

$$f(-\phi_r) - g(-\phi_r)$$

اگر -1 $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; x \geq 2 \\ |x|+3 & ; x < -2 \end{cases}$ و $g(x) = [2x]$ باشد، حاصل $(f-g)(-\frac{5}{4})$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$[-\phi_r] + 3 - ([2(-\phi_r)])$$

$$\underline{5} \quad (2) \quad \checkmark$$

صفر (1)

$$\cancel{3} + \cancel{3} - (-5) = 5$$

-1 (4)

$\frac{4}{3}$ (3)

$$D_{f \circ g^{-1}} = \{x \in D_{g^{-1}} \mid g(x) \in D_f\} = \{(-2, 2, 3, 5) \mid g^{-1} \in [-2, 3]\}$$

$$4 < x^2 < 9 \Rightarrow x^2 \leq 4$$

اگر -2 $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ و $g = \{(2, -4), (1, 2), (0, 3), (4, 5)\}$ باشد، تعداد اعضای دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ کدام است؟

$$\underline{2} \quad (2) \quad \checkmark$$

1 (1)

$$\Rightarrow |x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

4 (4)

3 (3)

$$f(g(x)) = 2x^2 + 4x \xrightarrow{x=1} 2 + 4 = 6$$

اگر -3 $f(x) = x^2 - 2x$ و $(f \circ g)(x) = 4x(x+1)$ باشد، مقدار $g(-\frac{1}{4})$ کدام است؟

$$f(m) = 2x^2 + 4x$$

-2 (2)

صفر (1)

$$f(m) = m^2 - 2m = -1$$

$\frac{1}{2}$ (4)

1 (3) \checkmark

$$m^2 - 2m + 1 = 0 \Rightarrow (m-1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1$$

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow f^{-1} = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

اگر -4 $(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x+3}{x+5}$ و $g(x) = 3x+7$ باشد، مقدار $f^{-1}(-3)$ کدام است؟

3 (2)

$$f(3+7) = \frac{-3+7}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

7 (1)

$$f \circ g = \frac{-3n+7}{n-1} \Rightarrow$$

4 (4)

$$\Rightarrow n=9 \Rightarrow 3(9)+7 = 28$$

-7 (3)

اگر -5 $f(x) = 1-x^2$ و $g(x) = -2x(x-1)$ باشد، تابع $|f-g|$ روی کدام بازه یکنوا است؟

$$|1-x^2 + 2x^2 - 2x|$$

(0, 2) (2)

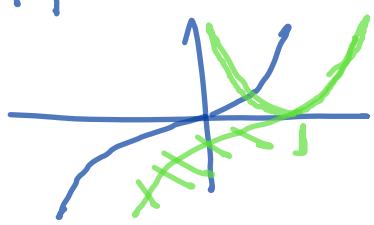
\mathbb{R} (1)

$$= |x^2 - 2x + 1|$$

$\mathbb{R} - [0, 1]$ (4)

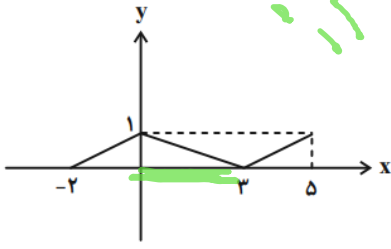
$[1, +\infty)$ (3) \checkmark

$$= |(x-1)^2|$$



۶- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = f(-\frac{x}{4})$ روی کدام بازه اکیداً صعودی است؟

$f(x)$



$$-\frac{x}{4} \leq 0 \Rightarrow -4 \leq x < 0$$

(۱) $[0, 6]$

(۲) $[-4, 6]$

(۳) $[-6, 0]$ ✓

(۴) $[-6, 4]$

۷- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 1} + 1$ و $g(x) = \sqrt{7-x} + 2$ باشد، با کدام انتقال، نمودار تابع g بر نمودار تابع $f \circ g$ منطبق می‌شود؟

(۲) ۲ واحد به چپ و یک واحد به بالا

(۱) ۳ واحد به راست و یک واحد به بالا

(۴) ۲ واحد به چپ و یک واحد به پایین

(۳) ۲ واحد به راست و یک واحد به پایین

$$f(g(x)) = \sqrt{(g(x))^2 - 4g(x) + 1} + 1 = \sqrt{(x+2)^2 - 4(x+2) + 1} + 1 \Rightarrow f \circ g = \sqrt{x^2 - 4x + 1} + 1$$

۸- اگر $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ و $g(x) = -3x + [\frac{2}{3}x]$ باشد، برد تابع $g \circ f$ شامل چند عدد صحیح است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$[-x^2] \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \rightarrow R = [0, 2]$$

