
$(2, 4, 6), (8, 10, 12), (14, 16, 18, 20), \dots, (2k, \dots)$  جمله اول دسته بیستم کدام است؟

۴۳۸ (۴)

۳۸۲ (۳)

۳۴۸ (۲)

۲۷۹ (۱)



$$an^2 + bn + c$$

$$a = 1$$

$$c = 2$$

$$n^2 + bn + 2$$

$$1 + b + 2 = k$$

$$b = -1$$

$$n^2 - n + 2$$

$$a_{k_0} = (k_0)^2 - k_0 + 2 = 382$$

۹- در یک دنباله حسابی با تعداد جملات محدود، جمله اول از جمله آخر ۲۴ واحد بزرگتر بوده، جمله وسط ۱۸ است. اگر قدرنسبت  $\frac{1}{4}$  باشد تعداد جملات چقدر است؟

۱۰۰ (۴)

۹۹ (۳)

۹۸ (۲)

۹۷ (۱)

$$\frac{a_1 + a_n}{2} = -18 \rightarrow a_1 + a_n = -36$$

$$a_1 - a_n = 24 \rightarrow a_1 = -4, a_n = -30$$

$$a_n = -30 = a_1 + (n-1)d$$

$$-30 = -4 + (n-1)d$$

$$-26 = (n-1)d$$

$$-26 = n-1 \rightarrow n = -25$$

۱۰- جملات دنباله  $-5, 8, 23, 40, \dots$  از حاصل ضرب نظیر به نظیر جملات یک دنباله حسابی و یک الگوی خطی به دست آمده است. در صورتی که قدرنسبت دنباله حسابی برابر ۳ باشد، جمله بیستم الگوی خطی کدام است؟

۱۰۰ (۴)

۱۰۱ (۳)

۱۰۲ (۲)

$(10n + ?)$

۱۰۳ (۴)

۱۰۴ (۳)

۱۰۵ (۲)

۱۰۶ (۱)

$$a_n = an^2 + bn + c$$

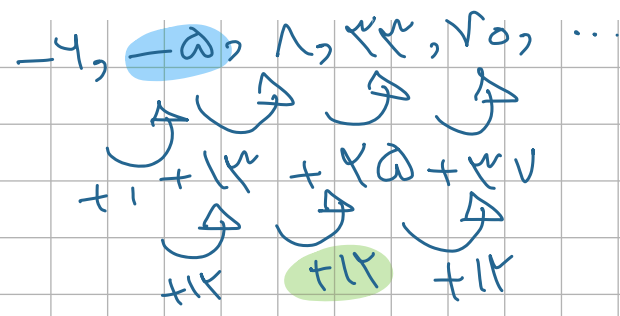
$$a = 4$$

$$c = -4$$

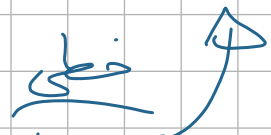
$$4n^2 + bn - 4$$

$$4 + b - 4 = -5 \rightarrow b = -5$$

$$a_n = 4n^2 - 5n - 4 = (4n + 1)(n - 4)$$

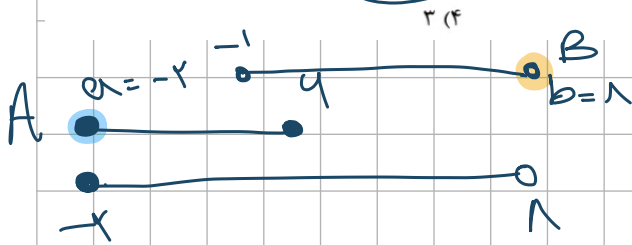


$$4 \times 2 - 4 = 4$$



آزمون (آشنا) - پاسخ دادن به این سؤالات اجباری است و در تراز کل شما تأثیر دارد.

