

۱- در دنباله حسابی ... ۱, ۴, ۷, مجموع جملات دهم تا بیستم کدام است؟

$$S_{10-20} = \frac{11}{2} (a_{10} + a_{20})$$

$$= \frac{11}{2} (2a_{15})$$

$$= 11 a_{15} \rightarrow -385$$

-۳۷۸ (۲)  
-۳۸۸ (۴)

$$a_1 = 7$$

$$d = -3$$

$$7 - 42 = -35$$

-۳۸۱ (۱)  
-۳۸۵ (۳) ✓

۲- در یک دنباله هندسی همه جملات شماره زوج از همه جملات شماره فرد بزرگتر هستند. اگر جملات ششم و دهم دنباله به ترتیب از راست

به چپ ۲ و  $\frac{1}{8}$  باشند، مجموع هفت جمله اول کدام است؟

$$a_6 = 2 \quad a_{10} = 2^{-3} \quad \left| \quad a_1 (q)^5 = 2 \right. \quad q < 0$$

$$q^4 = 2^{-4} \rightarrow |q| = 2^{-1}$$

$$q = \frac{-1}{2} \quad \rightarrow \quad a_1 = \frac{2}{\frac{-1}{2^5}} = -2^6$$

$$-2^6 \left( \frac{1 - (\frac{-1}{2})^7}{\frac{3}{2}} \right) = -2^6 \left( \frac{127}{128 \times 3} \right) = -43$$

-۵۳ (۲)  
-۳۹ (۴)

-۴۳ (۱) ✓  
-۲۹ (۳)

۳- معادله درجه دومی که ریشه‌های آن ۳ واحد از معکوس ریشه‌های معادله  $2x^2 - 3x - 1 = 0$  بیشتر باشد، کدام است؟

$x^2 - 2x - 3 = 0$  (۲)  
 $x^2 - 5x - 2 = 0$  (۴)

$x^2 - 3x - 2 = 0$  (۱) ✓  
 $x^2 + 3x - 5 = 0$  (۳)

$$y = 3 + \frac{1}{x}$$

$$y - 3 = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{1}{y-3} \rightarrow \frac{2}{(y-3)^2} - \frac{3}{y-3} - 1 = 0$$

$$+ (y-3)^2 + 3(y-3) - 2 = 0 \rightarrow y^2 - 6y + 9 + 3y - 9 - 2 = y^2 - 3y - 2 = 0$$

۴- تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bx - 3a$  با صفهای  $\alpha$  و  $\beta$  مفروض است. اگر  $\alpha^3 + \beta^3 = 10$  باشد، مقدار  $\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3}$  کدام است؟

$$\frac{\alpha^3 + \beta^3}{(\alpha\beta)^3}$$

$$\frac{S^3 - 3PS}{P^3} = \frac{S(S^2 - 3P)}{P^3}$$

$S^2 - 2P = 10$   
 $S = \frac{-b}{a}$   
 $P = -3$   
 $S^2 - 3P = 13$

$$\frac{13S}{P^3} = \frac{-13S}{27} \rightarrow \pm \frac{26}{27}$$

$$S^2 = 10 + 2P = 4$$

$$S = \pm 2$$

$\pm \frac{26}{27}$  (۲)  
 $\pm \frac{13}{27}$  (۴)

$\pm \frac{28}{27}$  (۱)  
 $\pm \frac{13}{9}$  (۳)

۵- چهار ریشه حقیقی معادله  $x^4 - mx^2 + n = 0$  تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت ۲ می دهند.  $m+n$  کدام است؟

۱۹ (۲) ✓  
۲۱ (۴)

۱۱ (۱)  
۲۰ (۳)

$$\alpha, \alpha+2, \alpha+4, \alpha+6$$

$$4\alpha + 12 = 0 \rightarrow \alpha = -3$$

$$-3, -1, 1, 3$$

$$\left. \begin{aligned} 1 - m + n &= 0 \\ 81 - 9m + n &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow -80 + 8m = 0 \rightarrow m = 10 \rightarrow n = 9$$

۶- حاصلضرب ریشه‌های حقیقی معادله  $x^2 + 2x + 1 = \sqrt{2x^2 + 4x + 10}$  کدام است؟

-۴ (۲)