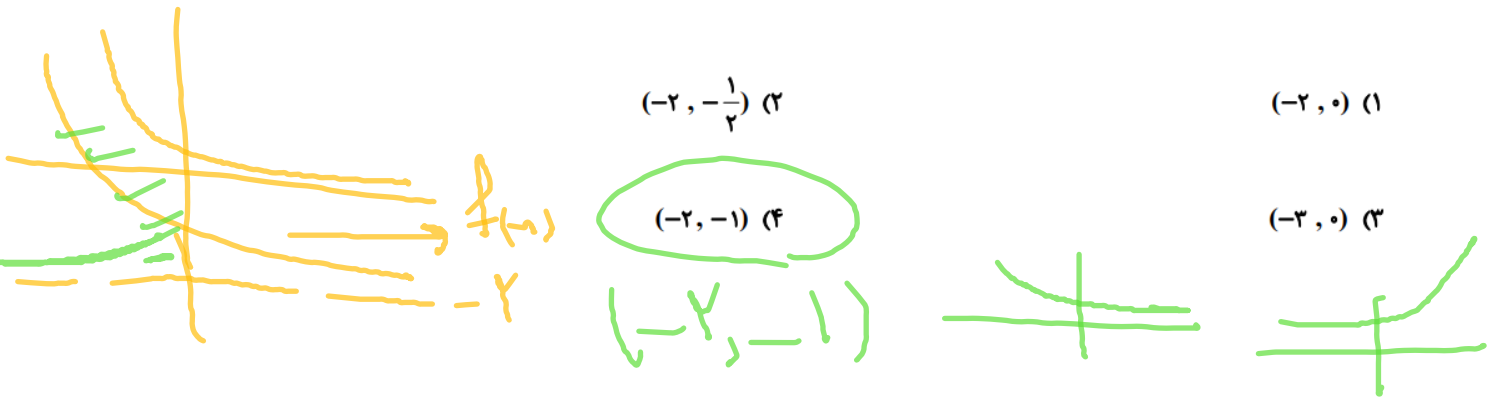
(۱) ۴

$$g(x) = \begin{cases} -3x & -2 \leq x \leq \frac{2}{3} \\ -3x + 1 & \frac{2}{3} < x \leq 2 \end{cases}$$

(۳) ۶ ✓

$$[-\frac{4}{3}, 0] \text{ و } [-5, -\frac{7}{3}]$$

۹- خط $y = k$ نمودار تابع $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} - 2$ را در دو نقطه قطع کرده است. حدود k کدام است؟



۱۰- اگر فرض کنیم مقدار عبارت $\log_2 3$ برابر عدد k باشد، مقدار عبارت $\log_{12} 6$ بر حسب k کدام است؟

$$\log_{12} 6 = \frac{\log 6}{\log 12} = \frac{\log 2 + \log 3}{\log 2 + 2\log 3} = \frac{\log 2 + \log 3}{\log 2 + 2\log 3} = \frac{1 + k}{k + 2}$$

Options: (1) $\frac{k+1}{k+2}$, (2) $\frac{k}{k+2}$, (3) $\frac{k}{k+1}$, (4) $\frac{k+2}{k+3}$

۱۱- با رنگ آمیزی کامل هر صفحه نقاشی، ۲ درصد از طول مداد را از دست می‌دهیم. پس از رنگ آمیزی کامل چند صفحه، حداقل ۴۰

درصد طول مداد را از دست می‌دهیم؟ ($\log 2 \approx 0.3$, $\log 3 \approx 0.47$, $\log 7 \approx 0.845$)

Options: (1) 21, (2) 23, (3) 24, (4) 25

$$n \log 98 \leq \log 1.4 \Rightarrow n (\log 2 + \log 7 - \log 10) \leq \log 1.4 - 1$$

$$n \geq \frac{1 - (\log 2 + \log 7)}{2 - (\log 2 + 2\log 7)} \Rightarrow n \geq \frac{1 - (0.3 + 0.845)}{2 - (0.3 + 2 \cdot 0.845)} = \frac{0.255}{0.29} \approx 0.88 \Rightarrow n \geq 1$$

۱۲- نمودار تابع $f(x) = a + \log_2(bx+1)$ در شکل زیر رسم شده است. در این صورت دامنه تابع $g(x) = \sqrt{(ax + \frac{b}{4})f(\frac{x}{4})}$ شامل

$$b(-1/4) + 1 = 0 \Rightarrow b = 2$$

چند عدد صحیح است؟

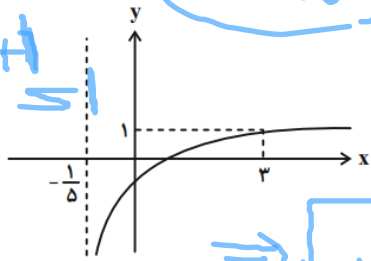
(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

$$f(x) = a + \log_2(bx+1)$$



$$a = -1$$

$$\Rightarrow \sqrt{-x + 2f(\frac{x}{4})} \geq 0$$

$$f(x) = \sqrt{(2^x - 1) \log_2(2^{\frac{x}{4}} + 1)}$$

$x = 2^x$

$$|0| - |1/2| + |1/4| - |1/8| + \dots$$

$$2^{\frac{x}{4}} + 1 = 2 \Rightarrow x = -\frac{4}{2} \checkmark \quad x = \frac{4}{2} \checkmark$$