۱۱- اگر داشته باشیم  $A = [a, 6]$ ،  $B = (-1, b)$  و  $A \cup B = [-2, 8]$ ، آن گاه مجموعه  $A - B$  دارای چند عدد صحیح است؟



۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

$$A - B = [-2, 6] - (-1, 8]$$

$$\Rightarrow [-2, -1]$$

$$a_n = 2n + 1$$

۴ (چهار تا)

۱۲- چند تا از مجموعه‌های زیر متناهی نیست؟ نامتناهی -

- الف) مجموعه اعداد طبیعی که مضرب ۴ باشند ولی مضرب ۲ نباشند.
  - ب) مجموعه اعداد صحیح مثبتی که در تقسیم بر ۳ باقی مانده ۱ دارند.
  - پ) مجموعه کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از  $(-1)$ .
  - ت) مجموعه اعداد گویایی که مربعشان با خودشان برابر است.
- ۱ (یکی)  ۲ (دو تا)  ۳ (سه تا)  ۴ (چهار تا)
- ۵، ۱۶

۱۳- اگر (متمم مجموعه)  $(A-B) \cup (B-A)$  برابر  $A \cap B$  باشد، کدام عبارت قطعاً درست است؟ (S مجموعه مرجع و ناتهی است.)

$B = \emptyset$  یا  $A = \emptyset$  (۴)

$A \cup B = S$  (۳)

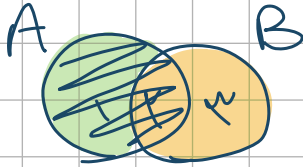
$A \subseteq B'$  (۲)

$A \subseteq B$  (۱)

متمم:  $\{1, 2, 4\}$



$$\{2\} = \{2, 5\}$$



$$S - A \cap B = \{1, 2, 4\}$$

۱۴- مجموعه A دارای ۳۶ عضو و مجموعه B دارای ۲۸ عضو است، اشتراک آنها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه A حذف شود، از

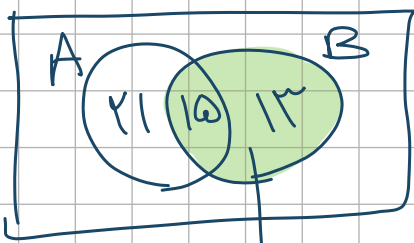
اشتراک آنها (۹ عضو) حذف می‌شود و مجموعه B تغییر نمی‌کند. اجتماع مجموعه جدید با مجموعه B، چند عضو دارد؟

۴۵ (۴)

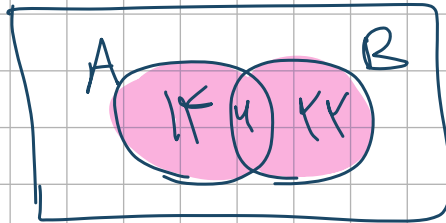
۴۲ (۳)

۴۱ (۲)

۴۰ (۱)

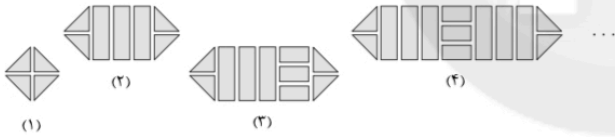


$$21 + 13 = 34$$



$$14 + 4 + 22 = 40$$

۱۵- در شکل مقابل، تعداد قطعه‌ها در طرح دهم برابر است با:



- (۱) ۳۱
- (۲) ۳۷
- (۳) ۴۱
- (۴) ۴۷

$K, V, L, M, \dots$   
 $+ M$   
 $a_n = K + n$   
 $= M + 1$

۱۶- اگر دنباله  $5, 12, 21, 32, \dots$  یک دنباله درجه دوم باشد، جمله بیست و یکم این دنباله چند واحد از جمله اول آن بیشتر است؟

(۴) ۵۲۵

(۳) ۵۲۰

(۲) ۵۱۹

(۱) ۵۱۸

$0, 5, 12, 21, 32, \dots$   
 $+5, +7, +9, +11, \dots$   
 $+2, +2, +2, \dots$

$a_n = an^2 + bn + c$

$a = 1$

$c = 0$

$n^2 + bn$

$1 + b = 5 \quad b = 4$

$a_n = n^2 + 4n$

$a_{21} = (21)^2 + \sum_{k=1}^{21} (4) = \sum_{k=1}^{21} 4 + 1 \sum_{k=1}^{21} 1 = 21 \cdot 4 + 21 = 84 + 21 = 105$