-۳ (۱) ✓

۴ (۴)

$$(x+1)^2 = \sqrt{2(x^2+2x+5)}$$

۳ (۳)

$$(x+1)^4 = 2((x+1)^2 + 4) \xrightarrow{(x+1)^2 = t} t^2 = 2t + 8$$

$$t^2 - 2t - 8 = 0 \rightarrow (x+1)^2 = 4 \rightarrow |x+1| = 2 \rightarrow \begin{cases} 1 \\ -3 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 4, & -2 \\ \checkmark & \alpha \end{matrix}$$

۷- مجموع جواب‌های معادله  $\frac{x^2}{x+6} + \frac{x}{x^2-6} = 2$  چقدر است؟

۴ (۲)

۲ (۱) ✓

۸ (۴)

۶ (۳)

$$\frac{(x+6)(x^2-6)}{\rightarrow}$$

$$x^4 - 6x^2 + x^2 + 6x = 2x^3 - 12x + 12x^2 - 72$$

$$x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 18x + 72 = 0$$

$$\frac{-b}{a} \rightarrow S = \frac{-(-2)}{1} = 2$$

۸ (۴)

۶ (۳)

۸- دوچرخه‌سواری در یک مسابقه فاصله ۶ کیلومتری بین دو ایستگاه مشخص را در مسیر رفت با سرعت ۷ کیلومتر بر ساعت طی می کند. اگر در مسیر برگشت ۱ km/h از سرعت دوچرخه کاسته شود، نیم ساعت به زمان برگشت افزوده می شود. زمان رفت چند برابر زمان برگشت است؟

۰.۷۵ (۲) ✓

۰.۴۵ (۱)

۰.۱۵ (۴)

۰.۱۶۵ (۳)

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{v-1} - \frac{6}{v} \rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{v-1} - \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$v = 4 \rightarrow t_1 = \frac{6}{4} = 1.5$$

$$0.175$$

$$t_2 = \frac{6}{3} = 2$$

9- معادله  $\sqrt{1-\sqrt{3x-5}} - \sqrt{4-x} = 0$  چند ریشه حقیقی دارد؟

$\sqrt{1-\sqrt{3x-5}} - \sqrt{4-x} \neq 0$  (۲) (۲)  
 (۴) ریشه حقیقی ندارد (۴)

$1 - \sqrt{3x-5} = 4-x \rightarrow x-3 = \sqrt{3x-5}$

$\rightarrow x^2 - 6x + 9 = 3x - 5 \rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$

$x=2$  ✓  
 $x=7$  ✓

10- معادله  $\sqrt{x^2+5x+6} + \sqrt{x^2+2x+7} = \sqrt{-x^2+3x-5}$  چند جواب حقیقی دارد؟

$\Delta < 0$  (۱) (۳)  
 $\Delta < 0$  (۱) (۳)  
 $\Delta < 0$  (۲) (۳)  
 $\Delta < 0$  (۲) (۳)  
 (۴) صفر (۴)

11- اگر  $S_1 = 5^2 + 48^2 + 46^2 + \dots + 2^2$  و  $S_2 = 49^2 + 47^2 + \dots + 3^2 + 1^2$  در این صورت  $S_1 - S_2$  کدام است؟

۱۲۲۵ (۱)  
 ۱۷۲۵ (۲)  
 ۱۲۷۵ (۳) ✓  
 ۱۲۵۷ (۴)

$50^2 - 49^2 + 48^2 - \dots$

$(50-49)(50+49) + (48+47)$

$1 - 50 \rightarrow \frac{50(51)}{2} = 25 \times 51 = 1275$

12- تعداد جملات یک دنباله هندسی عددی زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۳ برابر مجموع جملات با ردیف فرد باشد، قدرنسبت آن کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۲)  
 $\frac{1}{3}$  (۱)  
 ۲ (۳) ✓  
 ۳ (۴)

$a_1, a_4$

$\frac{a_1 + a_4}{a_1} = 3 \rightarrow 1 + 4 = 3$

$\rightarrow 4 = 2$

۱۳- فرض کنید  $x_1$  و  $x_2$  جوابهای معادله  $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$  باشند. مقدار  $x_1 + x_2$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲) صفر

۱ (۱)

$$\sqrt[3]{x^4} + \cancel{x} + \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \cancel{x} \rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

$S = 2$

$$\sqrt[3]{x^4} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = 2\sqrt[3]{x} \xrightarrow{\div \sqrt[3]{x}} \sqrt[3]{x^3} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^3}} = 2 \rightarrow x - \frac{1}{x} = 2$$