۱۳- معادله $\log(3x+7) - \log(4x+2) = \log(3x+1)$ چند جواب دارد؟

$$\log \frac{3x+7}{4x+2} = \log(3x+1)$$

$3x$	$4x$	0
x	$-5x$	$+1$

(۱) صفر

(۳) ۲

$$\Rightarrow 3x+7 = 2(3x+1) \Rightarrow 3x+7 = 6x+2 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = 5/3$$

۱۴- توابع $f(x) = |x-2| - (x+|x-1|)$ و $g(x) = 2x-1$ مفروض اند. تابع $f+g$ روی کدام بازه اکیداً نزولی است؟

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & x \leq 1 \\ -3x+3 & 1 < x \leq 2 \\ -x-1 & x > 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ 1 < x \leq 2 \\ x > 2 \end{cases}$$

(۲) $[0, +\infty)$
(۴) $(-\infty, 2]$

(۱) $[1, 2]$
(۳) $[1, +\infty)$

$$f+g = \begin{cases} x & x < 1 \\ -x+2 & 1 \leq x \leq 2 \\ -x-2 & x > 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 1 \\ 1 \leq x \leq 2 \\ x > 2 \end{cases}$$

نزولی

۱۵- تابع $f(x) = \sqrt{1 + \log_3(x+1)}$ مفروض است. اگر $g(x) = f(x) + 2$ باشد، تابع $|f \cdot g|$ روی کدام بازه صعودی است؟

$g(x) = \sqrt{1 + \log_3(x+1)} + 2$
 $|f \cdot g| = |\log_3(x+1)|$
 $x > -1$
 $(-\frac{\sqrt{2}}{3}, -\frac{1}{3})$ (۲)
 $(\frac{1}{3}, \sqrt{3})$ (۴)
 $(-1, 0)$ (۳)
 $x+1 \geq \frac{1}{3} \Rightarrow x \geq -\frac{2}{3}$
 $x \geq -\frac{1}{3}$ (۱)

۱۶- کدام تابع یک به یک است اما یکنوا نیست؟ [] ، نماد جزء صحیح است.

$-1 \leq x \leq 1$
 $g(x) = (\frac{2}{3} + |-x^2|)x$ (۲)
 $f(x) = (\frac{1}{3} + |-x^2|)x$ (۱)
 $k(x) = \frac{2}{3}x + |x-1|$ (۴)
 $h(x) = 2x + |x-1|$ (۳)

۱۷- توابع $f(x) = 2 - 5x - x^2$ و $g(x) = \log(f(x^2) - f(x+2))$ مفروض اند. کدام تابع روی دامنه تابع g اکیداً یکنوا است؟

$f(x^2) > f(x+2)$
 $\rightarrow x^2 < x+2$
 $\rightarrow x^2 - x - 2 < 0 \rightarrow (x-2)(x+1) < 0 \rightarrow -1 < x < 2$
 $y = x - \sqrt{x^2 + 1}$ (۲)
 $y = x + \sqrt{2-x}$ (۳)
 $y = (x-1)^2$ (۱)
 $y = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ (۴)

۱۸- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است که در آن $\alpha + \beta = -10$ است. اگر $g(x) = 2f\left(\frac{x}{k} - 2k\right)$ باشد، به ازای کدام مقدار k ،

مجموع صفرهای تابع g برابر ۴ است؟

$\frac{x}{k} - 2k = \alpha, \beta$

$\frac{x_1}{k} - 2k = \alpha$

$\frac{x_2}{k} - 2k = \beta$

$\Rightarrow -10 = \frac{x_1 + x_2}{k} - 4k$

$2 - 4k^2 = -10k \Rightarrow 4k^2 - 12k + 2 = 0$

$\Rightarrow (2k + 1)(k - 2) = 0$

$\begin{cases} k = 2 \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases}$

(۱) -۲

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) $-\frac{1}{2}$

۱۹- نمودار تابع $y = f\left(1 - \frac{x}{k}\right)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع g نیز از تقسیم طول نقاط تابع همانی بر عدد k و سپس انتقال

آن به اندازه یک واحد به سمت چپ به دست می‌آید. به ازای کدام مقدار k نمودارهای دو تابع f و g دو نقطه مشترک دارند؟

$y = x \rightarrow y = kx$

$\rightarrow y = k(x+1)$

$-2 < g(2) < 0 \rightarrow -2 < 2k < 0 \rightarrow \frac{-2}{2} < k < 0$

$x^2 + x - 2k = \sqrt{\frac{5-2k}{2}} - 1$

$\begin{cases} \alpha = 0 \\ \alpha = -2 \end{cases}$

(۱) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۲) -۱

(۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) $-\frac{2}{3}$

۲۰- نمودار وارون تابع $f(x) = x^2 + \frac{x-2}{2}$ نمودار تابع $g(x) = 1 - \frac{2x}{3}(x+2)$ را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. مجموع طول این

دو نقطه کدام است؟

$g = 1 - \frac{2x^2}{3} - \frac{2x}{3} = -\frac{2x^2}{3} - \frac{2x}{3} + 1$

$= \frac{-2(x+1)^2 + 2}{3} \Rightarrow \frac{-2}{3} = 0 = (x+1) \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{\frac{5-2k}{2}}$

(۱) صفر

(۲)

(۳)

(۴)