۱۷- در دنباله‌ای با جمله  $n$ ام  $a_n$ ، داریم  $a_{n+1} = a_n + (n+1)$  و  $a_1 = 1$  جمله هشتم دنباله کدام است؟

۳۸ (۴)

۳۲ (۳)

۳۵ (۲)

۳۶ (۱)

$$n=1 \rightarrow a_1 = a_1 + 1 = 2$$

$$n=2 \rightarrow a_2 = a_2 + 2 = 4$$

$$n=3 \rightarrow a_3 = a_3 + 3 = 10$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{2} \times 4 \Sigma + \frac{1}{2} \times n \\ & = 2 \Sigma + \frac{1}{2} n \end{aligned} \right\} = 2 \Sigma + \frac{1}{2} n = 2 \times 4 = 8$$

$$a_n = an^2 + bn + c$$

$$a = \frac{1}{2}$$

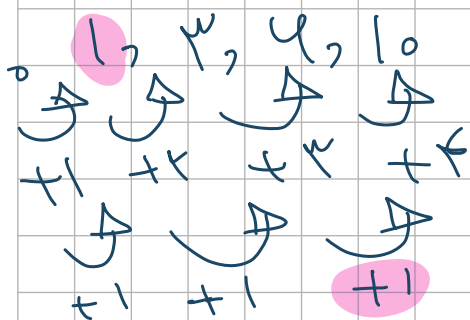
$$a_n = \frac{1}{2} n^2 + bn$$

$$c = 0$$

$$\frac{1}{2} + b = 1$$

$$b = \frac{1}{2}$$

$$a_n = \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n$$



۱۸- در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۲ است. تفاضل جملات متوالی این دنباله کدام است؟

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

$$a - 5d, a - 3d, a - d, a, a + d, a + 3d, a + 5d$$

$$9a = 90 \rightarrow a = 10$$

$$a + d = 10$$

$$a + 3d = 12$$

$$\left. \begin{aligned} a + d &= 10 \\ a + 3d &= 12 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} -2d &= -2 \\ d &= 1 \end{aligned}$$

۱۹- کارفرمایی به یک کارگر مبتدی، در هفته اول (۷۵۰) واحد پول دستمزد می‌دهد. متعهد می‌شود که در صورت رضایت کاری در پایان هر هفته ۲۵٪

واحد پول بر دستمزد وی اضافه کند تا به دستمزد ثابت ۲۰۰۰ واحد پول برسد. با رضایت کاری در هفته چندم به دستمزد ثابت می‌رسد؟

(۴) ۵۱

(۳) ۵۰

(۲) ۴۹

(۱) ۴۸

$$2000 = 750 + (n-1) \times 25$$

$$25(n-1) = 1250 \rightarrow n-1 = 50$$

$$n = 51$$

۲۰- بین دو عدد ۱۸ و ۶۲، به واسطه حسابی درج می‌کنیم تا یک دنباله حسابی با ۱۲ جمله حاصل شود. مجموع سه جمله سوم این دنباله

چند برابر مجموع سه جمله دوم آن است؟ (جمله اول ۱۸ است.)

(۴)  $\frac{29}{17}$

(۳)  $\frac{29}{23}$

(۲)  $\frac{23}{17}$

(۱)  $\frac{69}{20}$

$$18, \frac{22}{d}, \frac{24}{d}, \frac{30}{d}, \frac{32}{d}, \frac{38}{d}, \frac{42}{d}, \frac{44}{d}, \frac{50}{d}, \frac{52}{d}, \frac{58}{d}, \frac{60}{d}$$

$$11 + 11d = 42 \rightarrow d = 4$$

$$\frac{42 + 44 + 50}{30 + 32 + 38} = \frac{134}{100} = \frac{23}{17}$$