۱۴- اگر هر یک از ریشههای معادله  $3x^2 + ax + b = 0$ ، دو برابر معکوس هر ریشه از معادله  $4x^2 - 7x + 3 = 0$  باشد،  $a$  کدام است؟

-۶ (۴)

-۸ (۳)

-۱۲ (۲)

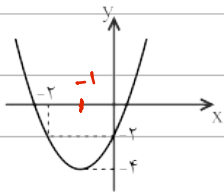
-۱۴ (۱) ✓

$$a = \frac{2}{y} \leftarrow y = \frac{2}{x}$$

$$\frac{16}{y^2} - \frac{14}{y} + 3 = 0 \xrightarrow{xy^2} 16 - 14y + 3y^2 = 0$$

$$3x^2 - 14x + 16 = 0 \rightarrow a = -14$$

۱۵- با توجه به شکل زیر که مربوط به تابع درجه‌ی دوم  $f$  است، حاصل ضرب ریشههای معادله‌ی  $f(x) = 0$  کدام است؟



$$y = 2(x+1)^2 - 4 \rightarrow 2x^2 + 4x - 2 = f(x)$$

$$P = \frac{-2}{2} = -1$$

-۲ (۱)

-۱ (۲) ✓

-۲ (۳)

-۳ (۴)

-۴ (۵)

-۲ (۶)

۱۶- یک ریشه معادله  $x^4 + ax^2 + b = 0$  با ضرایب صحیح، برابر  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$  است،  $a$  کدام است؟

۹ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

-۱۰ (۱) ✓

$$x = \sqrt{3} + \sqrt{2} \xrightarrow{()^2} x^2 = 5 + 2\sqrt{6} \rightarrow x^2 - 5 = 2\sqrt{6}$$

$$\xrightarrow{()^2} x^4 + 25 - 10x^2 = 24$$

$$\rightarrow x^4 - 10x^2 + 1 = 0$$

$$a = -10$$

$$b = 1$$

17- به ازای کدام محدوده از  $a$ ، معادله  $\frac{ax^2 + 2x}{x+1} = x^2 - x$  همواره دارای سه ریشه حقیقی متمایز است؟

$a < 1$  (۴)

$a \leq 1$  (۳)

$a \geq -2$  (۲)

$a < -2$  (۱)

$x=0$

$x(ax^2 + 2) = x(x-1)(x+1)$

$x \neq -1 \rightarrow x^2 \neq 1$

$\frac{-3}{a-1} \neq 1 \rightarrow a-1 \neq -3$   
 $a \neq -2$

$(a-1)x^2 + 3 = 0$

$x^2 = \frac{-3}{a-1} \rightarrow a < 1 \rightarrow a < 1$

18- قدرمطلق تفاضل ریشه‌های معادله  $\frac{x-3}{x-4} + \frac{1}{2x-2} = \frac{2}{3}$  کدام است؟

$5/5$  (۴)

$5$  (۳)

$4/5$  (۲)

$4$  (۱)

$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|\alpha|} = \frac{9}{2} = 4.5$

$(x-4)(2)(x-1)(3)$

$b(x-3)(x-1) + 3(x-4) = 2(x-4)(x-1)2$  }  $\Delta = 1 - 4(-20) = 81$   
 $6x^2 - 24x + 18 + 3x - 12 = 4x^2 - 20x + 16$  }  $\rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0$

19- مجموعه مقادیر  $a$  به طوری که معادله  $\sqrt{x^2 + x + a} = x - 1$  دارای جواب باشد، کدام است؟

$a \geq 2$  (۴)

$a \leq 2$  (۳)

$a \leq -2$  (۲)

$a \geq -2$  (۱)

$x \geq 1$

$x^2 + x + a = x^2 - 2x + 1$

$3x = 1 - a \rightarrow x = \frac{1-a}{3}$

$\frac{1-a}{3} \geq 1 \rightarrow 1-a \geq 3 \rightarrow a \leq -2$

20- معادله  $x^2 + \sqrt{x-2} = 6-x$  چند ریشه دارد؟

$4$  (۴)

$3$  (۳)

$2$  (۲)

$1$  (۱)

$x^2 + x - 6 = -\sqrt{x-2}$

$x \geq 2, x \leq 6$

$(x-2)(x+3) = -\sqrt{x-2}$

$x \in [2, 6]$

$\div \sqrt{x-2} \rightarrow (\sqrt{x-2})(x+3) = -1$

$\oplus$

$x$

$\oplus$

$x=2$















